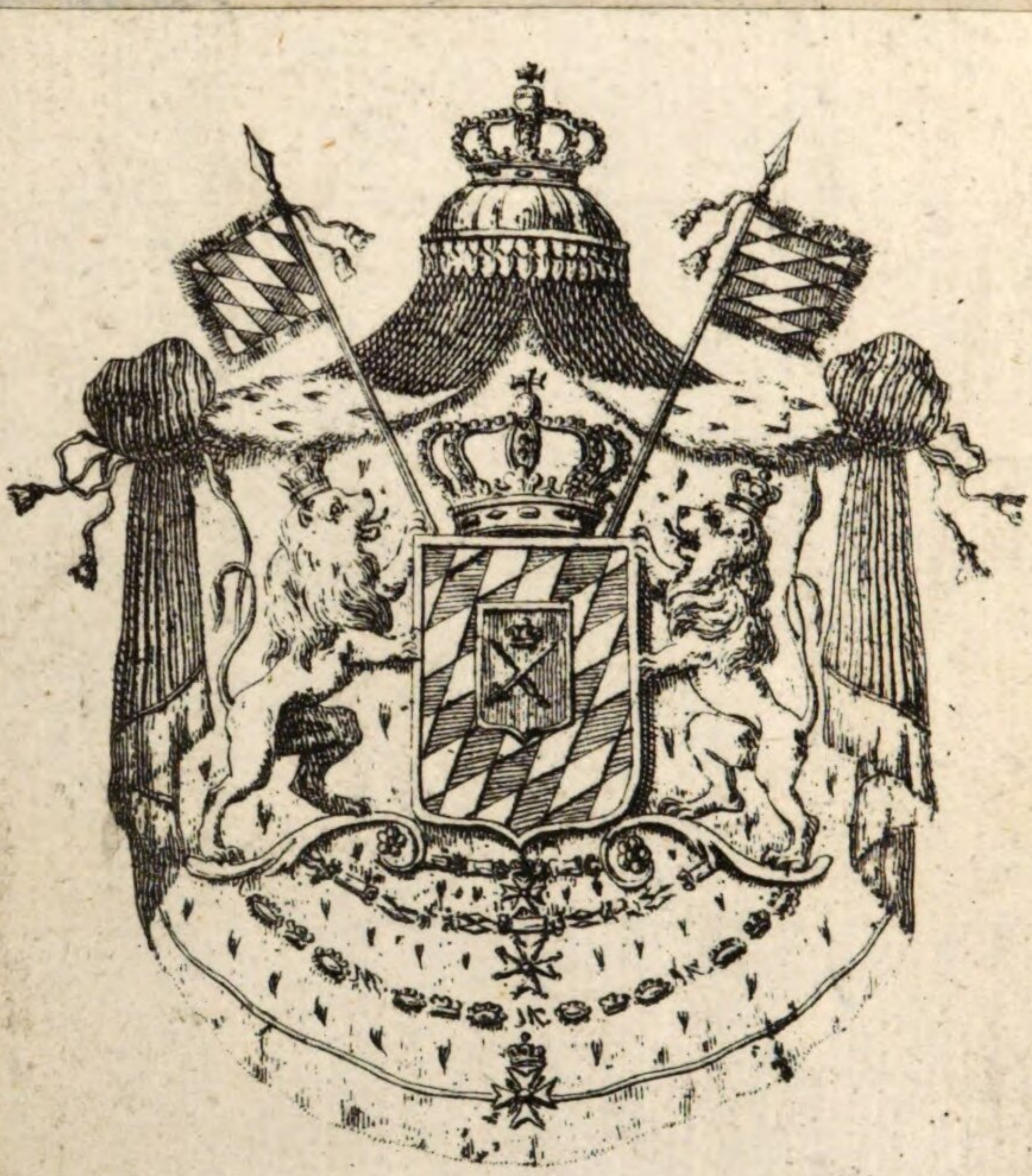
Math. f.
373 h — 1

Kello (F. W.)



BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

<36635608730014

<36635608730014

Bayer. Staatsbibliothek

Handbuch
der
gesammten
Vermessungskunde,
die
neuesten Erfindungen und Entdeckungen
in derselben zugleich enthaltend;
oder
vollständige Anleitung zur Meßkunst,
für
Offiziere, Forstbediente, Bergleute und Feldmesser.

Von
Friedrich Wilhelm Netto,
Doktor der Philosophie, und Lehrer an der Königlichen allgemeinen Kriegesschule und im Königlichen Cadettencorps zu Berlin.

Erster Theil.
Mit Kupfertafeln.

Berlin, 1820.
Bei Carl Friedrich Amelang.
(Brüderstraße No. 11.)

101 D.
1

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Seiner Majestät

dem

König von Preußen,

Friedrich Wilhelm dem Dritten,

dem

eifrigen Beförderer der Wissenschaften und Künste,

mit Allerhöchster Erlaubniß,

in tiefster Ehrfurcht

allerunterthänigst zugeeignet

von

dem Verfasser.

Vorrede.

Das Publikum empfängt in diesem Werke einen Theil des Handbuchs der Vermessungskunde, welches den Vorträgen und praktischen Uebungen, die ich über diese Wissenschaft alljährlich bei der Königlichen Kriegsschule, und dem Königlichen Cadetten-Corps zu halten und zu verrichten habe, zur Grundlage dienen soll.

Die kurze Zeit, so bei der Menge von Wissenschaften, welche in erwähnten Anstalten vorgetragen werden, für den Unterricht in der praktischen Geometrie übrig bleibt, ferner die Entdeckung neuer Messungsmethoden, so wie die Erfindung neuer Werkzeuge, hinderten das Eine oder das Andere der bestehenden Lehrbücher als Leitfaden bei diesen Vorträgen und Uebungen zu wählen, und verpflichteten mich zur Ausarbei-

tung eines Lehrbuchs, welches, da dort nur wenige Zeit dem theoretischen Vortrage gewidmet werden kann, beinahe alles eben so vollständig, als ich es mündlich vortrage, enthalten mußte, wodurch hoffentlich dasselbe auch für den in den Militair-Brigadeschulen zu ertheilenden Unterricht als Leitfaden brauchbar und nützlich werden wird.

Um denen, welche dem erwähnten Unterricht beiwohnen, in dieser Wissenschaft nicht eine einseitige Ausbildung für bloß militairische Messungen zu geben, bin ich zugleich bemüht gewesen, die Grundlehren der ökonomischen Messungen dem Werke beizufügen, und habe dadurch dasselbe um so gemeinnütziger zu machen gesucht. Ich hoffe daher mit Recht, daß es auch Feldmessern von Profession um so willkommner sein wird, da sie in demselben Anleitung finden, gründlichere Messungsmethoden und genauere Werkzeuge, als sie bisher kannten, sich bekannt zu machen.

Außer den bereits bekannten Lehren wird man in demselben mehrere eigene Untersuchungen und Entdeckungen finden, die ich während der vieljährigen praktischen Ausübung dieser Wissenschaft theils bei ökonomischen, theils bei militai-

rischen Messungen selbst zu machen Gelegenheit fand.

Zu diesen gehören: Die Theorie des reflectirenden Halbkreises (Reflectors), die Verbesserung des Winkelkreuzes; die Anwendung der Mayerischen Wiederholungsmethode bei Winkelbestimmungen mit dem Meßtische; mehrere Aufgaben des dritten Abschnitts und fast alle Sätze, welche die Lehre vom Rückwärtseinschneiden begründen; die Methode, aus zwei Visirliniendreiecken den Standort zu bestimmen; die Aufgaben des fünften Abschnitts, außer der ersten; und endlich die dritte Tafel, nebst der im Anhange vorgetragenen flüchtigen trigonometrischen Triangulirmethode.

Dahingegen habe ich alles dasjenige, welches von keinem praktischen Nutzen und bloß als eine Spielerei zu betrachten ist, gänzlich übergangen.

Dieses, so wie eine vollständige Beschreibung und genaue Abbildung der zweckmäßigsten, und zugleich der neuesten, durch Schriften noch

nicht bekannt gewordenen, Meßwerkzeuge, welche man so reichhaltig vergebens in einem der bis jetzt bestehenden Hand- oder Lehrbücher suchen dürfte, wird hoffentlich dem wirklich praktischen Geometer Anlaß zu einer richtigen Beurtheilung dieses Werkes geben, dem die Fortsetzung, sobald es meine beschränkte Zeit und meine Familienverhältnisse gestatten, folgen wird. Splitterrichtern und Winkelrezensenten aber, welche dasselbe vielleicht aus unlautern Absichten oder einseitig beurtheilen dürften, und solchen, deren Kritik man auf das Gelindeste mit dem Namen Wortklauberei beehren kann, werde ich nur dann antworten, wenn ich es der Mühe werth halten sollte.

Mein eifrigster Wunsch ist, daß mir auch fernerhin sich Gelegenheit darbieten möge, meine Kräfte zum Besten eines Staats anzuwenden, in welchem ich durch die Gnade unsers gütigen Königs eine liebevolle Aufnahme, humanere und freundliche Obere, theilnehmende Freunde und fleißige und aufmerksame Zuhörer fand, und dadurch demselben dankbar verpflichtet wurde.

Berlin im Juli 1819.

Der Verfasser.

Inhalt.

Seite

Einleitung. 1
I. Begriffe. . . . . —
II. Von der Verzeichnung ähnlicher Dreiecke durch Hülfe des Zirkels und Lineals. 7
III. Maaße. 9
Vergleichung einiger der vorzüglichsten Ruthen- und Fußmaaße nach pariser Linien. . . 21
Eintheilung verschiedener Ruthen. . . . 27
Vergleichung einiger zur Ausmessung der Grundstücke gebräuchlicher Flächenmaaße mit preußischen Quadratruthen. 36
Verschiedene Morgen nach ihrer Eintheilung in ihren landesüblichen Quadratruthen. . 37
IV. Von der Verwandlung der Maaße. . . 40
I. Tafel zur Vergleichung des preußischen Werkfußmaaßes mit dem alten und neuen pariser Maaße. 43
II. Tafel. Vergleichung des preußischen Feldfußes mit dem preußischen Werkfuße und dem pariser Fuße. 47
Gebrauch dieser Tafeln. 49

Seite

Erste Abtheilung.

Erster Abschnitt.

Theorie und Beschreibung der Meßwerkzeuge. Eintheilung. 53

A. Werkzeuge, mit welchen Linien unmittelbar abgesteckt und gemessen werden. . . . 54

a. Auf dem Felde. . . . . —

b. Auf dem Papier. 74

Das Reißzeug. 75

Der Handzirkel. 76

Der Einsatzzirkel. 78

Der Federzirkel. 79

Die Situationsfeder. 80

Die Transversalmaaßstäbe. 81

Vorschrift zur Verjüngung der Maaßstäbe bei ökonomischen Vermessungen. . . . 85

Vorschrift zur Verjüngung der Maaßstäbe bei militairischen Vermessungen. . . . 86

Der geradlinigte Vernier- oder Noniusmaaßstab. 89

Der Reductionszirkel und dessen Gebrauch. 95

Tafeln zur Eintheilung desselben. . . 100

Der Stangenzirkel und dessen Gebrauch. . 103

Die Mikrometerschraube und ihr Gebrauch. 104

Der dreifüßige Zirkel. 108

B. Von den Werkzeugen, welche zum Abstecken und Messen der Neigung oder Abweichung zweier Linien, oder der Winkel dienen. . . 109

	Seite
a. Auf dem Felde.	109
1) Eintheilung.	—
2) Von den Winkelmessern überhaupt. .	113
3) Beschreibung der Winkelmesser. . .	115
Die Kreuz= oder Winkelscheibe. . .	—
Der Meßtisch.	120
Das Niveau oder Libelle.	128
Das Visir= oder Diopterlineal. . .	134
Das Lehmannische Diopterlineal. . .	137
Die Kippregel und das Diopterfernrohr.	139
Die Einlothzange oder Gabel. . . .	142
Die Orientir-Boussole.	143
Die Boussole.	144
Die Patent=Boussole.	152
Das Astrolabium.	156
Der Repetitions=Theodolit von Rösler.	164
Schmalcalders tragbarer Patent=Theodolit. (Die neueste englische Erfindung.) .	171
Von den Spiegelwerkzeugen überhaupt.	176
Der Spiegelsextant von Hadley. . .	179
Der katadioptrische Zirkel von Höschel.	196
Der reflectirende Halbkreis von Douglas.	200
Etwas über den Cathetometer von Dr. Crelle.	208
Schmalcalders Höhenmesser. . . .	210
Werkzeuge zur Messung von Weiten aus einem Stande.	213

Seite

Das Paccecianische Pantometrnm. . . 213
Der Branderſche Diſtanzmeſſer. . . 214
Der Diaſtimeter von Romershauſen. . 216
Unterſuchung der Fehler der winkelmeſſenden Werkzeuge, und Correctionen einiger derſelben. 219
Tafel über die Parallaxe. 246
b. Von den Werkzeugen, mit welchen Winkel auf dem Papier verzeichnet und auf demſelben gemeſſen werden. 249
Verzeichnung eines gegebenen Winkels durch Hülfe des Zirkels, des tauſendtheiligen Maaßſtabes und trigonometriſchen Tafeln. 249
Der geradlinigte Transporteur und deſſen Anwendung. 251
Werkzeuge, welche mit einer Eintheilung in Grade verſehen ſind und dadurch zum Auftragen und Meſſen der Winkel auf dem Papier gebraucht werden. . . 256

Zweiter Abſchnitt.

Unmittelbare Meſſung der Längen oder Linien. . 259
Begriff. . . . . —
Das Abſtecken der Linien. 266
Unmittelbare Meſſung zugänglicher Weiten oder Standlinien. 271

Seite

a. Mit Maaßstäben. 271
b. Mit der Meßkette. 273
c. Durch Schritte. 280

Verwandlung der in schiefen Ebenen gemessenen Längen oder Linien in ihre horizontale Projection. 282
Absteckung und Messung der horizontalen, vertikalen und schiefgeneigten Winkel. 287
Messung horizontaler Winkel mit dem Meßtisch, sowohl einfach, als vielfach. 287
Winkelmessung durch die Boussole. . . . 295
Winkelmessung mit dem Astrolabium. . . 297
a. Messung eines Horizontalwinkels. . . —
b. Messung eines Vertikalwinkels. . . 299
Winkelmessung mit dem Röslerschen Theodoliten. —
a. Messung eines Horizontalwinkels. . . —
b. Messung eines Vertikalwinkels. . . 303
Winkelmessung mit den Spiegelwerkzeugen. 306
Messung eines terrestrischen Winkels in der Ebene seiner Schenkel. . . . . —
Messung der Höhen- und Tiefenwinkel. . 311
Reduktion der Winkel auf die Mitte des Standorts, oder das Centriren der Winkel. . . 314
Reduktion der in schief geneigten Ebenen gemessenen Winkel auf dem Horizont des Scheitelpunkts. 320

Dritter Abschnitt.

A. Messung der Entfernungen mit der Meßkette und den Absteckstäben. 330

Seite

B. Aufnahme von Grundstücken und krummen Linien durch Kette und Stäbe. 337

C. Messung unzugänglicher Weiten mit der Meß-kette, den Absteckstäben und dem Winkelkreuz. 340

Vierter Abschnitt.

Gebrauch des Meßtisches. 360

Erste Methode. Entfernungen und Grundstücke durch das Vorwärtsvisiren und Messen mit dem Meßtische zu messen und aufzunehmen. . 361

Zweite Methode. Durch Umziehen oder aus dem Umfange. 365

Dritte Methode. Durch Vorwärtsvisiren und Vorwärtsabschneiden. 368

Vierte Methode. Durch Seitwärtsabschneiden. 373

Fünfte Methode. Durch Rückwärtseinschneiden oder Stationiren. 386

Untersuchung über die Lage des zu wählenden Standorts. 388

Erste Auflösung der Aufgabe: Durch Umtragung der Peripheriewinkel in einem Kreise. 390

Zweite Auflösung. Durch Verzeichnung zweier excentrischer Kreise, welche sich in den zu bestimmenden Punkten schneiden. . . 399

Dritte Auflösung. Durch Annäherung. . 402

a. Nach Lehmann aus einem Visirlinien-dreieck. . . . . —

Seite

b. Die von dem Verfasser erfundene Auflösung, durch Hülfe zweier entgegengesetzt liegenden Visirliniendreiecke, und der proportionalen Theilung einer Sehne des Kreises, welcher durch den zu bestimmenden Standort und die äußersten vor sich liegenden Richtpunkte auf dem Meßtische gehet. 421

Auflösung der Aufgabe, wenn die drei Richtpunkte in einer geraden Linie liegen. . 424

Aufnahme der Berge. 425

Fünfter Abschnitt.

Gebrauch des reflektirenden Halbkreises, des catadioptrischen Zirkels, oder des Dosensextanten zu geometrischen Aufnahmen. 427

Das Rückwärtseinschneiden durch Spiegelwerkzeuge. 436

Sechster Abschnitt.

Gebrauch der Boussole zur Bestimmung der Entfernungen und Aufnahme von Grundstücken. . 437

Das Rückwärtseinschneiden durch Hülfe der Boussole zu verrichten. 442

I. Reductionstafel,

um aus schief gemessenen Längen und deren Neigung gegen den Horizont den horizontalen oder

Seite

vertikalen Abstand der Endpunkte dieser Längen zu finden. 443

II. Tafel,

zum Messen und Abstecken der Winkel nach Graden, mittelst der Meßkette, enthaltend die Länge der Sehne des Winkels nach Fußen und Zollen, wenn die Länge der gleichen Schenkel = 30 Fuß gemacht werden. 465

III. Tafel,

zur Bestimmung der Länge einer Standlinie, als aliquoter Theil einer zu messenden Weite. . . . 479

Anhang.

Ohne trigonometrische Rechnung durch Hülfe der vorstehenden Tafel die Seiten schiefwinkliger Dreiecke einzeln eben so genau zu bestimmen. . . . 482

Ein=

Einleitung.

I. Begriffe.

Messen heißt untersuchen, wie oft eine bekannte Größe, das Maaß, in einer andern Größe, welche man messen will, enthalten ist. Wird die Messung einer Größe durch wirkliche Anlegung des Maaßes an dieselbe verrichtet, so nennt man sie eine unmittelbare Messung. Bestimmt man hingegen das Maaß, oder die Ausdehnung einer zu messenden Größe, aus andern bereits (unmittelbar oder mittelbar) gemessenen Größen, entweder durch Zeichnung (Construction) oder Rechnung, so nennt man dies eine mittelbare Messung.

Die unmittelbare Messung kann in einer horizontalen, schiefgeneigten, oder vertikalen Ebene verrichtet werden. Da aber alle Messungen durch Zeichnung auf dem Papier versinnlicht

werden, dessen Lage man sich stets wagerecht oder senkrecht denkt; so pflegt man alle in schiefgeneigten Ebenen (deren Neigungen gegen den Horizont unendlich verschieden sind,) angestellten Messungen durch Rechnung oder Zeichnung auf Ebenen von bestimmter Neigung, nämlich auf Horizontal- oder Vertikal-Ebenen zurückzuführen, welches Geschäft man dann die Reduktion aus einer Ebene in die andere heißt. Daher erhält eine jede Messung den Namen einer Horizontalmessung, wenn man die Größe der horizontalen Entfernung zweier auf der Oberfläche der Erde bestimmten Punkte, oder die horizontale Ausdehnung eines Stücks derselben durch Messung zu bestimmen sucht; hingegen erhält sie den Namen einer Vertikal- oder Höhenmessung, wenn man die Ausdehnung eines auf der Oberfläche der Erde befindlichen Gegenstandes, oder den Abstand eines Weltkörpers von dem Mittelpunkte derselben, in vertikaler Richtung bestimmen will.

Das auf dem Papier durch Zeichnung nach verjüngtem Maaßstabe dargestellte Bild einer horizontal gemessenen Größe, welches derselben nicht congruent, sondern ähnlich ist, nennt man den Grundriß, die orthographische Projection, den Plan, oder die Karte der Größe. Das Bild einer Vertikalmessung nennt man den Durchschnittsriß, oder das Profil der gemessenen Größe.

Die Vermessungskunde lehret sowohl die Ausdehnung eines in Vergleichung mit der ganzen Oberfläche der Erde nur kleinen Stück Landes, als auch die Größe und Figur der Erde durch Anwendung der Lehren der reinen und angewandten Mathematik zu bestimmen. Sie zerfällt, rücksichtlich des Endzwecks, zu welchem man die Ausdehnung eines Theils der Erdoberfläche zu wissen verlangt, in folgende zwei Haupttheile:

A. in die ökonomische oder Feldmeßkunst, welche die Ausmessung und Entwerfung (Projection) einzelner Figuren oder Stücke (Grundstücke) z. B. Gebäude, Felder, Wälder, Wiesen, Gärten, Landseen, Teiche, Flüsse, Wege, Grenzen u. s. w. und deren gleichmäßige Vertheilung lehrt;

B. in die topographische oder Landmeßkunst, Lehre vom Aufnehmen (Mappirung, Chartirung), welche die Ausmessung und Entwerfung der Figur ganzer Länder oder Distrikte lehrt.

Erstere ist daher nur als ein Theil der Landmeßkunst anzusehen.

Niedere Vermessungskunde nennt man diese Wissenschaft, wenn die gesuchten Resultate nur durch Anwendung der Lehren der Elementargeometrie und Trigonometrie gefunden werden; höhere Vermessungskunde hingegen, wenn man zur

Bestimmung dieser Resultate die Lehren der höhern Mathematik und Astronomie anwendet.

Die Hülfsmittel, deren sich die Vermessungskunde zur Erreichung ihres Endzwecks bedienet, sind nach Lambert folgende:

a) Gesetze der Natur, zu ihnen gehören:

1) Die Bewegung der Erde, welche die astronomische Mittagslinie und die Verkürzungen des Pendels in verschiedenen Höhen giebt.

2) Die Gestalt der Erde; sie giebt die Winkel, welche die Objecte mit ihrem Mittelpunkte machen, und verschiedene Kreise auf ihrer Oberfläche.

3) Die Schwerkraft der Körper, und die Richtung ihres Falles, welche die vertikale und horizontale Richtung, nebst der Geschwindigkeit fallender Körper bestimmt.

4) Die Richtung des Magneten, welche die magnetische Mittagslinie giebt.

5) Der Weg des Lichtes, welcher gerade Linien bestimmt.

6) Das Licht der Sonne und der Sterne, bestimmt parallele Linien und Flächen, und den Schatten der Körper.

7) Die Zurückstrahlung (Reflexion) des Lichtes, giebt gleiche Winkel.

8) Die Brechung (Refraction) des

Lichtes in der Luft, welche zur Berichtigung gefundener Resultate dient.

9) Die Brechung des Lichtes durch erhabene (convex) geschliffene Gläser, die Camera obscura, Camera clara, Camera lucida, und die perspectivischen Zeichnungen, nebst den Mikrometern bei Fernröhren, dienen zur Bestimmung der Winkel und Entwerfung der Figuren.

10) Objecte, welche so gut als unendlich entfernt sind, bestimmen parallele Linien.

11) Die Schwere der Luft durch das Barometer gemessen, giebt Höhenbestimmungen der Oerter.

12) Der Schall mißt den Abstand des Ortes, von dem er kömmt, durch die Geschwindigkeit und Zeit.

13) Die gleichförmige Bewegung, bestimmt den durchlaufenen Raum durch die Zeit und Geschwindigkeit, und proportionale Theile durch die Zeit allein.

ß) Werke der Kunst, als:

1) Gebäude geben vertikale und horizontale Linien und Flächen, die mehrentheils rechtwinklich sind.

2) Figuren, die eine kenntliche Regularität haben, als runde Thürme, Wasserbecken ꝛc.

γ) Die Geometrie, dahin gehöret:

1) Alles, was man ausmessen kann, ohne sich von der Stelle zu bewegen; besonders aber

2) Punkte, die man als unendlich entfernt ansehen kann, s. α. 10.

Die Entwerfung der Grundstücke sowohl, als der Länder geschiehet durch Zeichnung, nach den Lehrsätzen der Elementargeometrie, welche die Construction der ähnlichen Dreiecke begründen, weil man jede Figur durch Zerfällung auf Dreiecke zurückführt. Die Verzeichnung selbst geschiehet dann auf einer Ebene, dem Papier; weshalb, wie vorher erinnert worden, die zu dieser Verzeichnung dienenden Stücke, das heißt die Seiten und Winkel der zu verzeichnenden Figuren (unmittelbar oder mittelbar) wagerecht oder horizontal gemessen werden müssen.

Ehe und bevor man aber die Verzeichnung einer gemessenen Figur nach verjüngtem Maaßstabe vornehmen kann, muß man wissen, wie durch Hülfe des Zirkels und Lineals die ähnlichen Dreiecke verzeichnet werden, aus welchen eine solche Figur bestehet. Da öfters in den Lehrbüchern der Elementargeometrie die Construction ähnlicher Dreiecke nicht enthalten ist, so wird es nicht unnütz sein, diese vor allen andern zuerst zu zeigen.

II. Von der Verzeichnung ähnlicher Dreiecke durch Hülfe des Zirkels und Lineals.

Die Construction ähnlicher Dreiecke kann auf fünferlei Art verrichtet werden; denn es können unter den das Dreieck bestimmenden Stücken folgende gegeben sein:

I. Alle drei Seiten AB, AC und BC, Fig. 1. Tab. I.

II. Zwei Seiten AB, BC, und der von diesen Seiten eingeschlossene Winkel B.

III. Zwei Seiten AB und BC, und der der grösern Seite BC gegenüber liegende Winkel A.

IV. Eine Seite BC, und beide anliegende Winkel B und C.

V. Eine Seite BC, ein anliegender Winkel B, und ein gegenüber liegender Winkel A.

Construction bei den unter No. I. zur Bestimmung gegebenen Stücken.

Die Seite BC wird verjüngt als Grundlinie aufgetragen, und aus ihren Endpunkten B und C mit den andern ebenfalls verjüngten Seiten AB und AC, als Halbmessern, oberhalb der Linie BC Kreisbogen $\overset{\frown}{ab}$ und $\overset{\frown}{cd}$ beschrieben, so ist der Durchschnittspunkt A dieser beiden Bogen der Scheitelpunkt des der Seite BC gegenüber liegenden Win-

kels A, welchen man mit den Endpunkten B und C der Seite BC zu einem Dreieck verbindet.

Construction für den Fall No. II.

Man trägt die Seite BC verjüngt auf, trägt an deren Endpunkt B den gegebenen Winkel B auf, und macht dessen Schenkel BA gleich der Verjüngung der gegebenen Seite AB. Verbindet man nun die Punkte A und C durch eine gerade Linie AC, so ist ABC das verlangte ähnliche Dreieck.

Construction für den Fall No. III.

Die Seite AB Fig. 2, an welcher der gegebene Winkel A liegt, trägt man verjüngt auf; an dieselbe trägt man den gegebenen Winkel A an, und verlängert den Schenkel Ae dieses Winkels unbestimmt. Nun beschreibt man aus B mit der verjüngten Seite BC, als Halbmesser einen Bogen fg. Wo dieser den Schenkel Ae des Winkels A durchschneidet, ist der Scheitelpunkt C des dritten Winkels C, und man darf nur noch A, C, und B durch die Linien AC und BC verbinden, so ist das verlangte ähnliche Dreieck gebildet.

Construction für den Fall No. IV.

Man trägt an die Endpunkte B und C der verjüngt aufgetragenen Dreiecksseite BC die gegebenen Winkel B und C an, und verlängert die

Schenkel dieser Winkel, bis sie sich im Punkte A schneiden, und das ähnliche Dreieck ABC bilden.

Construction für den Fall No. V. (Fig. 1)

Die verjüngt aufgetragene Seite BC wird bis h verlängert, und der gegebene Winkel B, sowohl in B, als auch an die Verlängerung von BC in C, und nach einerlei Richtung hin, aufgetragen, so daß der Winkel iCh = ABC ist. Ueber den Schenkel Ci des Winkels iCh trägt man den gegebenen Winkel A = ACi auf; so wird der Winkel ACh = ∠ ACi + ∠ iCh = ∠ A + ∠ B sein. Verlängert man die Schenkel AC und AB, der aufgetragenen Winkel, bis sie sich in dem Punkte A schneiden, so ist das verlangte ähnliche Dreieck construirt.

III. Die Maaße.

A. Längenmaaße.

Zur Ausübung einer jeden Messung ist es nach den Grundsätzen der Geometrie nothwendig, daß die bekannte Größe, das Maaß, mit der unbekannten Größe, deren Ausdehnung man bestimmen will, von einerlei Art sei. Da aber die Einheit des Maaßes willkührlich angenommen ist, so sind die an verschiedenen Orten zur Messung bestimmten Maaße nicht einander gleich, sondern verschieden.

Zu den Längenmaaßen bediente man sich anfänglich der Abmessungen gewisser Theile des menschlichen Körpers, z. B. der Klafter, (Breite des Men-

schen von der äußersten Fingerspitze der rechten Hand bis zu der äußersten Fingerspitze der linken Hand, bei horizontal- und in einer Vertikalebene ausgebreiteten Armen,) der Spanne, (Ausspannung des Daumens und Mittelfingers) des Schrittes, des Fußes oder des Schuhs, und der Daumenbreite (des Zolles). Die Verschiedenheit der körperlichen Größe der Menschen mußte nothwendig auch eine Verschiedenheit dieser zu Längenbestimmungen angewendeten Ausdehnungen des menschlichen Körpers herbeiführen, und dadurch Fehler in solchen Bestimmungen veranlassen. Um daher die an verschiedenen Orten gebrauchten Maaße gegen einander zu vergleichen, mußte man die Verhältnisse der verschiedenen Maaße durch Zahlen zu bestimmen suchen, welches Mittel man noch jetzt anwenden muß, um die Größen zweier gleichnamigen Maaße verschiedener Oerter gegen einander zu vergleichen.

Der Bestimmung eines für alle Orte geltenden allgemeinen oder Normalmaaßes scheinen sich durch die Uneinigkeit der Menschen unübersteigliche Hindernisse in den Weg zu legen, so wünschenswerth übrigens die Ausführung eines solchen Gedankens wäre. Die Länge eines solchen Normallängenmaaßes müßte aber aus der Natur selbst genommen sein, und die fast unmögliche Eigenschaft der Unveränderlichkeit besitzen.

Frankreichs Gelehrte schlugen zu diesem End-

zweck die Länge des Secundenpendels an bestimmten Orten der Oberfläche der Erde vor, und zwar verlangte Condamine, welcher die Gradmessung unter dem Aequator leitete, zur Länge des Normalfußes den dritten Theil der Länge des Pendels, welcher an diesem Orte Secunden schlägt. Die Länge des Pendels würde daselbst nach Godins und Condamine = 438,9 Linien des pariser Fußes (pied du Roi,) sein, welchen man in 144 Linien einzutheilen, und danach andere Maaße zu bestimmen pflegt. Folglich wäre das Verhältniß dieses Fußes zu dem pariser Fuße wie $\frac{438,9}{3}$: 144 d. i. wie 146,3 : 144 pariser Linien. Voyage de la rivière des Amazons, p. 202.

Boguer hingegen war der Meinung, daß es besser sei, zu diesem Normalfuße den dritten Theil der Länge des Pendels an einem Orte im 45sten Grade der Breite anzunehmen, weil nicht allein jeder Europäer leichter zu einem Orte in dieser Breite gelangen kann, sondern auch die Pendellänge daselbst wegen der geringern Hitze leichter sich ausmitteln läßt, als unter dem Aequator. In dieser Breite ist aber die Länge des Secundenpendels = $440\frac{2}{3}$ pariser Linien, mithin die Länge des Normalfußes = 146,8 pariser Linien, und dessen Verhältniß zum pariser Fuße wie 146,8 : 144. Fig. de la terre, p. 300.

Die Länge des pariser Fußes (pied du Roi), dessen man sich noch immer als eines Normalfußes bedient, hat Mairan bestimmt, und man theilt denselben zur Bestimmung anderer Maaße in 12 Zolle, jeden Zoll in 12 Linien, und jede Linie in 10 Punkte, wodurch die ganze Länge desselben in 144 Linien oder 1440 Punkte getheilt wird.

Um die Maaße anderer Oerter zu bestimmen, muß man sich einer Vergleichungstabelle der Fuße bedienen, welche die Verhältnißzahlen der Fuße anderer Oerter zu dem pariser Fuße enthält, und mit einem genauen und richtigen pariser Fuße versehen sein, von welchen man sodann diese Maaßverhältnisse abnimmt.

Anm. Diejenigen Leser, welche einen genauen pariser Fuß oder den Meter (siehe weiter hinten) zu besitzen wünschen, können durch den Mechanikus Herrn Winkler oder May, beide zu Dresden, solche zu billigen Preisen, auf Metall oder Holz getheilt, erhalten. Letzterer liefert für den äußerst geringen Preis von zwei Thalern Maaßstöcke von Buchsbaumholz, welche zwei geometrische Fuße lang, zum Zusammenlegen eingerichtet sind, und auf beiden Seiten viererlei Maaße enthalten, welche man dem Künstler bestimmen muß. Ersteren bitte ich mit dem wegen des Kaleidoscops, der Schafzeichen, der Hühneraugenfeilen und anderer Erfindungen bekannten hiesigen akademischen Künstler, Winkler, nicht zu verwechseln.

Der Normalfuß, dessen man sich in den preußischen Staaten, nach den Bestimmungen der

Maaß- und Gewichts-Ordnung für die preußischen Staaten vom 10ten May 1816, unter dem Namen des preußischen Fußes, (sonst brandenburgischer oder rheinländischer Fuß genannt,) bedient, enthält als Grundmaaß 139,13 pariser Linien. Diesen Fuß pflegt man auch den preußischen Werkfuß zu nennen.

Die Ruthe, welche man zu allen Vermessungsarbeiten in den preußischen Staaten anwendet, ist 12 solcher preußischen Werkfuße lang, wird aber, der bequemern Rechnung wegen, nur in 10 gleiche Fuße eingetheilt, die geometrische oder Feldfuße genannt werden. Mithin ist die Länge eines solchen Feldfußes = 1,44 preußische Werkfuß = 166,956 pariser Linien. Zwei solche Feldfuße nennt man einen gemeinen Schritt. Der Werkfuß wird in 12 Werkzolle, der Werkzoll in 12 Werklinien, die Werklinie in 12 Werkscrupel, mithin der ganze preußische Werkfuß in 1728 Werkscrupel getheilt *).

Der Feldfuß wird in 10 Feldzoll, der Feldzoll in 10 Feldlinien, die Feldlinie in 10

---

*) Bei der Königl. Preuß. Artillerie theilt man die Werklinie nur in 10 Scrupel, mithin den Werkfuß nur in 1440 Scrupel. Die preußische Elle hält 25½ Werkzoll, welches man wohl berücksichtigen muß, wenn man Maaße an Handwerker und dergl. giebt, und sich darnach Vermessungsrequisiten anfertigen lassen will.

Feldscrupel, mithin der ganze Feldfuß in 1000, und die Ruthe in 10000 Feldscrupel vertheilt.

Das Werkmaaß nennt man seiner zwölftheiligen Eintheilung wegen, das Duodecimalmaaß. Hieraus ergiebt sich, was unter Duodecimalfuß, Duodecimalzoll, Duodecimallinie und Duodecimalscrupel zu verstehen ist. Das Feldmaaß hingegen nennt man, wegen der zehntheiligen Eintheilung, Decimalmaaß, daher man auch von Decimalfußen, Decimalzollen, Decimallinien, und Decimalscrupeln spricht.

Folgende Tafeln dienen zur Uebersicht der Unterabtheilungen beider Maaße:

Preußisches Werk- oder zwölftheiliges Längenmaaß.

Ruthen.	Fuße.	Zolle.	Linien.	Scrupel.
1	12	144	1728	20736
	1	12	144	1728
		1	12	144
			1	12

Preußisches Feld- oder zehntheiliges Längenmaaß.

Ruthen.	Fuße.	Zolle.	Linien.	Scrupel.
1	10	100	1000	10000
	1	10	100	1000
		1	10	100
			1	10

Folglich sind:

12	preuß.	Werkfuß	=	10	pr.	Feldfuß.
144	=	Werkzoll	=	100	=	Feldzoll.
1728	=	Werklinien	=	1000	=	Feldlinien.
20736	=	Werkscrupel	=	10000	=	Feldscrupel.

Aus Vorhergehendem ergiebt sich, daß die Ruthe, des verschiedenen Gebrauchs wegen, entweder in 12 oder in 10 gleiche Theile getheilt wird, aber immer gleicher Länge ist, obschon in den Lehrbüchern der Mathematik darüber verschiedene falsche Angaben enthalten sind, die den Unkundigen irre leiten.

Wenn vom preußischen oder brandenburgischen Fuße gesprochen wird, so verstehet man allemal darunter den zwölftheiligen, den Duodecimal- oder Werkfuß.

Die Zeichen, deren man sich der Kürze wegen, bei der Angabe von Maaßen zu bedienen pflegt, sind folgende:

Ruthe.	Fuß.	Zoll.	Linie.	Scrupel.
$^{\circ}$.	$^{\prime}$.	$^{\prime\prime}$.	$^{\prime\prime\prime}$.	^{IV}.

Für Duodecimal schreibt man gewöhnlich ddc, und für Decimal dc.

Folglich heißt:

$5^{\circ}\ 6^{\prime}\ 7^{\prime\prime}\ 3^{\prime\prime\prime}\ 8^{IV}$ dc. so viel, als

Fünf Ruthen, sechs Fuß, sieben Zoll, drei Linien und acht Scrupel des Decimalmaaßes.

Vormals wurden in verschiedenen Theilen des preußischen Staates folgende Ruthen und Fuße zu Vermessungen angewendet, und man findet noch Karten und Pläne, welche deren Kenntniß nothwendig machen.

A. In der Neumark.

1. Die soldinsche Ruthe = 14′, 1″ preuß. Werkmaaß.
2. Die alt-cüstrinsche Kammerruthe = 15′, 3″ pr. Werkmaaß.
3. Die große neumärkische Landruthe = 16′ pr. Werkmaaß.

B. In Vorpommern.

4. Die pommersche Matrikularruthe = 14′ $10\frac{2}{3}$″ pr. Werkmaaß.

C. In Preußen.

5. Die alt-culmisch, polnisch-preußische oder westpreußische Ruthe = $7\frac{1}{2}$ culmische Ellen = 13,77 pr. Werkmaaß.

Die altculmischen Längenmaaße hatten folgende Unterabtheilungen:

Meile.	Gewende	Seile.	Ruthen.	Ellen.	Fuße.
1	30	180	1800	13500	27000
	1	6	60	450	900
		1	10	75	150
			1	$7\frac{1}{2}$	15
				1	2

6. Die neuculmisch oder ostpreußisch-culmische Ruthe
= 167,87″ pr. Werkmaaß nach Eitelwein.
* = 167,82″ = = = Suchdoletz.
7. Die oletzkosche Proberuthe = 167,87″ pr. Werkmaaß.
8. Die Teichgräber Ruthe = 15′ pr. Werkmaaß.
9. 51 königsberger Fuße = 50 pr. Werkfußen.
10. 35 danziger Fuße beinahe = 32 pr. Werkfußen.
11. Der polnische oder warschauer Fuß (Stopa)
= 11,385″ pr. Werkmaaß.
12. Die polnische Ruthe (Pręt)
= 14,23125′ preuß. Werkmaaß.
= 1,1859375° = =

Eintheilung des polnischen oder warschauer Längenmaaßes.

Schnur Sznur.	Ruthen. Prętow.	Klafter. Sażni.	Ellen. Lokci.	Fuße. Stopy.	Zolle. Calów.	Linien. Liniów.	Scrupel. Punkty.
1	10	25	75	150	1800	21600	259200
	1	$2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	15	180	2160	25920
		1	3	6	72	864	10368
			1	2	24	288	3456
				1	12	144	1728
					1	12	144
						1	12

D. Im Großherzogthum Litthauen.

13. Die litthauensche Ruthe = 15 litthauenschen oder willnaer Fuß = 15′ 6,3″ pr. Werkmaaß.

Die Eintheilung dieses Längenmaaßes ist folgende:

Schnur od. Kette. Sznur.	Ruthen. Prętow.	Ellen. Lokci.	Fuße. Stopy.	Zolle. Calów.
1	10	75	150	1800
	1	$7\frac{1}{5}$	15	180
		1	2	24
			1	12

E. In Schlesien.

14. Der breslauer Fuß = 0,9174824′ preuß. Werkmaaß.

15. Die breslauer Elle = 1,8349745′ preuß. Werkmaaß.

16. Die breslauer Ruthe = 13,7623086 preuß. Werkmaaß.

F. Im Fürstenthum Eichsfeld, den Städten Nordhausen und Mühlhausen.

17. Die heiligenstädter Ruthe = 15′ preuß. Werkmaaß.

18. Die duderstädter Ruthe = 17′ 6″ 5,76‴ preuß. Werkmaaß.

19. Die worbisser Ruthe = 15′ preuß. Werkmaaß.

20. Die nordhäuser Ruthe = 13′ 3″ pr. Werkmaaß.

21. Die mühlhäuser Ruthe = 12′ 6″ 3,2‴ preuß. Werkmaaß.

G. In der Grafschaft Mark und dem Herzogthum Cleve.

22. Der cöllnische Fuß = 0,9157137′ pr. Werkmaaß.
23. Die cöllnische Ruthe = 16 cöllnischen Fuß.
24. Der holländische oder amsterdammer
Fuß = 0,901873′ pr. Werkmaaß.
25. Die = = = Ruthe = 1,052185° = = =

H. In dem Fürstenthum Minden.

26. = kalenberger
Ruthe = 1,2448788° pr. Werkmaaß.
= $14\frac{4}{49}\frac{6}{9}$′ = = =

I. In dem Fürstenthum Ostfriesland.

27. Der emdener oder gröninger
Fuß = 0,930784′ pr. Werkmaaß.
= 11,1694″ = = =

K. In dem Fürstenthum Anspach.

28. Die anspacher Ruthe = 0,955209° preuß. Werkmaaß.

In Frankreich führte man im Jahre 1793, während der Revolution ein neues allgemeines Decimal-Längenmaaß, den Meter ein, dessen Länge, nach spätern Bestimmungen = 3,078444 pariser Fuß oder = 443,295936 pariser Linien beträgt. Diese Länge ist aus der von Dünkirchen bis Mont-

Jouy bei Barcellona gemessenen Dreiecksreihe von den Herren Mechain und Delambre bestimmt. *)

Mit Hülfe der nöthigen astronomischen Bestimmungen fanden Beide bei dieser Messung mehr als den zehnten Theil von der ganzen Länge des Viertelerdmeridians zwischen dem Aequator und dem Pole, woraus sodann leicht der Meter als der zehnmillionte Theil des Viertelerdmeridians abgeleitet werden konnte.

Die Unterabtheilungen dieses französischen Längenmaaßes Meter (Mètre) sind folgende:

Myriameter.	Kilometer.	Hektometer.	Dekameter.	Meter.	Decimeter.	Centimeter.	Millimeter.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
0,1	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
0,01	0,1	1	10	100	1000	10000	100000
0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000	10000
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1000
0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100
0,000001	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10

Die Toise (französische Klafter) ist 6 Pariser Fuß lang = 6,2100.... pr. Werkfußen.

Die Pariser Elle (aune) enthält 1,880548 Meter.

*) Base du systéme métrique decimal par MM. Mechain et Delambre, III Tom, Paris, Baudouin. 1810.

Vergleichung einiger der vorzüglichsten Ruthen und Fußmaaße nach Pariser Linien.

	Pariser Linien.
Aachen, Fuß	128,5
Amsterdam, Fuß	125,4776
Anspach, Werkfuß	132,92
Ancona, Fuß = 0,1°	173,2
Antiochia, Fuß	189,2
Antwerpen, Fuß = $\frac{1}{20}$°	126,5
Aquila, Fuß	152,4
Augsburg, Fuß	131,3
Basel, Fuß = $\frac{1}{16}$°	132,2
Batavia, Fuß = $\frac{1}{12}$°	139,$\frac{1}{8}$
Bayern, Fuß	129,4
Bergamo, Fuß	193,3
Bern, Fuß	130,00
Böhmen, Fuß	131,4
Bologna, Fuß = $\frac{1}{10}$°	168,2
Brabant, Fuß	126,6
Braunschweig, Fuß	126,5
Bremen, Fuß	128,2
Brescia, Fuß	210,9
Breslau, Werkfuß	127,65
Briel, Fuß	148,6
Brügge, Fuß	122,6
Brüssel, Fuß	129,00
Castilien, Fuß von 15″	123,$\frac{2}{3}$
China, Feldfuß	141,7

	Pariser Linien.
Chur, Fuß	155,5
Cleve, Fuß	131,00
Cölln, Fuß	127,5
Cüstrin, vormals Kammerruthe	2121,732
Culm, Fuß, alter	127,72
Culm, Ruthe, westpreuß. oder alte	1915,82
ostpreuß. oder neue	1945,73
Cracau, Fuß	158,00
Cremona, Fuß	212,9
Dänemark, Fuß	139,13
Danzig, Fuß	127,175
Darmstadt, Fuß	127,6
Dortrecht, Fuß	159,6
Dresden, Fuß	125,3
Duderstadt, Werkfuß	128,5
Durlach, Werkfuß	129,00
Emden, Werkfuß	129,5
Erfurt, Fuß	125,1
Eyderstädt, Fuß	131,3
Ferrara, Fuß = 0,1°	177,9
Florenz, geogr. Fuß (Brac)	258,00
Frankfurt a. M., Werkfuß	126,162
Friedrichsstadt, Fuß	251,2
Genf, Fuß	216,3
Gibraltar, Fuß	125,3
Gießen, Fuß	132,00
Gotha, Fuß	127,5

	Pariser Linien.
Griechischer olymp. Fuß	137,35
	142,668
	136,8*
Gröningen, Fuß	130,00
Haag, Fuß	144,00
Halle, Werkfuß, vormaliger . . .	127,95
Feldfuß, vormaliger . . .	191,925
Hamburg, Fuß	127,00
Hannover, Fuß	129,5
Harlem, Fuß	126,7
Heidelberg, Fuß	123,5
Herforden, Fuß	131,00
Heiligenstadt, Werkfuß	125,5
Hildesheim, Fuß = $\frac{1}{16}$ °	124,2
Hollstein, Fuß	132,3
Kalenberger Fuß	129,9
Karlsruhe, Fuß	129,00
Königsberg in Preußen, Fuß, vormal.	136,402
Leipzig, gemeiner Fuß	125,10
Baufuß	125,30
Leyden, Fuß	139,183
Lindau, Feld- und Werkfuß . . .	128,00
Litthauenscher Fuß	144,00
Livorno, Fuß	202,2
Löwen, Fuß	126,6
London, Fuß (Foot)	135,1154

	Pariser Linien.
London, Fuß (Foot)	135,13*
	135,158
Lothringen, Fuß = 0,1°	129,2
Lucca, Fuß	261,5
Lübeck, Fuß = $\frac{1}{176}$°	129,00
Lüttich, Fuß	127,5
Mähren, Fuß	148,1
Malacca, Fuß	139,13
Manheim, Fuß	128,7
Mayland, Fuß	176,00
Maynz, Fuß	133,5
Mecheln, Fuß	123,9
Meklenburg, Fuß	129,00
Middelburg, Fuß	133,00
Modena, Fuß	281,2
Mühlhausen, Werkfuß	124,5
München, Fuß	129,38
Namür, Fuß	129,5
Neumärksche große Landruthe, vormal.	2226,08
Nordhausen, Werkfuß	129,75
Nürnberg, Stadtfuß	134,675
Oldenburg, Fuß	131,3
Oletzkoische Ruthe	1848,45
Osnabrück, Fuß	123,8
Ostende, Fuß	121,9
Padua, Fuß	189,9
Paris, Meter (définitif)	443,295936

Paris,

	Pariser Linien.
Paris, Fuß (Pied du roi) . . .	144,00
Pesaro, Fuß	157,0
Piacenza, Fuß	208,3
Pommerscher oder stettiner vormal. Fuß	129,47
Portugall, Baufuß	150,1
Reggio di Modena, Fuß	229,5
Reval, Fuß	118,7
Rheinländischer Fuß	139,183
Riga, Fuß	121,5
Rom, alter Fuß	130,66*
	130,683
	130,90
= neuer Fuß (Palmo dei Architetti)	99,0
	99,033*
	99,85
Rostock, Fuß	128,2
Rotterdam, Fuß	138,5
Rußland, Fuß	238,6
Savoyen, Fuß	120,0
Schweden, Fuß	131,587
Sicilien, Fuß	107,3
Soldinische Ruthe, vormal. . . .	1959,414
Spanien, Fuß	125,3
Stuttgart, Fuß	127,00
Stralsund, Fuß	129,0
Thorn, Fuß	131,5/6

	Pariser Linien.
Toledo, Fuß	122,6
Trient, Fuß	162,2
Trier, Fuß	181,0
Turin, (Piedi di liprando)	227,70
Tyrol, Fuß	148,1
Ulm, Fuß	128,1
Utrecht, Fuß	121,0
Venedig, Fuß	154,0
Verden, Fuß	129,0
Verona, Fuß	154,0
Vicenza, Fuß	153,5
Warschau, Fuß	132,00
Wesel, Fuß	104,2
Wien, Fuß	140,13*
	140,117
	140,12
Wismar, Fuß	129,0
Willna, Fuß	144,00
Wirtemberg, Fuß	126,8
Wittenberg, Fuß, alter,	125,5
Worbis, Werkfuß	127,00
Würzburg, Werkfuß	130,5
Zürch, Fuß	132,3

In vorstehender Tafel sind für einen Fuß oft mehrere Verhältnißzahlen angegeben; diejenige Verhältnißzahl, welche die richtigste zu sein scheint, ist aber immer mit einem * bezeichnet worden.

Wenn in der Vergleichung der Fußmaaße nicht die strengste Genauigkeit nöthig ist, so sind beinahe

45 anspacher Fuß	=	43	preuß. Werkfuß.
12 cöllnische Fuß	=	11	= =
35 danziger Fuß	=	32	= =
29 embener Fuß	=	27	= =
35 londoner Fuß	=	34	= =
27 Meter	=	86	= =
57 pariser Fuß	=	59	= =
21 londoner Fuß	=	17	preuß. Feldfuß
26 Meter	=	69	= =
80 pariser Fuß	=	69	= =
45 anspacher Ruthen	=	51	preuß. Ruthen
9 cöllnische Ruthen	=	11	= =
19 holländische Ruthen	=	20	= =
45 kalenberger Ruthen	=	56	= =
17 litthauensche Ruth.	=	22	= =
29 pariser Toisen	=	15	= =
54 altpomm. Ruthen	=	67	= =
43 warschauer Ruthen	=	51	= =

Eintheilung verschiedener Ruthen.

Die anspacher Ruthe theilt man in 12 Fuß.

=	cöllnische	=	=	= 16	=
=	culmische	=	=	= 15	=
=	danziger	=	=	= 15	=
=	dänische	=	=	= 12	=
=	engländische Rood	=	=	= $16\frac{1}{2}$	=

Die hallesche alte Ruthe theilt man in { 10 Feldfuße. / 15 Werkfuße.
= hamburger = = = = 16 Fuße.
= holländische = = = = 14 =
= kalenberger = = = = 16 =
= leidener = = = = 12 =
= leipziger = = = = { 10 Feldfuße. / 15 1/6 Werkfuß.
= litthauensche = = = = 15 Fuße.
= meklenburg. = = = = 16 =
= mühlhäuser = = = = 14 =
= nordhäuser = = = = 10 =
= nürnberger = = = = 16 =
= obereichsfeld. = = = = 10 =
= oletzkoische = = = = 15 =
= pariser Toise = = = = 6 =
= polnische Ruthe = = = = 15 =
= pommers. alte Ruthe = = = = 16 =
= preußische Ruthe = = = = { 10 Feldfuße. / 12 Werkfuße.
= pr. Teichgräberruthe = = = = 15 =
= rheinländische Ruthe = = = = 12 =
= schlesische = = = = 15 =
= schwedische = = = = 16 =
= untereichsfeld. = = = = 19 =

Die größte Einheit des bei Vermessungen zu berücksichtigenden Längenmaaßes ist die Meile. Die deutsche oder geographische Meile ist der funfzehnte

Theil eines mittleren Breitengrades der Erde. Sie ist, wie aus dem Vorhergehenden erhellet, aus dem Umfang der Erde bestimmt, und würde mithin, wenn diese eine vollkommene Kugel und kein Ellipsoid wäre, der 5400te Theil des Aequators sein. Nach Klügel ist die Länge der deutschen Meile = 23661 rheinländischen ddc Fußen; nach französischen Angaben aber nur = 23609,75 ddc Fußen.

Die Meilen verschiedener Länder sind eben so verschieden, wie die Fußmaaße. Bei den Deutschen scheint deren Größe durch die Länge des von einem guten Fußgänger in zwei Stunden zurückgelegten Weges bestimmt zu sein. Die Verschiedenheit der Fußgänger und der Wege ist daher wohl die Hauptursache der verschiedenen Meilen in Deutschland.

Die preußische Meile, welche bei ökonomischen und militairischen Messungen gebraucht wird, ist = 2000 preußischen Ruthen, und da auf eine Ruthe 5 Feldmesserschritt gerechnet werden = 10000 gemeinen Schritten; mithin = 5000 geometrischen oder geographischen gemeinen Schritten.

Die sächsische Meile hingegen ist bei der dasigen Landesvermessung zu 12000 dresdner Ellen = 7835 Schritten, angenommen worden.

Nachstehende Tafel enthält die vorzüglichsten Meilen, nach preußischen Werkfußen, und nach mittlern Meridiangraden bestimmt.

Meilen nach ihrem Grundmaaße.	In preuß. Werkfußen.	Gehen auf 1 Meridiangrad.
Arabische	6263	56,67
Armenische Farsang = 30 griechischen Stadien = 3 röm. Meilen	14197	25,00
Bayrische { kleine Meile . .	25000	14,15
Bayrische { große	40800	8,69
Böhmische zu 3545 Toisen .	22017	16,12
Burgundische zu 1500 rheinl. Ruthen	18016	19,70
Chinesische neue Li . . .	1835	193,40
Churbraunschw. Polizei = Meile = 2811,4 rheinl. Ruthen	33737	10,52
Dänische = 12000 dän. Ellen. à 2 rhein. Fußen . .	24000	14,79
Deutsche, alte, Rasta = 3 röm. Meilen	14197	25,00
neue kleine	20000	17,74
geograph. zu 4000 Schritt	23661	15,00
Egyptische Schönus zu 60 egypt. Stadien	18779	18,90
Flandrische	20000	17,74
Französische, alte gallische Leuka oder Lewa = 1,5 römische M.	7042	50,50
neue Lieue = 2400 geogr. Schritte . . .	14197	25,00
Seemeile = 3000 Schritte	17745	20,00
Großbrittannien, alte brittische, = 12 Quarantenä . .	7456	47,60

Meilen nach ihrem Grundmaaße.	In preuß. Werkfu=ßen.	Gehen auf 1 Me=ridian=grad.
Großbrittannien, neue engl. zu 1760 Yard	5135	69,12
Seemeilen	5915	60,00
Leagues	17445	20,00
Hamburgische	24000	14,79
Hessische	31440	11,29
Holländische	18680	19,00
Irrländische = 1500 geogr. Schr.	6536	54,30
Italienische = 1000 geogr. Schr.	5915	60,00
Jüdische, alte, Sabatherweg zu 2000 jüdisch=biblische Ell.	3521	100,80
Litthauische	28530	12,44
Londner zu 1666⅔ Yards .	4862	73,00
Niederländische Stunden . .	18043	19,67
= Seemeilen .	17745	20,00
Nürnbergische	27000	13,10
Oestreichische	47500	7,48
Persische, Farsang . . .	15774	22,50
Polnische = 1 Seemeile . .	17745	20,00
Portugiesische	19717	18,00
Preußische zu 1800 danziger Ru=then	24700	14,37
Römische, gewöhnliche, zu 8 olym=pischen Stadien . . .	4701	75,50
Russische, Wersta, = 1500 Ar=schinen	3402	104,3
Sächsische Polizei = Meile zu 16,000 Dresdner Ellen	28878	12,29
Schlesische zu 11250 Schles. Ell.	20658	17,18

Meilen nach ihrem Grundmaaße.	In preuß. Werkfußen.	Gehen auf 1 Meridiangrad.
Schottländische zu 1147 Toiſ.	7119	49,85
Schwäbische	29560	12,00
Schwedische zu 18000 Ellen	34094	10,41
Schweizerische	26688	13,30
Spanische zu 5000 Varas oder 2147 Toiſen	13328	26,63
Stadien oder Feldwege:		
1) griechische, olympische = 100 Orgy . . .	591	600,0
2) Seestadien . . .	473	750,0
3) egyptische	315	1125
Türkische, Berri	5323	66,67
= Seemeile . . .	4179	86,40
Ungarische	26625	13,33
Westphälische	36300	9,77

Ein mehreres über diesen Gegenstand in Vega's log. trig. Tafeln 2. Bd. Seite 349, und in den Schriften, welche Tob. Mayer im 1sten Theile seiner pr. Geometrie S. 85 angeführt hat.

Ueber die Verhältnisse der Ellen, welche selten einen Geometer interessiren, findet man in

„Eitelweins Vergleichungen der Maaße und Gewichte"

Seite 25, und in den früher genannten Schriften die nöthige Auskunft.

Bei den unterirdischen Messungen der Berg-

leute, oder dem Markscheiden, gebrauchet man, anstatt des Ruthenmaaßes, das Lachtermaaß. Folgende Tafel enthält die Verhältnißzahlen dieses Maaßes, in pariser Fußen ausgedrückt.

Lachter.	Pariser Fuße.	Lachter.	Pariser Fuße.
Clausthaler	5,9420	Joachimsthaler	5,9060
	5,9222		6,0201
	5,9032		
Dänische	6,1923	Oberharzer	5,9270
Eislebensche	6,2115	Pfälzer	6,5460
	6,1910	Preußische	6,4412
Freiberger	6,1108	Sächsische	6,0860
(alte)	5,9800	Schemnitzer	6,2322
	6,1055		6,2330
Idria	6,0260	Schlesische	5,9097
Joachimsthaler	6,0400	Schwedische	5,4830

Dieses Maaß enthält an den meisten Orten folgende Unterabtheilungen:

Lachter.	Achtel.	Lachterzolle.	Lachterprimen.	Lachtersecunden.
1	8	80	800	8000
	1	10	100	1000
		1	10	100
			1	10

B. Flächenmaaß.

Um die Größe einer Fläche, nach ihrer Ausdehnung in die Länge und Breite, zu bestimmen, muß man zum Maaße auch eine Fläche wählen, deren Größe oder Ausdehnung in Länge und Breite bekannt ist. Man bedienet sich daher zu diesem Endzweck des Quadrats, und so entstehen Quadratruthen, Quadratfuße, Quadratzolle, Quadratlinien und Quadratscrupel.

Diese Flächenmaaße werden, der Kürze halber, folgendermaaßen bezeichnet:

Quadratruthe.	Quadratfuße.	Quadratzolle.	Quadratlinien.	Quadratscrupel.
□°	□′	□″	□‴	□^{IV}

Die Eintheilung des zwölftheiligen sowohl, als auch des zehntheiligen Flächen- oder Quadratmaaßes, zeigen nachstehende zwei Tafeln:

Preußisches Werk- oder zwölftheiliges Flächenmaaß.

□°	□′	□″	□‴	□^{IV}
1	144	20736	2985984	429981696
	1	144	20736	2985984
		1	144	20736
			1	144

Preußisches Feld= oder zehntheiliges Flächenmaaß.

□°	□′	□″	□‴	□ⁱᵛ
1	100	10000	1000000	100000000
	1	100	10000	1000000
	1	100	10000	
		1	100	

Hieraus ergiebt sich, daß

100 □′ dc preuß. = 144 □′ ddc pr.
10000 □″ = = = 20736 □″ = =
1000000 □‴ = = = 2985984 □‴ = =
100000000 □ⁱᵛ = = = 429981696 □ⁱᵛ = =

Das erstere oder zwölftheilige Flächenmaaß wird selten zu Maaßbestimmungen angewendet; nur das letzte, oder das zehntheilige Flächenmaaß, dient zur Ausmessung der Grundstücke. Die Unterscheidung des zwölftheiligen von dem zehntheiligen Flächenmaaße wird, wie oben bereits geschehen, eben so wie bei dem Längenmaaße, durch Bezeichnung mit ddc (duodecimal oder zwölftheilig) oder dc (decimal oder zehntheilig) bewirkt.

Um aber bei Inhaltsbestimmung der Grundstücke große Zahlen zu vermeiden, bedienet man sich für eine gewisse Anzahl von Quadratruthen der Benennungen: Morgen, Acker, Juchart oder Joch, Landfläche, Vorling, Vorschlag, Drohne, Diemat, Tagewerk, Mannwerk, Thau, Nössel= Landes, Striegel,

Schmelle, Sottel, Dreigerthe, Gelenke, Gebreite, Bifünge, Einsatz, Scheffel, Hauste, Tonne und Hufe, und bestimmt alsdann unter einem solchen Namen eine Einheit der höhern Ordnung des Flächenmaaßes. Die Zahl der Quadratruthen, welche einer dieser Namen bezeichnet, ist nicht aller Orten gleich, und man muß wissen, wie viel Quadratruthen man an verschiedenen Orten unter diesen Benennungen verstehet. Es enthält folgende Tafel die Vergleichung solcher Einheiten des Flächenmaaßes mit den landesüblichen Quadratruthen.

Vergleichung einiger zur Ausmessung der Grundstücke gebräuchlichen Flächenmaaße, mit preuß. Quadratruthen.

	Preuß. □°
Anspacher Morgen	164,29
Calenberger Morgen	185,97
Churmärkische große Landfläche	400,00
Cöllnischer Morgen	224,0
Cüstrinscher Kammermorgen	484,51
Culmscher Morgen, alter	395,03
= = neuer	407,46
Danziger Morgen	391,65
Emdener kleiner Diemat	346,54
Französische Are	7,05
= Quadrattoise	0,2678
= Arpent légal	360,05
Holländischer Morgen	664,34
Litthauenscher Morgen	502,14

	Pariser □°
Magdeburgischer Morgen	180,00
Mühlhauser Acker	174,22
Neumärkischer großer Landmorgen .	533,33
Nordhauser Acker	195,24
Obereichsfeldscher Morgen	187,50
Oletzkoischer Morgen	367,73
Ostfriesischer Großdiemat	400,00
= Kammerdiemat . . .	400,00
= Moordiemat	703,12
Pariser Arpent	241,03
Pommersche Hägerhufe	27709,8
= Tripelhufe	20782,3
= Landhufe	13854,9
= Priesterhufe	9236,6
= Hackenhufe	6927,4
Schlesischer Morgen	394,59
Soldinscher Morgen	431,21

Verschiedene Morgen nach ihrer Eintheilung in ihren landesüblichen Quadratruthen.

Den anspacher Morgen theilt man in 360 dergl. □°
= braunschweiger = = = = 120 = =
= danziger = = = = 300 = =
= englischen Acker (Acre) = = = 160 = =
= hamburger Morgen = = = 600 = =
= holländischen = = = = 600 = =
= kalenberger = = = = 120 = =
= mecklenburger = = = = 300 = =

Den nürnberger Morgen theilt man in 200 dergl. □°
= östreichischen Jochart oder Joch
theilt man ein in 1600 □ Klafter.
= sächsischen Acker theilt man ein in 300 dergl. □°
= = Morgen= = = = 150 = =

Das französische Flächen= oder Feldmaaß hat ein Quadrat, dessen Seite zehn Meter oder einen Decameter lang ist, und Are heißt, zur Einheit. Es ist daher:

1 Are = 10 Deciare = 100 Centiare.
= 100 □Meter = $\frac{1}{10}$ Decare.
= $\frac{1}{100}$ Hectare = $\frac{1}{1000}$ Kylare.
= $\frac{1}{10000}$ Myriare.

C. Körpermaaße.

Zur Bestimmung des körperlichen Inhalts der Körper wendet man ebenfalls einen Körper, den Würfel oder Cubus an. Dieser erhält nach der zu seiner Seite gewählten Länge den Namen, und so entstehen Cubicruthen, Cubicfuße, Cubiczolle, Cubic=linien und Cubicscrupel. Man bezeichnet diese Kör=per= oder Cubicmaaße entweder mit dem Zeichen □ oder c.

Die Eintheilung des Körpermaaßes gründet sich auf die Eintheilung des Längen= und Flächen=maaßes.

Eintheilung des preuß. zwölftheiligen oder Duodecimal-Körpermaaßes.

c. Ruthen.	c. Fuße.	c. Zolle.	c. Linien.	c. Scrupel.
1	1728	2985984	5159780352	8916100448256
	1	1728	2985984	5159780352
		1	1728	2985984
			1	1728

Eintheilung des preuß. zehntheiligen oder Decimal-Körpermaaßes.

c. Ruthen.	c. Fuße.	c. Zolle.	c. Linien.	c. Scrupel.
1	1000	1000000	1000000000	1000000000000
	1	1000	1000000	1000000000
		1	1000	1000000
			1	1000

Die Schachtruthe ist ein im Bauwesen üblicheſ Maaß. Sie ist eine Ruthe lang und breit, und einen Werkfuß hoch. Eine solche Schachtruthe ist daher der zwölfte Theil einer Cubicruthe, und enthält folglich nur 144 c′ Duodecimalmäaß. Die bei dem Festungsbaue gebräuchlichen Maaße sind entweder die Schachtruthe, wo das preußische Duodecimalmaaß gebraucht wird; oder die Cubictoise, wenn das altfranzösische Maaß, die Toise, angewendet wird. Diese Cubictoise enthält 216 pariser Cubicfuße.

Nach den neuesten Verordnungen werden Steine, Mauerwerk, Faschinen, Erde, Torf und Brennholz nach Klaftern von 108 Cubicfuß Inhalt, oder 6 Fuß Länge und Breite und 3 Fuß Höhe, berechnet.

Zur Einheit des franzdsischen Körpermaaßes hat man einen Würfel, dessen Seite 0,1 Meter oder einen Decimeter lang ist, gewählt, und Litre genannt. Es ist:

1 Litre = 10 Decilitre = 100 Centilitre
= $\frac{1}{10}$ Decalitre = $\frac{1}{100}$ Hectolitre
= $\frac{1}{1000}$ Kyloliter = $\frac{1}{10000}$ Stère
= $\frac{1}{100000}$ c. Meter.

IV. Von der Verwandlung der Maaße.

Durch Hülfe der Lehre von den Verhältnissen und Proportionen kann man jedes gegebene Maaß eines Ortes in das Maaß eines andern Ortes verwandeln, so bald man nur die Verhältnißzahlen der Maaße dieser Orte kennt. Man hat dann das zu verwandelnde Maaß mit einem Bruche zu multipliciren, dessen Zähler die Verhältnißzahl des zu verwandelnden Maaßes, und dessen Nenner die Verhältnißzahl des gesuchten Maaßes ist. Z. B. Der pariser Fuß verhält sich zum preußischen Fuße wie 144 : 139,13, folglich sind 13913 pari=

ser Fuße = 14400 preußischen Werkfußen; wie viel betragen 6 pariser Fuße, nämlich eine Toise, in preußischen Werkfußen?

$$13913 : 14400 = 6 : x;\ x = \frac{6.\ 14400}{13913}$$

$$= 6{,}201001 \text{ preuß. Werkfußen.}$$

Soll die Reduction der Maaße von zwei gewissen Orten in beliebigen Quantitäten geschehen, so kann man diesen Bruch als Decimalbruch im Voraus berechnen. Diesen Decimalbruch nennt man den Reductionsfactor zur Verwandlung der Maaße eines Ortes in die Maaße eines andern; es ist demnach:

0,966180555 = Reductionsfactor zur Verwandlung der preußischen Werkfuße in pariser Fuße.

0,313853543 = Reductionsfactor zur Verwandlung preußischer Werkfuße in Meters.

1,035003234 = Reductionsfactor zur Verwandlung der pariser Fuße in preußische Werkfuße.

0,324839432 = Reductionsfactor zur Verwandlung der pariser Fuße in Meters.

3,186199497 = Reductionsfactor zur Verwand-

lung der Meter in preußische Werkfuße.

3,078444 = Reductionsfactor zur Verwandlung der Meter in pariser Fuße.

0,833333333 = Reductionsfactor zur Verwandlung der preußischen Werkfuße in dergl. Feldfuße.

1,2 = Reductionsfactor zur Verwandlung der preußischen Feldfuße in dergl. Werkfuße.

0,694444444 = Reductionsfactor zur Verwandlung der preußischen Werkzolle in dergl. Feldzolle.

1,44 = Reductionsfactor zur Verwandlung der preußischen Feldzolle in dergl. Werkzolle.

1,1594166 = Reductionsfactor zur Verwandlung preußischer Feldfuße in pariser Fuße.

0,862502695 = Reductionsfactor zur Verwandlung der pariser Fuße in preußische Feldfuße.

Sucht man von diesen Reductionsfactoren die ersten neun Vielfachen, so entstehen folgende Tafeln, welche viel zur Abkürzung der Rechnungsoperation beitragen.

I. Tafel

zur Vergleichung des preußischen Werkfußmaaßes mit dem alten und neuen pariser Maaße.

I. Längenmaaß.

Preuß. Fuße.	Pariser Fuße.	Meter.
1	0,966180555	0,313853543
2	1,932361111	0,627707086
3	2,898541666	0,941560628
4	3,864722222	1,255414171
5	4,830902778	1,569267714
6	5,797083333	1,883121257
7	6,763263889	2,196968800
8	7,729444444	2,510828342
9	8,695625000	2,824681885

Pariser Fuße.	Preuß. Fuße.	Meter.
1	1,035003234	0,324839432
2	2,070006469	0,649678864
3	3,105009703	0,974518296
4	4,140012938	1,299357727
5	5,175016172	1,624197159
6	6,210019406	1,949036591
7	7,245022641	2,273876023
8	8,280025875	2,598715455
9	9,315029109	2,923554887

I. Längenmaaß.

Meter.	Preuß. Fuße.	Pariser Fuße.
1	3,186199497	3,078444
2	6,372398994	6,156888
3	9,558598491	9,235332
4	12,744797987	12,313776
5	15,930997484	15,392220
6	19,117196981	18,470664
7	22,303396478	21,549108
8	25,489595975	24,627552
9	28,675795472	27,705996

II. Flächenmaaß.

Pariser □ Fuße.	Pariser □ Fuße.	□ Meter.
1	0,933504866	0,098504046
2	1,867009732	0,197008093
3	2,800514598	0,295512139
4	3,734019463	0,394016185
5	4,667524330	0,492520232
6	5,601029196	0,591024278
7	6,534534062	0,689528324
8	7,468038927	0,788032370
9	8,401543793	0,886536417

II. Flächenmaaß.

Pariser □ Fuße.	Preuß. □ Fuße.	□ Meter.
1	1,071231695	0,105520656
2	2,142463390	0,211041313
3	3,213695086	0,316561969
4	4,284926781	0,422082626
5	5,356158476	0,527603282
6	6,427390171	0,633123939
7	7,498621866	0,738644595
8	8,569853562	0,844165252
9	9,641085257	0,949685908

□ Meter.	Preuß. □ Fuße.	Pariser □ Fuße.
1	10,151876234	9,476817461
2	20,303734468	18,953634922
3	30,455601702	28,430452383
4	40,607468935	37,907269845
5	50,759336169	47,384087306
6	60,911203403	56,860904767
7	71,063070637	66,337722228
8	81,214937871	75,814539689
9	91,366805105	85,291357150

III. Körpermaaß.

Preuß. Cubicfuße.	Pariser Cubicfuße.	Cubicmeter.
1	0,901934250	0,030915844
2	1,803868500	0,061831688
3	2,705802750	0,092247532
4	3,607737000	0,123663376
5	4,509671250	0,154579220
6	5,411605500	0,185495063
7	6,313539750	0,216410907
8	7,215474000	0,247326751
9	8,117408250	0,278242595

Pariser Cubicfuße.	Preuß. Cubicfuße.	Cubicmeter.
1	1,108728269	0,034277270
2	2,217456539	0,068554540
3	3,326184808	0,102831810
4	4,434913077	0,137109080
5	5,543641346	0,171386351
6	6,652369616	0,205663621
7	7,761097885	0,239940891
8	8,869826154	0,274218161
9	9,978554424	0,308495431

III. Körpermaaße.

Cubicmeter.	Preuß. Cubicfuße.	Pariser Cubicfuße.
1	32,345874273	29,173851852
2	64,691748546	58,347703705
3	97,037622818	87,521555557
4	129,383497091	116,695407409
5	161,729371364	145,869259262
6	194,075245637	175,043111114
7	226,421119909	204,216962966
8	258,766994182	233,390814819
9	291,112868455	262,564666671

Tafel II.

Vergleichung des preußischen Feldfußes mit dem preußischen Werkfuße und dem pariser Fuße.

Preuß. Feldfuße.	Preuß. Werkfuße.	Pariser Fuße.
1	1,2	1,159416666
2	2,4	2,318833332
3	3,6	3,478249998
4	4,8	4,637666664
5	6	5,797083330
6	7,2	6,956499996
7	8,4	8,115916662
8	9,6	9,275233328
9	10,8	10,434749994

Tafel II.

Pariser Fuß.	Preußische Feldfuße.	Preuß. Werkfuße.	Preußische Feldfuße.
1	0,862502695	1	0,833333333
2	1,725005390	2	1,666666666
3	2,587508085	3	2,499999999
4	3,450010780	4	3,333333332
5	4,312513475	5	4,166666665
6	5,175016170	6	4,999999998
7	6,037518865	7	5,833333331
8	6,900021560	8	6,666666664
9	7,762524255	9	7,499999997

Preuß. Werkzolle.	Preußische Feldzolle.	Preuß. Feldzolle.	Preußische Werkzolle.
1	0,6944444444	1	1,44
2	1,3888888888	2	2,88
3	2,0833333332	3	4,32
4	2,7777777776	4	5,76
5	3,4722222220	5	7,2
6	4,1666666664	6	8,64
7	4,8611111108	7	10,08
8	5,5555555552	8	11,52
9	6,2499999996	9	12,96
*10	6,9444444440		
11	7,6388888884		

* Hier ist der Bequemlichkeit halber auch das Zehn- und Eilffache mit angeführt, welches sonst nicht nöthig gewesen wäre.

Gebrauch vorstehender Tafeln.

I. Aufgabe.

Die polnische Ruthe (Prẹt) ist 14,23125 preußische Werkfuße lang; wie viel pariser Fuße sind dieß?

Auflösung.

Da ein Längenmaaß verwandelt werden soll, so muß man sich dazu der mit Längenmaaß bezeichneten Tafel bedienen. Man verfährt folgendermaaßen: die erste Ziffer der gegebenen Zahl (14,23125) ist 1; man sucht in der Tafel, wie viel 1 preuß. Werkfuß pariser Fuß beträgt, und findet 0,966180555. Diese Zahl schreibt man so unter die gegebene Zahl (14,23125), daß das erste Zahlzeichen (0) dieser gefundenen Zahl unter das erste Zahlzeichen (1) der gegebenen Zahl kommt, ohne auf das Komma der gefundenen Zahl Rücksicht zu nehmen. Dann sucht man auf dieselbe Weise für das zweite Zahlzeichen (4) der gegebenen Zahl, wie viel 4 preuß. Werkfuße, pariser Fuße betragen; man findet 3,864722222. Diese Zahl (3,864722222) schreibt man so unter die gegebene Zahl, daß das erste Zahlzeichen (3) der gefundenen Zahl, unter die zweite Ziffer (4) der gegebenen Zahl (14,23125) zu stehen kommt, für welche man dieses Vielfache in der Tafel suchte. Nun sucht man ferner für das dritte Zahlzeichen (2) der gegebenen

Zahl, wie viel 2 preuß. Werkfuße, pariser Fuße betragen, und findet 1,93236 1111. Diese Zahl schreibt man eben so unter die gegebene Zahl, daß die erste Ziffer (1) unter die dritte Ziffer (2) der gegebenen Zahl zu stehen kommt. So fährt man fort, in der Tafel für die 4te, 5te, 6te und 7te Ziffer der gegebenen Zahl (14,23125) das eben so Vielfache der preußischen Werkfuße zu suchen, als diese Ziffern Einheiten enthalten, schreibt jede für eine dieser Ziffern gefundene Zahl mit ihrer ersten Ziffer unter die Ziffer der gegebenen Zahl, für welche man sie in den Tafeln suchte, und addirt zuletzt alle Ziffern; so ist die Summe das verlangte Resultat = 13,74992 par. Fuße = 1 poln. Ruthe.

	14 | 23125
Für 1 fand man . .	09 | 66180
= 4 = = . .	3 | 86472
= 2 = = . .	| 19323
= 3 = = . .	| 2898
= 1 = = . .	| 096
= 2 = = . .	| 19
= 5 = = . .	| 4
	13 | 74992

Folglich sind 13,74992 pariser Fuße = 14,23125 preuß. Werkfußen.

II. Aufgabe.

Der alte französische Waldarpent (l'Arpent des eaux et forêts) beträgt 48400 pariser □′;

wie viel beträgt derselbe an preuß. Quadratfußen des zwölftheiligen Maaßes?

Auflösung.

Man bediene sich hierzu der Tafel des Flächenmaaßes, und verfahre nach vorstehender Anleitung.

					48400	
Für	4	findet	man	42849	267	
=	8	=	=	8569	853	
=	4	=	=	428	492	
					51847	612

Folglich sind 48400 pariser Quadratfuße = 51847,612 preuß. Quadrat-Werkfußen.

III. Aufgabe.

Die preußische Klafter enthält 108 preußische Cubicfuße an körperlichen Inhalt, wie viel enthält diese Klafter an pariser Cubicfußen?

Auflösung.

Man bediene sich hierzu der Tafel des Körpermaaßes; so ist:

					108	
Für	1	in der	Tafel	090	193	
=	0	=	=	00	000	
=	8	=	=	7	215	
					97	408

Es sind also 108 preuß. Cubicfuße = 97,408 pariser Cubicfußen.

Anmerkung. Die in der ersten Tafel angegebenen Vielfachen der preußischen und pariser Fuße, können unverändert zur Verwandlung der Zolle, Linien oder Scrupel eines dieser Maaße in Zolle, Linien oder Scrupel des andern dieser Maaße gebraucht werden; welches aber nicht bei den Metern der Fall ist, die andere Unterabtheilungen haben. Z. B.

Wie viel beträgt die berliner oder preußische Elle = 25,5 preuß. Werkzollen, an pariser Zollen?

25|5

Für 2 in der Tafel	19	323
= 5 = = =	4	830
= 5 = = =		483
	24	636

Folglich sind $25\frac{1}{2}$ preuß. Werkzoll = 24,636 pariser Zollen.

Auf dieselbe Weise wendet man die zweite Tafel an, um entweder das preußische Feldmaaß in preußisches Werkmaaß, oder eines dieser Maaße in pariser Maaß, und umgekehrt, zu verwandeln.

Erste Abtheilung.

Die niedere Vermessungskunde.

Erster Abschnitt.

Theorie und Beschreibung der Meßwerkzeuge.

Eintheilung.

In der Vermessungskunde giebt es überhaupt zweierlei Größen, welche unmittelbar oder mittelbar gemessen werden; diese sind:

1) Entfernungen zweier Punkte oder Linien,
2) Neigungen der Linien gegen einander, oder Winkel.

Da nach mathematischen Grundsätzen nur gleichartige Größen mit einander verglichen werden können, jede Messung aber eine Vergleichung ist; so folgt hieraus, daß man sich zur Messung der Linien gewisser bekannter Linien oder Längen, und eben so zur Messung der Neigungen oder Winkel bekannter Winkel bedienen müsse.

Daher giebt es überhaupt zweierlei Arten von Meßwerkzeugen, nämlich:

A. Werkzeuge zur unmittelbaren Messung der Linien, oder Maaßstäbe;

B. Werkzeuge zur unmittelbaren Messung der Winkel, oder Winkelmesser.

Der Ort, wo die Linien- und die Winkelmessung verrichtet wird, kann entweder auf dem Felde, oder auch auf dem Papiere sein. Deshalb kann füglich jede Gattung der angeführten Werkzeuge in zwei Abtheilungen abgetheilt werden. Es giebt also überhaupt

A. Werkzeuge zur unmittelbaren Messung der Längen oder Linien
   a. auf dem Felde,
   b. auf dem Papiere.

B. Werkzeuge zur unmittelbaren Messung der Neigungen oder Winkel
   a. auf dem Felde,
   b. auf dem Papiere.

A. Von den Werkzeugen, mit welchen Linien unmittelbar abgesteckt und gemessen werden können.

a. Auf dem Felde.

Die Werkzeuge, durch welche man Punkte und Linien auf dem Felde bezeichnet oder aussteckt, sind:

1. Signale.
2. Absteckestäbe, oder Fluchtstäbe.
3. Meßfahnen, Packen, oder Jalons.
4. Zähl=, Markir= oder Zeichenstäbe.
5. Pflöcke, oder Pikets.

1) Signale wendet man an, um Hauptpunkte einer aufzunehmenden Gegend, während der Dauer der Messung, auf große Weiten kennbar auszuzeichnen. Sie bestehen aus abgeschälten Baustämmen von 20 — 30′ Höhe und verhältnißmäßiger Dicke, Fig. 3. Diese sind an ihrem obern Ende mit zwei Scheiben von 3 — 4 Fuß Durchmesser versehen, welche 3 — 4 Fuß von einander abstehen, und durch Latten in Form einer Trommel verbunden werden. Auf der obern Scheibe sitzt ein kegelförmiges Dach, um den Einfluß der Witterung zu vermindern. Innerhalb der Scheiben und des sie umgebenden Gatterwerks sind Strohgarben eingebunden, welche man so oft erneuert, als sie durch Verwitterung grau geworden sind. Man stellt diese Signale so genau als möglich lothrecht auf, keilt sie in den Boden fest, und schützt sie durch Seitenstreben gegen den Sturm.

Oefter wendet man auch nur Nadelbäume zu Signalen an. Zu diesem Zweck werden die Bäume bis an die Spitze oder das Zopfende von den Aesten und Nadeln gereinigt, und nur an diesem Zopfende so viele Zweige und Nadeln stehen

gelassen, als nöthig sind, den Baum in der Ferne kennbar zu machen. Wenn ein Signal dieser Art Fig. 4 lange stehet, so vertrocknen die am Zopfende hängenden Nadeln, fallen ab, und es wird das Signal in der Ferne weniger deutlich.

Außerdem bedienet man sich bei geringen Vermessungen zu den Signalen langer Stangen, an deren oberem spitzen Ende ein Strohwisch oder Schaub angebunden wird Fig. 5.

2) Die Absteckestäbe (Fluchtstäbe) Fig. 6 gebraucht man, um durch zwei auf dem Felde befindliche Punkte eine Verticalebene abzustecken. Sie sind gewöhnlich rund, 6 bis 7 dc Fuß lang, 1 bis $1\frac{1}{2}$ ddc Zoll dick, und an ihrem untern Ende mit einem eisernen Schuh versehen, welcher sich entweder in eine Spitze oder Erdschraube endigt. Man wählt zu dem Holze, woraus sie angefertigt werden, der Leichtigkeit wegen, geradfaseriges Tannen- oder Kiefernholz. Um ihnen eine Farbe zu geben, wodurch sie sich deutlich gegen den Horizont abzeichnen, theilt man sie, von dem oberen Ende des Schuhes an, in Fuße ein, und streicht diese Abtheilungen wechselsweise mit weißer und zinnoberfarbiger Oehlfarbe an.

Vier Fuß von dem untern Ende entfernt, wird durch jeden Stab ein Visirloch gebohrt, und an dem obern Ende ein kleiner Haken eingeschraubt, den man zur Anhängung eines mit einem Ge-

wichte versehenen Fadens benutzt, wenn man die Stäbe genau lothrecht aufstellen will.

3) Die Meßfahnen (Packen, Jalons) sind Stäbe oder Stangen, von 12 — 24 ddc Fuß Höhe, und verhältnißmäßiger Dicke Fig. 7. Beschlag und Anstrich der Stange ist so wie bei den Absteckstäben. Man versiehet sie an ihrem obern Ende mit einem Fahnentuch von farbigem Etamin oder farbiger Leinwand. Dieses Fahnentuch ist oft mit der Seite ab Fig. 8 zwischen einen dünnen Stab e eingeklemmt, welcher an einem Ende mit einer Schraube c versehen ist, wodurch man ihn mit der Stange verbindet. Das Fahnentuch bestehet entweder aus zwei oder aus vier zusammen genäheten Theilen von verschiedenen stark gegen einander abstechenden Farben. Zu diesen Farben wählt man weiß und zinnoberroth, wenn die Meßfahnen gegen einen in dem Hintergrunde liegenden Wald ausgesteckt werden sollen. Steckt man hingegen die Fahnen gegen einen dahinter liegenden Erdhorizont oder den Himmel aus, so muß man anstatt weiß und rother Fahnentücher, roth und grüne wählen. Es ist deshalb gut, bei dem Meßapparate Meßfahnen von verschiedenen Farben zu haben.

Die Länge eines Fahnentuchs ist gewöhnlich 18 — 20 Zoll, und die Breite 12 bis 14 Zoll ddc Maaß.

Man benutzt die Meßfahnen zur Bezeichnung

entfernter, hinter niedrigem Gebüsche oder niedrigen Anhöhen liegender Punkte.

Ist die oben beschriebene Vorrichtung, wodurch das Fahnentuch ausgespannt erhalten wird, nicht an den Meßfahnen angebracht, sondern sind die Tücher bloß angenagelt, mithin dem Spiel des Windes überlassen; so wird man, wenn der Wind mit der abgesteckten Verticalebene einerlei Richtung hat, nichts von den Tüchern sehen, und um so schwerer die Stäbe erkennen, wenn man sich in einiger Entfernung von denselben befindet.

Meine Meßfahnen ließ ich in der Hälfte der Länge der Stange durchsägen, und die mit der Spitze versehene untere Hälfte derselben mit einer Blechdille beschlagen, in welche man das untere Ende der obern Hälfte der Meßfahne wieder einstecken kann. Eine Einrichtung, die nicht nur den Transport der Meßfahnen erleichtert, sondern auch den Nutzen hat, daß man leichter und genauer Vertikalebenen damit auszustecken im Stande ist, welches in der Folge erläutert werden wird.

In jungem, dichtem aber niederm Gehölz, in Gärten ꝛc., wo man oft, um Punkte nur auf einige Minuten zu sehen, einen Gehülfen sich über den Punkt aufstellen, die Meßfahne zwischen den Zweigen der Bäume emporschieben, und in vertikaler Richtung hoch erhoben halten läßt, nutzt oben beschriebene Einrichtung, so wie die bloß angenagelte

Fahne, weniger, als die Vorrichtung, welche ich in diesem Falle gebrauchte. Ich ließ längs der Fahnenstange eine zwei Linien tiefe und eben so breite Nuth ab Fig. 9 hobeln, und an dem obern Ende der Stange eine Rolle a befestigen. Von dem obern Ende der Stange, 11½ Zoll abwärts, wurden zwei hölzerne Arme cd und ce befestigt, so daß man beide in der Richtung der Stange auf- und niederklappen konnte. Diese Stange wurde, mit der Nuth unterwärts gekehrt, auf einen Tisch gelegt, und beide Arme cd und ce zu der Stange rechtwinklich ausgebreitet. Nun deckte ich, wie es die Zeichnung darstellt, ein rothes Tuch von 16 Zoll ins Gevierte, so über die Stange, daß die eine Diagonale des Tuchs in der Richtung der Stange und die andere Diagonale in der Richtung der Arme lag. Das Tuch wurde in dieser Lage sowohl an den beweglichen Armen cd und ce, als auch an dem zwischen c und f befindlichen Theile der Stange mit Nägeln befestigt, so daß nur der Theil ac der Diagonale af des Tuchs unangenagelt blieb. An den obern nicht mit Nägeln befestigten Zipfel a des Tuchs knüpfte ich eine Seigerschnur fest, zog diese über die bei a befestigte Rolle, legte die Schnur in die Nuthe der Stange, und nagelte über letztere Blechstreifen als Decke.

Zog man die am Schuh der Fahne hervorragende Schnur straff an, so zog der Zipfel a des

Tuchs sich von c gegen a, und breitete die Arme cd und ce, und durch diese das ganze Tuch aus. Im Gegentheil, wenn man die Schnur losließ, so fielen beide Arme, vermöge ihrer eignen Schwere, nieder, legten sich dicht an die Fahnenstange, und falteten das Tuch zusammen. In diesem Zustande konnte man die Fahne, ohne Beschädigung zu befürchten, zwischen dem dichtesten Gebüsche durchschieben, hoch empor halten, durch Anziehen der Schnur ausbreiten, und dem Messenden sichtbar machen.

4) Der Zeichen-, Markir- oder Zählstäbe bedient man sich, um auf dem Felde die Endpunkte der an die unmittelbar auszumessende Weite gelegten Maaßeinheiten, z. B. Kettenlängen und dergl., zu bezeichnen. Sie sind gewöhnlich 12 — 16 ddc Zoll lang, $\frac{1}{2}$ Zoll dick, und am untern Ende mit einem spitzigen Schuh beschlagen, damit man sie bequem in festes Erdreich stecken kann. Diese Stäbchen werden in einer blechernen oder ledernen Kapsel, welche mit einem Riemen zum Umhängen versehen ist, verwahrt, und von dem vordersten Kettenzieher (siehe weiter unten) getragen und ausgesteckt. Der hinterste Kettenzieher sammelt sie während der Messung und verwahrt sie in dem leeren Futteral der Kette.

Da alle Feldmaaß-Abtheilungen zehntheilig

sind, so braucht man auch nicht mehr und nicht weniger als zehn solcher Stäbchen.

5) Pflöcke oder Pikets sind dünn gespaltene Hölzer von 8 Zoll bis 2 Fuß Länge, welche an einem Ende spitz zugehauen werden. Sie dienen zur Bezeichnung von Winkelpunkten aufzunehmender Flächen, Grenzen und Flußkrümmungen, von Standorten der Meßfahnen oder anderer Werkzeuge. Es ist nothwendig, sie jederzeit so tief als möglich in den Boden zu schlagen, damit sie nicht leicht von unberufnen Liebhabern ausgezogen und als Feuermaterial verwendet werden.

Zur unmittelbaren Messung von Längen oder Entfernungen auf dem Felde bedient man sich folgender Werkzeuge:

a) der Maaßstäbe,
b) der Meßkette,
c) der Meßleine (Meßschnur), oder des Meßbands,
d) des Meßzirkels oder Erdzirkels.

Außer diesen Werkzeugen kann man örtliche Entfernungen minder genau durch die Schritte der Menschen und Pferde (Galoppsprünge der letztern), die Umläufe von Rädern, die Schnelligkeit, womit sich der Schall fortpflanzt, und durch Schätzung vermittelst des Auges (Augenmaaß, coup d'oeil,) messen.

a) Die Maaßstäbe.

Eine auf einem prismatischen Körper verzeichnete Länge von ein oder mehreren Fußen oder Ruthen des landesüblichen Maaßes nennt man Maaßstab, Meßruthe oder Maaßstock. Zu dem Material, wovon man einen Maaßstab anfertigen läßt, wählt man Glas, Metall oder Holz. Glas und Holz würden, ersteres wegen der geringen Ausdehnung durch die Wärme, und das letztere aus eben dem Grunde, und noch wegen seiner Leichtigkeit, mehr zu diesem Zweck angewendet werden, wenn jenes weniger zerbrechlich, dieses nicht dem Werfen oder Krummlaufen unterworfen wäre.

Gläserne Maaßstäbe werden selten angefertigt, weil sie zu kostbar sind. Um sie etwas vor dem Zerbrechen zu schützen, werden sie mit einer hölzernen Hülse umgeben, an deren Enden die Glasstange einige Linien lang hervorraget.

Die von Metall, worunter Eisen am tauglichsten ist, gefertigten Maaßstäbe müssen, wegen ihrer Ausdehnung bei verschiedenen Temperaturen, unter einerlei Temperatur, (gewöhnlich 15° Wärme nach Reaumur,) nach einem Normalmaaßstabe von demselben Metall eingetheilt, und sorgfältig mit demselben verglichen werden. Der Grad der Temperatur, unter welcher jeder Maaßstab angefertigt wurde, wird dann auf dem Maaßstab gravirt oder gestochen.

Untersucht man die Ausdehnung eines solchen Maaßstabs in verschiedenen Temperaturen, so kann man die gefundenen Resultate in eine Tabelle bringen, durch deren Hülfe die in verschiedenen Temperaturen gemessenen Längen auf einerlei Temperatur reduziren, und das wahre Maaß der Länge finden.

Die Ausdehnung des Eisens durch die Wärme beträgt nach Ramsden $\frac{1}{72000} = 0{,}000013889\ldots$ seiner ganzen Länge für jeden Grad des Reaumürschen Thermometers. Folglich für die ersten neun Grade der Wärme folgende Theile der Länge:

Grade.	Theile der Länge.
1°.	0,000013888
2°.	0,000027776
3°.	0,000041664
4°.	0,000055552
5°.	0,000069440
6°.	0,000083328
7°.	0,000097216
8°.	0,000111104
9°.	0,000124992

Den eisernen Maaßstäben giebt man gewöhnlich $1\frac{1}{2}$ Zoll Breite und $\frac{1}{2}$ Zoll Dicke.

Dr. Benzenberg (Benzenbergs Trig. S. 354)

ließ im Jahre 1804, Behufs der Vermessung des Großherzogthums Berg, eine eiserne zum Grundmaaße bestimmte Toise von Lenoir in Paris fertigen. Diese Toise wurde, in seiner und des Astronomen Bouvard Gegenwart, mit der Peruer Toise, welcher sich Condamine bei der 1740 unter dem Aequator angestellten Gradmessung bediente, vierzehnmal verglichen, und erstere nur $\frac{1}{8\,9\,0}$ pariser Linie länger als die letzte gefunden. Der Preis dieser Toise war 161 Franks.

Die Vergleichung der Toisen geschahe auf dem in der Pariser Sternwarte befindlichen Comparateur. Dieser bestehet aus einem tannenen Balken von 14 Fuß Länge, 6 Zoll Höhe, und 3 Zoll Breite, welcher mit einer Messingstange von derselben Länge, aber nur $\frac{1}{2}$ Zoll Höhe und $1\frac{1}{2}$ Zoll Breite belegt ist. Diese Messingstange, auf welche man die zu vergleichenden Toisen wechselsweise auflegt, hat eine feine Eintheilung, die unmittelbar Zehntausendtheile der Toise angiebt. Ein an dieser Eintheilung zu verschiebender Nonius oder Vernier giebt Hunderttausendtheile, und durch Hülfe des Mikroskops können Millionentheile mit dem Auge geschätzt werden.

Die zu vergleichende Toise wird mit einem Ende dicht an das am Ende der Eintheilung des Comparateurs senkrecht stehende Eisen geschoben,

und gegen das andere Ende der Toise ein runder Stift gerückt, der an dem Mikroskop befestigt ist.

Hölzerne Maaßstäbe oder Meßstangen werden am besten von geradfaserigem Tannenholze angefertigt. Man spaltet von diesem Holze vierseitige 2 Zoll dicke und breite Stangen, und läßt sie, wenn sie vollkommen ausgetrocknet sind, bis zu einer Stärke von 1 bis 1½ Zollen abhobeln, und nach der bestimmten Länge absägen. Diese Stangen überstreicht man mit dem besten zuvor heiß gemachten Leinöhlfirnisse, und wiederholt dies, wenn der erste Anstrich vollkommen getrocknet ist. Wenn der zweite Anstrich trocken ist, überstreicht man sie mit guter Oehlfarbe, und wiederholt dies zweimal, wenn der vorhergegangene Anstrich trocken ist. Dann werden beide Enden der Meßstange mit messingenen Kappen beschlagen. Eine solche Kappe Fig. 10 a bestehet aus einem hohlen, an der einen Seite offenen Würfel, in dessen Seitenflächen drei Schraubenlöcher gebohrt sind, durch welche er mit Holzschrauben an dem Ende b der Meßstange befestigt wird. In den Boden des Würfels ist eine glashart gehärtete Stahlplatte cd eingeschraubt, die ihrer Härte wegen nicht so leicht bei dem Gebrauch abgeschliffen wird, als der messingene Boden allein.

Um bei der Messung einer Länge Fehler zu vermeiden, ist es gut, zugleich mehrere Meßstangen

von verschiedenen Personen an die zu messende Weite legen zu lassen. Deshalb nennt man mehrere solcher Meßstangen, z. B. 4 oder 6 Stück eine Lage, und bemerkt entweder die Ordnung, wie die Meßstangen an einander gelegt werden sollen, mit darauf geschriebenen Zahlen 1, 2, 3, 4 u. s. f.; oder man giebt jeder derselben eine andere Farbe, und merkt sich die Ordnung, in welcher diese Farben einander folgen sollen. So könnte man die erste Meßstange weiß, die zweite roth, die dritte blau, und die vierte gelb anstreichen.

Bei der Vergleichung solcher Meßstangen durch eine dem Comparateur ähnliche Vorrichtung, welche Jeder sich leicht anfertigen kann, ist die größte Schwierigkeit, die Meßstangen zugleich an den Enden ab- und auch winkelrecht zu feilen. Es ist daher gut, wenn man die bei der Vergleichung gefundenen kleinen Längenunterschiede der Meßstangen bei der Messung in Rechnung bringt, und nicht, von ängstlicher Genauigkeit verführt, diese durch öfteres Abfeilen zu sehr verkürzt.

Benzenberg (a. a. O.) ließ nach der Lenoirschen Toise mehrere tannene Ruthen von 12 pariser Fuß Länge auf eine der oben beschriebene Art anfertigen, suchte von diesen acht der besten aus, und vertheilte sie in Lagen zu 4 Stück. Um eine solche Lage in ihrer ganzen Länge zu prüfen, ließ er auf einem langen mit Brettern belegten Gange

von 6 zu 6 Fuß Messingplättchen einlegen, welche der Länge nach geschliffen waren. Nun wurde die Lenoirsche Toise 8 mal hinter einander in gerader Linie aufgelegt, und das Ende jeder Toise auf einem Messingplättchen durch einen feinen Querschnitt mit dem Federmesser bemerkt. Nachdem auf diese Weise die Länge von 48 pariser Fußen abgemessen, und deren Ende durch den Querschnitt auf dem letzten Messingplättchen bemerkt war, so wurden die zu einer Lage gehörigen 4 Meßruthen in der Ordnung, wie sie bei der Messung gebraucht werden sollten, auf die abgemessene Länge gelegt, und deren Ende ebenfalls auf dem letzten Messingplättchen mit einem Querschnitt bemerkt. Der Abstand des Queerschnitts der mit der Toise abgemessenen Länge von dem Querschnitt der Länge der Ruthenlage, also die Längen-Differenz beider, wurde mit einem Stangenzirkel gemessen, bei welchem 28,73 Umdrehungen der Mikrometerschraube 6 pariser Linien betrugen.

Aus zwei unter verschiedenen Temperaturen veranstalteten Messungen, bei welchen die Ausdehnungen der eisernen Toise berücksichtigt wurden, fand er die erste Lage Ruthen um 0,296 pariser Linien, und die zweite Lage Ruthen um 0,5 pariser Linien größer, als 48 pariser Fuße.

Wenn trigonometrische Messungen veranstaltet werden, und man mit metallnen Meßstangen die

Seite eines Dreiecks auf der Erdoberfläche unmittelbar messen soll, so ist es nöthig, an jedem Ende der Meßstangen ein Diopter anzubringen, womit sie in die Richtung der zu messenden Länge gebracht werden. Um sie aber zugleich horizontal legen zu können, muß auf jeder eine Wasserwaage oder Libelle aufgeschraubt sein. Eine der Meßstangen ist mit einem unmittelbar daran befestigten Thermometer versehen, welches die Wärme der Stange anzeigt, wodurch man dann ihre Ausdehnung bestimmt.

Bei minder genauen Messungen mit hölzernen Meßstangen, auf deren ohnedies unmerkliche Ausdehnung durch die Wärme man keine Rücksicht nimmt, vertreten 6″ lange Eisenstifte, die senkrecht an den Enden der Meßstange eingeschraubt werden, die Stelle der Dioptern, und jede Maurer-Setzwaage die Stelle einer Libelle.

Obschon man mit Meßstangen genauer als mit der Kette messen kann, so erfordert doch die Messung mit Meßstangen weit mehr Zeit und gehet langsamer von Statten.

Von den Vorbereitungen zur Messung einer Länge, und dem dabei zu beobachtenden Verfahren ein Mehreres im zweiten Abschnitt.

b. Die Meßkette.

Dieses Werkzeug wird zur Messung einer Län-

ge angewendet, wenn nicht die größte Genauigkeit erfordert wird. Sie ist aus Gliedern ab, cd, ef Fig. 11 von Eisendrath, welcher die Dicke eines Gänsekieles hat, zusammengesetzt. Die Glieder sind durch kleine Ringe von gegossenem Messing, welches zuvor hart geschlagen und abgedrehet wird, mit einander verbunden. Die Entfernungen der Mittelpunkte dieser Ringe sind unter sich vollkommen gleich, und einen Decimalfuß oder 14,4 Ddc ″ lang. An beiden Enden einer solchen Meßkette sind größere Ringe A befestigt, durch welche man die Kettenstäbe schiebt, womit die Kette auf dem Felde ausgespannt wird. Durch jeden solchen Endring gehet ein Haken c′, welcher innerhalb des Endrings einen Knopf hat. An diesem Haken hängt das erste und das letzte Kettenglied. Beide Glieder sind, wegen des größern Ringes, aus dessen Mitte ihre Länge bestimmt wird, kürzer als alle übrigen Glieder. Der Durchmesser eines Endrings der Meßkette ist $1\frac{1}{2}$ bis 2 ddc Zoll.

Man giebt der Meßkette gewöhnlich die Länge von fünf Ruthen, und bezeichnet die einzelnen Ruthen der Kette durch größere Ringe. Diese haben entweder Querriegel oder die Form einer Achte (∞), oder sind rhomboidalische Schnallen mit Querriegeln. Manchmal giebt man den Ketten nur halbfüßige Glieder, und zeichnet die halben Ruthen durch besonders geformte Ringe aus.

In Sachsen haben die Meßketten eine Vorrichtung, wodurch man jede solche 5 Ruthen lange Kette um 2 Ruthen verkürzen kann. Der Ring A Fig. 12 der dritten Ruthe ist so groß, als ein Endring. In ihn ist ein Karabinerhaken B eingehangen, welcher bei C mit dem ersten Gliede der vierten Ruthe zusammenhängt. Drückt man bei D auf den Karabinerhaken, so öffnet er sich an diesem Orte, und man kann den Ring A aushaken.

Mit dieser nur drei Ruthen langen Kette kann man in dem Gebirge auf schiefen Flächen leichter horizontal messen, als mit der ganzen fünf Ruthen langen Kette. Zu jeder Meßkette gehört ein in Zoll und Linien eingetheilter Fußstab, welcher im Futteral der Zeichenstäbchen verwahrt wird.

Die 4 Fuß hohen Kettenstäbe sind eben so dick, als der Durchmesser des Endrings der Kette. Fig. 13 stellt einen Kettenstab mit einem Theil der daran geschobenen Kette vor. An dem Ende hat jeder Kettenstab einen eisernen spitzen Schuh c, über welchem sich eine $\frac{1}{2}$ Zoll rund hervorstehende Scheibe ab befindet, welche den Endring der Kette trägt.

a. Die Meßschnur (Meßleine) und das Meßband.

Um ein leichteres und wohlfeileres Werkzeug bei Längenmessungen anzuwenden, wählte man früher Schnuren oder Leinen, welche von Hanf oder Bast widersinnig oder nach entgegengesetzten Rich-

tungen zusammengedreht wurden. Eine solche Meßschnur wurde, weil sie leichter war, und sich dieserhalb auch leichter straff anziehen ließ, länger als die Meßkette, und gewöhnlich $\frac{1}{4}$ Zoll dick gemacht. Eingeknüpfte Knoten, oder farbige Tuchspitzen bezeichneten die Ruthen und Fuße. Da sich aber die Meßschnur bei dem Gebrauch auf feuchtem Boden oder im Regen verkürzt, so suchte man sie durch Sieden in Wachs oder Oehl vor der Einwirkung der Nässe zu schützen.

Dieses Sieden in Oehl oder Wachs verhinderte die Verkürzung der Meßschnur durch die Nässe nicht ganz. Dieser Umstand, und die Dehnbarkeit derselben, zeigten bald, daß selbst bei minder genauen Messungen zu wenig auf diese Meßschnuren, und die damit gemessenen Längen sich zu verlassen sei. Deshalb wendet man sie nicht mehr zu Längenmessungen an, und benutzt sie nur, wenn man die Richtung einer Linie auf dem Erdboden bezeichnen will, die sodann an der ausgespannten Schnur mit Maaßstäben oder dem Meßzirkel gemessen wird.

Meßbänder sind genauer, als Meßschnuren, weil Dehnbarkeit und Verkürzung durch Einwirkung der Nässe minder stark auf die Veränderung ihrer Längen Einfluß haben. Sie können mit Nutzen zu militairischen Messungen angewendet, und wegen ihrer größern Leichtigkeit überall im Felde mitgeführt werden. Man kann ihnen eine Länge von 15 Ru-

then geben, welches denn die Zeit, die man zur Messung einer Länge mit der Meßkette gebraucht, ungemein verkürzt.

In keinem Werke der Vermessungskunde habe ich dieses Werkzeuges erwähnt gefunden, weshalb ich die Vorschrift zur Anfertigung solcher Meßbänder hier beifüge.

Ich ließ zwei metallene Endringe A Fig. 14 anfertigen, welche bei a einen vorstehenden, eben so breiten Ansatz hatten, als das Meßband breit war. Ueber diesen Ansatz der Endringe war bei bd eine Blechhülse gebogen, welche sich um den Theil bd des Ansatzes drehen ließ. Daumenbreites Zwirnband, welches zwei Fuß länger als zweimal so lang, wie die bestimmte Länge des Meßbandes war, wurde mit kochendem Wasser gebrüht, dann getrocknet und doppelt zusammen genäht. Dieses Doppelt-Aufeinandernähen wurde an beiden Saalbändern des Bandes durch eine überwendliche Nath, und längs der Mitte des Bandes durch eine Steppnath bewerkstelligt. Nun wurde das Band einen Monat lang in Leindhlfirniß gelegt, nach Verlauf dieser Zeit herausgenommen, abgewischt, und zum Austrocknen an einen luftigen Ort gehängt. Nachdem das Band vollkommen trocken war, wurde es in Ruthen und Fuße getheilt, und diese Abtheilung durch aufgenähete Tuchspitzen kennbar markirt.

Der an jedem Ende des Meßbands befindliche

Ueber-

Ueberschuß von 6 Zoll Länge diente zur Befestigung des Bandes an den Endringen. Um die erst erwähnte Blechhülse bd wurde das 6 Zoll lange Ende des Bandes gelegt, und mit dem darüber liegenden Meßbande fest vernähet; so daß die Blechhülse zugleich mit dem Bande, aber nicht jedes von beiden einzeln, gedrehet werden konnte.

Bei dem Einnähen der Endringe ist es nöthig, genau Acht zu geben, daß die Länge des Bandes, von der Mitte des einen Endrings bis zur Mitte des andern, genau der vorgeschriebenen Länge gleich ist.

Durch die Endringe werden Kettenstäbe geschoben, mit diesen das Meßband getragen, und auf dem Felde ausgespannt.

d. Der Meßzirkel und der Erdzirkel.

Der Meßzirkel Fig. 15 dienet, Längen an einer ausgespannten Schnur zu messen. Er bestehet aus einer Stange ab, von der Länge einer halben Ruthe. An beiden Enden a und b der Stange ab sind, senkrecht zu derselben, zwei gleich lange Arme ac und bd befestigt, welche bei c und d mit eisernen Spitzen versehen sind. Der Abstand cd beider Spitzen muß genau eine halbe Ruthe betragen. Mitten auf der Stange ab ist ein Griff e befestigt, an welchen man dieses Werkzeug hält.

Der Erdzirkel bestehet aus einem Pflock A

Fig. 16, welcher bei der Anwendung desselben fest in die Erde geschlagen wird. In diesen Pflock ist eine Vertiefung gedreht, um welche eine Schnur oder Leine geschlungen wird, in die ein zweiter Pflock B in jedem beliebigen Abstande von A eingeknüpft werden kann. Ziehet man mit dem Pflock B die Schnur fest an, und kratzt mit dessen eisernen Spitze den Erdboden auf, so bildet sich daselbst ein Kreisbogen, dessen Mittelpunkt der Pflock A und dessen Halbmesser dem Abstand der beiden Pflöcke gleich ist. Des Letztern bedient man sich vornemlich zum Abstecken gegebener Winkel oder Bogen in der Befestigungskunst.

Von den Schritten, den Rädern, dem Schall und der Schätzung durch das Auge wird im zweiten Abschnitte, wo deren Anwendung bei Messung von Längen gezeigt wird, gehandelt.

b) Von den Werkzeugen, mit welchen Längen auf das Papier aufgetragen und auf demselben gemessen werden.

Zu diesen gehöret das Reißzeug oder mathematische Besteck, in welchem:

1) der Transversal-Maaßstab,
2) die Zirkel,
3) das Lineal,
4) die Reißfeder,
5) der Transporteur

gewöhnlich enthalten sind. Ferner kann man zu diesem Zweck den Verjüngungszirkel, den Stangenzirkel, den dreifüßigen Zirkel, den geradlinigten Vernier- oder Noniusmaaßstab und den prismatischen Maaßstab anwenden.

Außer diesen werden mehrere Materialien und Zeichnungs-Requisiten zu diesem Zweck erfordert, als Bleistifte, Tusche, elastisches Harz (Federharz) und Federmesser; Dinge, welche Jedem bekannt sind, die daher auch in der Beschreibung übergangen werden.

Das Reißzeug oder mathematische Besteck.

Unter diesem Namen verstehet man die zur mathematischen Zeichenkunst ausgewählten und in einem Futteral verwahrten Werkzeuge. Da die Anzahl der in einem solchen Reißzeuge befindlichen Werkzeuge lediglich nach dem Bedarf des Besitzers gewählt werden, so giebt es auch Reißzeuge von verschiedenem Inhalte und zu verschiedenen Preisen.

Ein sogenanntes mittleres Reißzeug, welches das Nöthige für einen Aufnehmer enthält, bestehet aus

einem Handzirkel,
einem Einsatzzirkel (Stückzirkel) mit dem dazu gehörigen Einsatz,
einem Federzirkel *),

*) Ein solcher Zirkel muß nicht mit dem Haarzirkel

einer doppelten Reißfeder,
einer Situationsreißfeder,
einem Transporteur (mit oder ohne Nonius),
ein Transversalmaaßstab,
einer Copirnadel,
sechs Copirzwecken,
einer Centrumzwecke,
einem Lineal, nebst Dreieck, und
dem Zirkelschlüssel.

Außer diesen ist es bequem, einen Verjüngungszirkel mit oder ohne Mikrometerschraube, einen Stangen- und einem dreifüßigen Zirkel zu besitzen. Der Erste erleichtert das Verjüngen der Pläne und Charten, der Zweite und Dritte ist aber bei dem Auftragen großer Dreiecke unentbehrlich.

Ich werde die Beschaffenheit der nöthigsten dieser Werkzeuge ganz kurz erklären, und auf die Kennzeichen ihrer Vollkommenheit aufmerksam machen.

Der Handzirkel.

Dieses Werkzeug wird von zwei bis zehn Zoll Länge verfertigt. Es bestehet aus zwei Schenkeln

---

verwechselt werden, welcher weniger taugt. Ersterer unterscheidet sich dadurch von dem letztern, daß beide Schenkel oder Füße desselben durch kein Gewerbe oder Charnier, sondern durch eine gebogene Stahlfeder verbunden sind. Dagegen hat letzterer nur eine schwache Feder an der einen Spitze.

von Messing, Tombak oder Silber, welche hart geschlagen, und von der Stärke sein müssen, daß sie nicht federn. An dem einen Ende beider Schenkel sind stählerne Spitzen eingelöthet, welche gehärtet, aber an der äußersten Spitze wieder angelassen sind.

Die obern Enden der Schenkel endigen sich in ein Gewerbe oder Charnier, durch welches ein gut zilindrisch abgedreheter stählerner Stift gehet, der auf einer Seite mit einer runden Messingscheibe verbunden ist.

An dem andern Ende dieses Stifts ist eine Schraube geschnitten, an welche eine scheibenförmige Schraubenmutter geschraubt wird, deren Form der an dem Stifte befestigten Scheibe gleicht.

Die scheibenförmige Schraubenmutter hat entweder zwei Löcher, oder zwei Einschnitte, in welche der Zirkelschlüssel paßt. Durch Anziehen der scheibenförmigen Schraubenmutter kann man dann das Gewerbe zusammenschrauben, und den Gang des Zirkels erschweren.

Das ganze Gewerbe oder Charnier nennt man den Zirkelkopf.

Ein guter Handzirkel muß einen gleichförmigen Gang haben, und die Schenkel desselben dürfen weder sich verbiegen, noch elastisch seln.

Wenn man ihn so weit öffnet, daß beide Schenkel in einer geraden Linie liegen, so muß, wenn der durch den Zirkelkopf gehende Stift horizontal liegt,

die Linie von einer Zirkelspitze bis zu der andern genau durch die Mitte des Charniers gehen.

Die äußersten Spitzen der Zirkelfüße müssen kegelförmig, nicht aber dreikantig geschliffen sein, weil kegelförmige Spitzen kleine, dreikantige aber große Löcher bei dem Gebrauch in das Papier stechen.

Die besten Zirkel fertigen der Hofmechanikus Herr Maywald in Berlin, und der Mechanikus Hr. Fuhrmann in Dresden.

Bei dem Gebrauch des Zirkels ist es überhaupt anzuempfehlen, dessen Spitzen nie weiter von einander zu rücken, als dessen Länge beträgt; denn sonst wird die Lage der Schenkel zu sehr gegen das Papier geneigt, auf welches man aufträgt, und es entstehen Fehler in der Arbeit. Aus diesem Grunde ist der Stangenzirkel besser zum Auftragen größerer Längen, weil dessen Spitzen stets auf dem Papier senkrecht stehen.

Der Einsatzzirkel (Stückzirkel).

Bei diesem Zirkel ist eine der stählernen Spitzen nicht eingelöthet, sondern vermittelst eines Zapfens in den Schenkel gesteckt, und wird durch eine Druckschraube fest gehalten.

Statt dieser Spitze kann eines der Einsatzstücke (Bleirohr oder Reißfeder, oder ein sogenanntes Ver-

längerungsstück) mit dem Zirkel durch Einstecken und Festschrauben verbunden werden.

An kleineren Einsatzzirkeln ist gewöhnlich an dem Kopfe, des bequemern Anfassens wegen, ein gabelförmiger Ansatz angebracht, welcher die Stelle der Deckplättchen des Zirkelkopfs vertritt *).

Der Federzirkel.

Bestehet aus zwei Schenkeln, welche, wie schon erwähnt worden, anstatt des Gewerbes mit einer bogenförmigen Stahlfeder verbunden sind. Diese Feder erhält durch ihre Spannkraft die Schenkel in einer gleichförmigen Spannung. In dem einen Schenkel ist eine feine Schraube von Stahl befestigt, welche mitten durch den zweiten Schenkel gehet. Auf dieser Schraube kann eine Mutter fortbewegt werden, welche dann den zweiten Schenkel dem ersten nähert, da das Loch im zweiten Schenkel größer als der Durchmesser der Schraube ist.

Soll der Zirkel brauchbar sein, so darf die Schraube, welche durch die Schenkel gehet, nicht krumm gebogen sein, obschon dies fast immer der Fall ist. Denn bei der gebogenen Schraube ist es nicht zu vermeiden, daß diese sich ausreibt, und einen todten Gang bekommt.

---

*) Die Eigenschaften eines guten Stückzirkels sind denen des Handzirkels gleich.

Um sich zu überzeugen, daß die Feder keinen dem Auge unbemerkbaren Sprung oder Riß hat, schraubt man beide Schenkel dicht zusammen, und läßt den Zirkel 24 Stunden ruhig liegen. Hält er diese Probe aus, ohne zu zerspringen, so ist auch die Feder von der gehörigen Vollkommenheit.

Manchmal sind diese Zirkel, eben so wie die Stückzirkel, mit den Einsatzstücken versehen, welche deren Brauchbarkeit um so mehr erhöhen. Hauptsächlich wird dieser Zirkel zu Theilung gegebener Längen angewendet.

Die Situationsfeder.

Bei der Zeichnung gering abgedachter Berge, das ist solcher, welche unter 5° — 10° geneigt sind, ist es besser, diese Böschungen mit einer feinen Reißfeder zu zeichnen. Diese giebt reinere Striche, als die Gänse- oder Rabenpose, und man erspart dabei die Zeit, welche man sonst zum Schneiden der Federn anwendet. Sie liefert, eben so gut wie Jene, gerade und gebogene, gleichförmige und keilförmige Striche, und hat überdies den Vorzug, daß eine in die Reißfeder gekommene Papierfaser nicht einen schlechten oder unreinen Strich verursacht, welches immer bei den gewöhnlichen Federn dann der Fall ist.

Da die an den gewöhnlichen Reißfedern außen befindliche Druckschraube dem Halten dieser Feder

bei dem Zeichnen hinderlich war, so fertigte der früher erwähnte Hofmechanikus Herr Maywald, auf mein Ersuchen, (nach der von ihm erfundenen Construction, welche unter Fig. 17 abgebildet ist,) besondere Situationsreißfedern an. An diesen ist die Schraube in Form eines kleinen Rades zwischen den Blättern angebracht, und hindert deshalb das Halten und Wenden der Feder nicht mehr. Eine solche Feder kostet bei demselben 1 Thlr. 4 Gr. pr. Cour.

Die Transversalmaaßstäbe.

Die Maaßstäbe, welche man zum Zeichnen und Messen gerader Linien auf dem Papier gebraucht, heißen entweder natürliche, oder verjüngte Maaßstäbe. Den ersten Namen erhalten sie, wenn auf ihnen wirkliche Maaßeinheiten, z. B. Fuße oder Zolle, erstere in 1000 oder 1440 Theile, und letztere in 100 oder 120 Theile durch eine Construction getheilt sind. Den letztern Namen legt man aber einem solchen Maaßstab bei, wenn angenommen wird, daß eine auf ihm befindliche Länge, z. B. ein Zoll, eine gewisse Anzahl Ruthen, welche auf dem Felde gemessen worden, auf dem Papier vorstellen soll.

Gewöhnlich findet man in Reißzeugen dergleichen auf Metall oder Holz getheilte Maaßstäbe, welche aber selten die gehörige Genauigkeit haben,

und bei der Anwendung die Spitzen der Zirkel zu leicht abstumpfen. Besser ist es, sich solche Maaßstäbe selbst auf einem mit englischem Papier überzogenen Brettchen von Birnbaumholz anzufertigen. Die Verfertigung eines solchen Maaßstabes geschiehet am genauesten folgendermaaßen.

Soll ein Maaßstab verfertigt werden, auf welchem eine Länge von einem preußischen Werkzoll in 100 gleiche Theile getheilt ist, so ziehet man mit Blei eine zarte Linie ab Fig. 18. Diese Linie muß etwas länger sein, als die ganze Länge des anzufertigenden Maaßstabes.

An beiden Endpunkten a und b dieser Linie ab errichtet man Senkrechte ac und bd, und trägt auf diese irgend eine willkührliche Länge, z. B. eine Linie des Werkzolls, 10mal auf. Die Endpunkte c und d des aufgetragenen zehnten Theils verbindet man durch eine ebenfalls feine Linie cd mit Bleistift. Dann trägt man von a nach e und von c nach f eine willkührliche Länge. Von e und von f werden eine bestimmte Anzahl Zolle, (jemehr, desto genauer,) z. B. 4 Zolle, auf cd und ab abgemessen, und dadurch die Endpunkte o und m bestimmt *).

---

*) Würde man eine kleine Länge, z. B. einen Zoll, auf diesen Linien zur Bestimmung der Länge mehreremal umschlagen, so würden leicht Fehler in der

Die dadurch bestimmten Längen fn = eo = 4 Zoll werden durch fortgesetztes Halbiren in 4 gleiche Theile oder Zolle getheilt. Die Puukte e, f, g, k, a, l, i, m, n und o werden durch feine Tuschlinien, welche genau aus und in die Mitte der Punkte gezogen werden, verbunden. Ist dies verrichtet, so legt man das Lineal genau an die auf den Linien ac und bd bemerkten Punkte an, und ziehet zwischen den Linien ef und no die 10 Parallelen mit Tusche aus.

Sollte auf dem so weit fertigen Maaßstabe eine Länge, z. B. der Zoll, in zehn gleiche Theile getheilt werden, so dürfte man bloß eine Diagonale nm ziehen. Diese würde von p bis q $\frac{1}{10}''$, von r bis s $\frac{2}{10}''$, von t bis u $\frac{3}{10}''$ u. s. f. abschneiden. Denn da △ inm ∽ △ pqm, so ist in : im = pq : pm, d. i. 1″ : 10 = pq : 1; folglich pq = $\frac{1}{10}''$. Ferner △ inm ∽ △ tum, also im : in = tm : tu, d. i. 10 : 1″ = 3 : tu; folglich tu = $\frac{3}{10}''$ 2c.

Allein da der Zoll in hundert gleiche Theile getheilt werden soll, so ist es nothwendig, die Längen ek und fg durch Construction genau in 10 gleiche Theile oder Zehntheilzolle zu theilen. Die

---

ganzen Länge entstehen, weil ein dem Auge unbemerkbarer Fehler bei der Abnahme eines Zolles sich durch das Umschlagen multiplicirt.

erhaltenen Theilpunkte ziehet man, wie die Zeichnung lehrt, durch die Linien gv, wx, yz u. s. f. zusammen. Diese Linien heißen Transversalen, und von ihnen der Maaßstab ein Transversalmaaßstab. Man bezeichne den Maaßstab an den Theilpunkten mit Zahlen, deren Ordnung aus der Zeichnung zu ersehen ist.

Die Abnahme vorgeschriebener Maaße geschieht folgendermaaßen: Soll z. B. die Länge von 3,24 oder $3\frac{24}{100}$ Zollen von einem Maaßstabe abgenommen werden, so setzt man den Zirkel mit einem Fuße in A, und öffnet ihn bis zu dem Punkte, wo sich die Linien 4.4 und 20 z durchschneiden, also bis B; so ist AC = 3 Zoll, BD = $\frac{2}{10}$ = $\frac{20}{100}$ Zoll, und CD = $\frac{4}{100}$ Zoll. Folglich AC + CD + BD = 3 + $\frac{4}{100}$ + $\frac{20}{100}$ = $3\frac{24}{100}$ = AB.

Denn da △ kvg ∽ △ CDg, so ist kg : kv = Cg : CD, d. i. 10 : $\frac{1}{10}$ = 4 : CD: folglich CD = $\frac{4}{10}$: 10 = $\frac{4}{100}$ Zoll. Ferner ist gy = $\frac{2}{10}$ = $\frac{20}{100}$ Zoll, yz # gv, und BD # gy; folglich BD = $\frac{20}{100}$ Zoll. Endlich ist gn = AC; gn = 3 Zoll; folglich auch AC = 3 Zoll *).

Auf gleiche Weise untersucht man, wie viel Theile des Maaßstabes eine gegebene gerade Linie enthält. Man gehet zu diesem Endzweck mit der zwischen den Spitzen eines Zirkels sich befindenden

---

*) Vega Vorles. über Mathem. 2. Bd. §. 420. S. 66.

Länge von oben herab auf den Parallellinien fort, bis man findet, daß beide Spitzen des Zirkels in solche Punkte treffen, die von einer Transversale und einer Senkrechten auf einer und derselben Parallele abgeschnitten werden. Reichte eine solche Länge gerade nur zwischen zwei Parallelen von E bis F, so hätte man $EF = 3'' + \frac{70}{100}'' + \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}$, weil $EH = 3''$, $GH = \frac{1\frac{1}{2}}{100}'' = \frac{15}{1000}''$, und $GF = \frac{70}{100}''$ ist. Folglich ist $EF = 3{,}715'' = 3\frac{715}{1000}$ Zollen.

Nähme man nun an, man wollte einen Zoll für zehn auf dem Felde gemessene Ruthen rechnen, so wäre jener Maaßstab unter dieser Voraussetzung ein verjüngter Ruthenmaaßstab, auf welchem jedes einzelne Zehntheil des Zolles eine Ruthe, und jedes Hunderttheil einen Fuß bedeutete.

Zu ökonomischen Vermessungen schreibt das Königlich Preußische Feldmesserreglement folgende Verjüngung der Maaßstäbe vor:

„§ 25. Das Auftragen des gemessenen Landes geschieht in der Regel nach einem verjüngten Maaßstabe von 50 Ruthen auf ein Hunderttheil der preußischen Ruthe (einen Decimalzoll). Jedoch kann auf ausdrückliches Verlangen der Intereſſenten auch

ein anderer Maaßstab dazu gewählt werden, nur muß derselbe stets ein aliquoter Theil des Hunderttheils der preußischen Ruthe seyn."

Zu militairischen Aufnahmen gebraucht man *) in dem Königlichen Generalstabe folgende Verjüngung:

I. 8 Dezimalzoll = 1 preuß. Meile = 2000° = 10000 Schritt.

II. 4 Dezimalzoll = 1 preuß. Meile = 2000° = 10000 Schritt.

III. $1\frac{1}{3}$ Dezimalzoll = 1 preuß. Meile = 2000° = 10000 Schritt.

Nach I. ist das Verhältniß des Chartenbildes zum Boden wie $(25000)^2 : 1$.

Folglich die Verjüngung = $\frac{1}{25000}$ des Ganzen.

Nach II. ist das Verhältniß des Chartenbildes zum Boden wie $(50000)^2 : 1$.

Folglich die Verjüngung = $\frac{1}{50000}$ des Ganzen.

Nach III. ist das Verhältniß des Chartenbildes zum Boden wie $(150000)^2 : 1$.

Folglich die Verjüngung = $\frac{1}{150000}$ des Ganzen.

Bei dem ersten Maaßstab beträgt eine Länge

---

*) Erläuterungen zu den Musterblättern für die topographischen Arbeiten des Königl. Preußischen Generalstabes. Berlin 1818.

von 100 Ruthen = 0,4 Dezimalzoll, und eine Länge von 1000 Schritt = 0,8 Dezimalzoll.

Bei dem zweiten Maaßstab betragen 100° = 0,2″ dc und 1'000 Schritt = 0,4 dc″.

Bei dem dritten Maaßstab betragen 100° = 0,0666...″ dc und 1000 Schritt = 0,1333...″ dc.

Die Verjüngung einer Aufnahme berechnet man folgendermaaßen: Z. E. Es wären 16″ dc. = 1 Meile angenommen, so sind diese 16″ = 2000° = 200000″ und folglich 16 : 200000 = 1 : x, wo 1 : x das Verjüngungsverhältniß der Längen, und 1 : x^2 das Verjüngungsverhältniß der Flächen, oder das Verhältniß des Chartenbildes zum Boden ausdrückt. Es ist aber nach obigem x = 12500 also 1 : x = 1 : 12500.

Der Maaßstab von 16 Dezimalzollen ist derjenige, welcher sich am meisten für den Unterricht eignet.

Hogreve schlägt vor, die zum Vermessen nöthigen Maaßstäbe auf ein dreikantiges Prisma zu verzeichnen, damit man die scharfe Kante des Prismas unmittelbar an die auszumessende oder aufzutragende Länge legen, und entweder das Maaß ablesen, oder durch Nadelstiche absetzen kann. Allein Personen, welche sich dieser Vorrichtung bei Aufnahmen bedienten, versicherten mir, solche, ihrer Unzuverlässigkeit wegen, bald weggelegt zu haben.

Zur Zeichnung einer Generalcharte schlägt Lehmann *) den Maaßstab $\frac{1}{200000}$, zur Special- oder chorographischen Charte den Maaßstab $\frac{1}{200000}$, zur topograpischen Charte den Maaßstab $\frac{1}{100000}$, zur speciellen topographischen Charte den Maaßstab $\frac{1}{10000}$, zur ökonomische Zeichnungen den Maaßstab $\frac{1}{1000}$ vor.

Wollte man diese vorgeschlagenen Maaßstäbe anwenden, so würde man bei

der Generalcharte 10 Meilen = 1″ Dezimalmaaß,
der Special- oder chorographischen Charte 1 Meile = 1″ Dezimalmaaß,
der topographischen Charte 1 Meile = 2″ Dezimalmaaß,
der speciellen topographischen Charte 1 Meile = 10″ Dezimalmaaß,
endlich bei ökonomischen Zeichnungen 100° = 1″ Dezimalmaaß,

machen.

Das Verhältniß der Maaße im Bilde zu denen des natürlichen Bodens darf bei Aufnahmen nicht unter 1 : 100000, und nicht über 1 : 10000 sein; weil sonst die Abbildungen der Einzelheiten entweder zu klein oder gar zu groß ausfallen würden.

---

*) Die Lehre der Situationszeichnung §. 2. Seite 3 und f. f.

Ist bei einer aufgenommenen Charte das Verhältniß der Verjüngung angegeben = 1 : n, so kann man leicht den Maaßstab eines jeden Landes für diese Aufnahme bestimmen, wenn man mit irgend einer Maaßeinheit dieses Landes eine Entfernung aus der Charte abgreift. Dieses Maaß, z. B. m Zolle, multiplicirt man mit n, und erhält dadurch die Größe der abgegriffenen Entfernung in Zollen, weil 1 : n = m : x.

Z. B. die Verjüngung einer Charte sei wie 1 : 25000. Man habe in dieser Charte die Entfernung zweier Punkte 2,75″ preuß. Decimalmaaß gefunden, es frägt sich, wie groß die abgegriffene Entfernung in preußischen Ruthen sei; so ist

1 : 25000 = 2,75 : x; folglich x = 687^{5} 5′ preuß. Decimalmaaß.

Der geradlinigte Vernier- oder Noniusmaaßstab.

Der Vernier oder Nonius ist eine Vorrichtung, welche zur Bestimmung kleinerer Theile von geraden Linien und Kreisbogen dient, als man durch unmittelbare Theilung anzugeben im Stande ist. Diese Erfindung sollen Pierre Vernier *), ein Franzose, (nach Benzenberg **), Werner,

---

*) Kästner geom. Abhandl. 2te Sammlung. Seite 574.

**) Benzenberg Trigon. §. 3. Seite 361.

ein Deutscher,) und Nunnez, ein Portugiese, zu gleicher Zeit gemacht haben.

Soll ein Maaßstab mit einem Vernier versehen werden, so bringt man denselben an dem Maaßstabe in der Form eines Schiebers an, auf welchem man eine Länge von n Maaßstabstheilen entweder in $(n + 1)$ oder in $(n - 1)$ Theile theilet.

Wären auf dem Vernier AY Fig. 19 n Maaßstabstheile in $(n + 1)$ Theile, z. B. 4 Maaßstabstheile in 5 Theile getheilt, so ist, wenn man die Länge CD eines Maaßstabstheils $= \alpha$ setzt, der Theil AB des Verniers $= \left[1 - \frac{1}{n+1}\right]\alpha =$ $[1 - \frac{1}{5}]\alpha = \frac{4}{5}\alpha$, und zwei Theile des Verniers $=$ AE $= \left[2 - \frac{2}{n+1}\right]\alpha = [2 - \frac{2}{5}]\alpha =$ $\frac{8}{5}\alpha$ u. s. w. Um die Länge KG zu messen, welche kleiner als 8 und größer als 7 Maaßstabstheile ist, legt man den Maaßstab KI mit dem Ende K an den Endpunkt K der zu messenden Linie KG, und verschiebt den Vernier bis der mit Null bezeichnete Theilstrich an dem andern Endpunkt G liegt. Hierauf untersucht man, welcher Theilstrich auf dem Maaßstabe mit einem Theilstrich auf dem Vernier eine gerade Linie HZ bildet; da dieses der dritte ist, so ist KG $= 7\frac{3}{5}\alpha$. Denn es ist jeder Theil des Verniers um $\frac{1}{5}\alpha$ kleiner als α, folglich sind drei Vernierstheile um $\frac{3}{5}\alpha$ kleiner als drei

Maaßstabstheile FH, folglich ist FG = FH — HG = 3 α — [3 — $\frac{3}{5}$] α = $\frac{3}{5}$ α. Bei diesem Vernier zählt man die Theile vom Nullpunkte aus vorwärts von G nach I.

Sind im Gegentheil auf dem Vernier Lx Fig. 20, n Theile des Maaßstabs in (n — 1) Theile, z. B. 6 Theile in 5 Theile getheilt, so ist, wenn man die Länge eines Theils NO auf diesem Maaßstabe = β setzt, ein Theil LM dieses Verniers

$$= \left(1 \frac{1}{n - 1}\right) \beta = 1\frac{1}{5}\ \beta = \frac{6}{5}\ \beta;$$ zwei Theile LP

$$= \left(2 \frac{2}{n - 1}\right) \beta = 2\frac{2}{5}\ \beta = \frac{12}{5}\ \beta \text{ u. s. w.}$$

Demnach ist eine zu messende Länge UQ = $6\frac{2}{5}$ β. Denn da der Theil LM um $\frac{1}{5}$ β grösser als β, so sind 3 Verniertheile = QS um $\frac{3}{5}$ β größer als 3 Maaßstabstheile 3 β, und folglich um $\frac{2}{5}$ β kleiner als 4 Maaßstabstheile 4 β = RS; folglich RQ = RS — QS = 4 β — $3\frac{3}{5}$ β = $\frac{2}{5}$ β. Bei diesem Vernier zählt man die Theile vom Nullpunkte aus rückwärts von T nach U.

Wenn man ein Werkzeug erhält, an welchem ein Vernier angebracht ist, so erfährt man den Werth, der durch Hülfe des Verniers zu erlangenden Theilung nach folgender Regel. Man untersucht den Werth der unmittelbaren Theilung, z. B. Zehntheile des Decimalzolls; dann, wie vielen solchen Theilen die Länge des Verniers gleicht, z. B.

11 solchen Zehntheilen des Dec.. Zolls. Hierauf zählt man, in wie viel gleiche Theile diese Länge auf dem Vernier getheilt ist, z. B. in zehn Theile. Die Anzahl dieser Theile muß entweder 1 mehr oder 1 weniger betragen, als die von der Haupttheilung zur Länge des Verniers genommene Anzahl Theile. Nun untersucht man, ob der Verfertiger des Werkzeugs den Vernier richtig, nämlich für den ersten Fall vorwärts, oder für den zweiten rückwärts beschrieben hat. Dann dividirt man, um den Werth der durch den Vernier zu erlangenden Theilung zu finden, durch die Zahl der auf dem Vernier befindlichen Theile den Werth eines Theils der auf dem Werkzeug befindlichen Theilung, und erhält als Quotienten für das gegebene Beispiel $\frac{1}{10 \times 10}$'' dc $= \frac{1}{100}$'' dc, oder wenn der Vernier bei obigem Beispiel anstatt in 10 in 12 Theile getheilt worden $\frac{1}{10 \cdot 12} = \frac{1}{120}$'' dc.

Will man hingegen eine gegebene Länge durch Hülfe eines Verniers in eine bestimmte Anzahl Theile, z. B. einen pariser Fuß in 2880 Theile oder halbe Scrupel theilen, so zerfälle man diese Zahl $\frac{1}{2880}$ in zwei Factoren, z. B. $\frac{1}{144} \cdot \frac{1}{20}$. Der eine Factor $\frac{1}{144}$ zeigt die Theilung des Maaßstabes, daß nämlich derselbe unmittelbar in 144 Theile oder Linien getheilt werden muß. Der andere Fac-

tor $\frac{1}{20}$ giebt die Länge und Zahl der Theile des Verniers an; er muß entweder 19 $\times \frac{1}{144}$ oder 21 $\times \frac{1}{144}$ zur Länge erhalten, welche in beiden Fällen in 20 gleiche Theile getheilt, im ersten Falle vorwärts, im zweiten Falle aber rückwärts beschrieben wird.

Ein geübter Beobachter findet bei fein getheilten Vernieren durch Hülfe des Vergrößerungsglases (der Lupe), daß die correspondirenden Theilstriche des Maaßstabes und Verniers selten eine gerade Linie bilden, sondern oft wie in Fig. 21 oder Fig. 22 erscheinen. Sobald dies der Fall ist, schätzt man das Verhältniß der Abstände der Theilstriche a und b des Verniers von den Theilstrichen c und d des Maaßstabes, ob sich nämlich wie in Fig. 21 ac : bd = 1 : 1 oder wie in Fig. 22 ac : bd = 1 : 2 u. s. w. verhalten.

Theilte der Vernier A Fig. 21 Hunderttheile des Decimalzolls auf einem unmittelbar in Zehntheile dieses Zolles getheilten Maaßstabe B ab, so würde, weil das Zusammentreffen des 4ten und 5ten Theilstrichs in gleichen Abständen mit den Theilstrichen des Maaßstabes und im Verhältniß 1 : 1 geschieht, das von dem Vernier abgeschnittene Maaß $= \frac{5}{100}'' + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{100}'' = \frac{5}{100}'' + \frac{5}{1000}'' =$ 0,055″ betragen. Denn da ac + bd = 0,01″ und ac = bd, so ist ac $\frac{0{,}01}{2}'' = 0{,}005''$.

In Fig. 22 verhalten sich aber die Abstände der auf dem Maaßstabe C befindlichen Theilstriche von den auf dem Vernier D befindlichen Theilstrichen ac : bd = 1 : 2. Daher beträgt das unter obigen Voraussetzungen von dem Vernier abgeschnittene Maaß = $\frac{5}{100}''$ + $\frac{1}{3}$ × $\frac{1}{100}''$ = $\frac{5}{100}''$ + $\frac{1}{300}''$ = 0,05333....". Denn da ac + bd = 0,01" und ac : bd = 1 : 2, so ist ac = $\frac{bd}{2}$, folglich ac = $\frac{0,01}{3}''$ = 0,00333....".

Die zu dieser Erläuterung angewendeten Figuren 21 und 22 sind viel größer als sie auf den Werkzeugen durch die Vergrößerungsgläser erscheinen, weshalb ein gutes Auge und Aufmerksamkeit bei Schätzung dieser Abstände erforderlich sind.

Ueber die Anwendung des Verniers zur Eintheilung der Kreisbogen ein Mehreres in der Folge.

Der Verjüngungs- oder Reductionszirkel.

Diesen Zirkel, welcher oft unrichtigerweise mit dem Namen eines Proportionalzirkels belegt wird, soll nach Levin Hulsius *), Jobst Burgi erfunden haben. Die Theorie und der Gebrauch

---

*) G. Adams geometrische und geographische Versuche. Aus dem Englischen übersetzt von Geißler, III. S. 19 Anmerk.

desselben beruhen auf den Lehrsätzen der Aehnlichkeit der Dreiecke. Dieser Zirkel, welcher seit langer Zeit bekannt ist *), leistet bei dem Auftragen gemessener Figuren und bei dem Copiren und Verjüngen der Charten und Pläne den größten Nutzen. Es giebt zweierlei Arten dieses Zirkels, nämlich welche ohne Stellschraube, Fig. 23, und welche mit Stellschraube, Fig. 24 und 25. Beide sind der Theorie nach nicht von einander unterschieden. Die Stellschraube dient bloß zur leichtern Stellung auf einer gegebenen Verjüngung, und zur Feststellung des Zirkels in jeder willkührlichen Eröffnung.

Beide Schenkel dieses Zirkels sind der Länge nach mit Einschnitten versehen, in welchen (bei geschlossenem Zirkel) der Mittelpunkt oder der Kopf des Zirkels leicht auf- und abgeschoben, und in jedem beliebigen Punkte, durch die an dem Kopfe befindliche Druckschraube festgestellt wird. Auf den beiden äußern Seiten der Einschnitte der Schenkel

---

*) Nicolai Bion mathematische Werkschule. Aus dem Franz. übers. von Doppelmayr. Vierte Aufl. 1741. Drittes Buch, 1. Kap. S. 83.

J. T. Mayer Unterricht zur pr. Geometrie. Vierte Auflage, 1818. III. Theil. XXIV. Kap. §. 268. II. S. 144.

C. Decker, das militairische Aufnehmen. Erste Auflage §. 137 zweite Anmerk. S. 115.

sind Theilungen angebracht. Eine Theilung ist mit Lin. bezeichnet, und dienet, Linien in eine gegebene Anzahl gleiche Theile zu theilen; oder die Größe eines aliquoten Theils einer gegebenen Linie zu finden. Durch diese Theilung findet man alle Theile einer gegebenen Länge bis zu dem zwölften Theil. Die zweite Theilung, welche mit Circles bezeichnet ist, dienet zur Bestimmung der Seite eines regulairen, im Kreise verzeichneten Vielecks, von gegebener Seitenzahl, und gegebenem Halbmesser. Die größte Zahl der Seiten eines Vielecks ist auf dieser Theilung gewöhnlich 20 bis 24.

Vor dem Gebrauch muß der Zirkel entweder auf die gegebene Verjüngung, oder nach dem Verhältnisse des Halbmessers zur Seite des im Kreise zu beschreibenden Vielecks gestellt werden. Bei dem Zirkel ohne Stellschraube wird dies folgendermaaßen verrichtet:

a. Zur Theilung einer Linie in eine gegebene Anzahl Theile, z. B. in 9 Theile.

1) Der Zirkel wird geschlossen, und die am Kopfe befindliche ränderirte Druckschraube gelöst.

2) Schiebt man den Kopf des Zirkels in den Einschnitten fort, bis die an dem Schieber unter dem Kopfe befindliche Linie, (der Index,) und der mit 9 bezeichnete Theilstrich der auf dem Schenkel des

Zir-

Zirkels verzeichneten Theilung für Linien, eine gerade Linie bilden, und

3) zieht man die Kopfschraube fest an.

Faßt man mit dem auf diese Weise gestellten Zirkel irgend eine gegebene Länge zwischen die Spitzen des längeren Theils der Schenkel; so ist der Abstand der kürzeren Spitzen genau der neunte Theil der abgenommenen Länge.

b. Zur Verzeichnung eines regulairen Vielecks, z. B. eines Siebenecks.

Man verfahre genau nach der Vorschrift, wie man den Zirkel zu der Theilung einer gegebenen Linie stellt, mit dem Unterschiede, daß

3) die am Schieber unter der Kopfschraube befindliche Linie auf den mit 7 bezeichneten Theilstrich der Eintheilung für die Kreise geschoben wird.

Die Stellung eines mit der Stellschraube versehenen Zirkels wird folgendermaßen verrichtet:

1) Wird der Zirkel, an welchem sich die Stellschraube in der Fig. 25 angegebenen Lage befindet, geschlossen.
2) Löset man beide Kopfschrauben b und d.
3) Schiebt man den Kopf g mit dem auf dem Schieber befindlichen Strich oder Index an den bestimmten Theilstrich. Ist dies so genau, als man es mit der Hand bewerkstelligen kann, verrichtet; so wird,

4) die Kopfschraube b festgeschraubt, durch die Herumdrehung der Stellschraube c dem Kopfe g eine feinere Bewegung mitgetheilt, und dadurch derselbe mit dem auf dem Schieber befindlichen Index genauer an den bestimmten Theilstrich gerückt.

5) Dann schraubt man die zweite Kopfschraube d fest, und die Schraube b ab.

6) Drehet man die Stange cf der Stellschraube um die Axe a Fig. 24 in die horizontale Richtung c′b′ und befestiget sie mit der Schraube b Fig. 25 bei e Fig. 24.

7) Löset man die Schraube e, bis sich die Stange bei e leicht verschieben läßt, so kann man eine Länge mn zwischen die Spitzen der längeren Schenkel fassen, und durch das Anziehen der Schraube e den Zirkel in dieser Stellung unverrückt erhalten.

8) Wenn die Mutter der Schraube e an den Schenkel so befestigt ist, daß man sie um ihre Axe drehen kann, so ist es dann möglich, durch Herumdrehung der Schraube c entweder die Spitzen einander um einen geringen Theil der Länge mn zu nähern oder von einander zu entfernen. Dies ist ein Vortheil mehr, um Längen genauer abzunehmen, da hier die Schraube e als Mikrometerschraube wirkt.

Das Vorhergehende setzt den Leser in den Stand,

diesen Zirkel richtig zu gebrauchen; er mag nun mit oder ohne Stellschraube sein *).

Wer sich den Zirkel selbst für Theile von Linien und Seiten von Vielecken eintheilen will, theile zuvor einen genauen tausendtheiligen Maaßstab. Dieser muß der Länge des zugeschlossenen Zirkels, von einer Spitze bis zur andern Spitze genommen, gleich sein.

Von dem tausendtheiligen Maaßstabe nimmt man bei der Eintheilung für Kreise die in der zweiten Tafel angegebenen Maaße, das heißt, die Entfernungen der Theilstriche von einer Spitze des Zirkels, ab, und trägt sie von einer Spitze aus auf den Zirkel.

Die erste Tafel enthält für die Linien-Theilung die Entfernungen der Theilstriche, von einer Spitze aus gerechnet.

---

*) Diese Zirkel werden von dem Herrn Geheimenrath Pistor und dem Herrn Hofmechanikus Maywald vorzüglich gut und den Englischen an Güte gleich angefertigt. Der Preis eines solchen Zirkels ohne Stellschraube ist 10 Thlr., und mit Stellschraube 12 Thlr.

Erste Tafel.

Entfernungen der Theilstriche von der untern Zirkelspitze für die Linientheilung (Lines).

Anzahl Theile.	Abstand des Theilstrichs von einer Spitze in Theilen der Zirkellänge.	
12	= 1 2/3	0,923
11	= 1 1/2	0,9166.. *)
10	= 1 0/1	0,909..
9	= 9/10	0,900
8	= 8/9	0,8888
7	= 7/8	0,875
6	= 6/7	0,8571..
5	= 5/6	0,8333..
4	= 4/5	0,800
3	= 3/4	0,750
2	= 2/3	0,6666

*) Obgleich man nur Tausendtheile von dem Maaßstabe abnimmt, so ist es doch nöthig, auch die Zehntausendtheile zu kennen, weil man bei der Abnahme der Maaße die Zehntausendtheile zwischen den Parallelen durch Schätzung findet.

Zweite Tafel.

Entfernungen der Theilstriche von der untern Zirkelspitze, für die Theilung der Kreise (Circles).

Seiten des Vielecks.	Abstand des Theilstrichs von einer Spitze in Theilen der Zirkellänge.
3	= 0,3660
4	= 0,4142
5	= 0,4596
6	= $\frac{1}{2}$ = 0,500
7	= 0,5377
8	= 0,5664
9	= 0,5938
10	= 0,6180
11	= 0,6396
12	= 0,6589
13	= 0,6802
14	= 0,6961
15	= 0,7063
16	= 0,7193
17	= 0,7359
18	= 0,7423
19	= 0,7523
20	= 0,7616
21	= 0,7755
22	= 0,7785
23	= 0,7914
24	= 0,7929
n	$= \frac{10000}{2 \text{ Sin. } \frac{180°}{n} + 1}$

Die in der letzten Spalte der zweiten Tafel gegebene Formel wurde folgendergestalt gefunden: Wenn die Oeffnung der untern Zirkelspitzen den Halbmesser des umschriebenen Kreises, und die Oeffnung der obern Spitzen die dazu gehörige Seite des regulairen nEcks enthalten soll; so muß (bei geschlossenem Zirkel) sich der Abstand der untern Spitzen von der Mitte des Zirkelkopfes, zum Abstande der Mitte des Zirkelkopfs von den obern Spitzen, verhalten, wie der Halbmesser des umschriebenen Kreises zur Vielecksseite.

Es sei nun die ganze Länge des Zirkels . . . . . = 10000.

Der Abstand der untern Spitzen von der Mitte des Zirkelkopfs = x;

so ist der Abstand der obern Spitzen von der Mitte des Zirkelkopfs . . . . . = 10000 — x.

Setzt man nun ferner den Halbmesser des Vielecks = 1, so ist die Vielecksseite = Chorde $\frac{360°}{n}$ = 2 Sin. $\frac{360°}{2n}$ = 2 Sin. $\frac{180°}{n}$. Diese Werthe, nach der obigen Proportion geordnet, geben:

$$x : 10000 - x = 1 : 2 \text{ Sin. } \frac{180°}{n}$$

$$\text{und } x \cdot 2 \text{ Sin. } \frac{180°}{n} = 10000 - x$$

hieraus $x \cdot 2 \text{ Sin.} \frac{180°}{n} + x = 10000$

oder $x \left(2 \text{ Sin.} \frac{180°}{n} + 1\right) = 10000$

folglich $x = \frac{10000}{2 \text{ Sin.} \frac{180°}{n} + 1}$.

Der Stangenzirkel *).

Dieser Zirkel wird zum Messen und Auftragen langer Linien gebraucht, welche man mit dem gewöhnlichen Handzirkel, theils wegen der Länge, theils aber auch wegen der schiefen Stellung der Spitzen gegen das Papier, nicht mehr mit Genauigkeit messen kann.

Sein Hauptbestandtheil ist eine Stange von Stahl oder Messing, oft auch bei sehr großen Stangenzirkeln nur von Holz. Diese hat die Form eines drei= vier= oder fünfseitigen Prismas. Letztere Form wird bei Stangenzirkeln angewendet, und allen übrigen vorgezogen, weil die Hülsen, welche sich an der

*) Adams geom. und graph. Versuche, S. 21.
Studer Beschreibung der versch. Zeichnen= u. Vermessungs=Instrumente. Dresden 1811. Arnold. S. 22 §. 28 ꝛc.
Breithaupt Magazin für das Neueste der Mathematik, 1. Band.

Stange fortschieben, eine festere und sicherere Lage bei dem Feststellen, durch das Anziehen der daran befindlichen Druckschrauben erhalten, als es bei den andern Formen der Stange der Fall sein würde. In den an der Stange verschiebbaren zweien Hülsen sind die gleich langen Zirkelspitzen senkrecht zur Stange befestigt. Eine dieser Spitzen ist gewöhnlich zum Herausnehmen eingerichtet, damit man anstatt derselben eine Bleihülse oder eine Reißfeder einsetzen kann.

Einer der Hülsen pflegt man eine feinere Bewegung durch eine Mikrometerschraube zu geben. Unter dem Namen Mikrometerschraube verstehet man eine Schraube, womit man entweder einen auf einem Maaßstabe angebrachten Zeiger, oder die Hülse und die damit verbundene Spitze eines Stangenzirkels um einen geringen Theil vor- oder zurückbewegen kann. An dieser Mikrometerschraube des Stangenzirkels ist (wenn die Umdrehungen derselben zur Messung kleiner Theile von geraden Linien benutzt werden sollen, eine in zehn Theile unmittelbar, und in Hunderttheile durch einen am Zeiger befindlichen Nonius, getheilte Scheibe angebracht. Ueber diese greift ein am Stangenzirkel befestigter und mit einem Nonius versehener Zeiger oder Index, welcher die Theilstriche auf der Scheibe abschneidet, und anzeigt, um welchen Theil

ihrer Peripherie sich bei der Herumdrehung die Schraube bewegte.

Diese Schraube wird von einer an dem Stangenzirkel befestigten Uhrfeder gleichförmig gegen die fortzuschiebende Hülse gedrückt, und bewirkt dadurch eine gleichförmige Bewegung der Letztern.

Vor dem Gebrauch des Stangenzirkels untersucht man, wie viel Umdrehungen der Mikrometerschraube dazu gehören, um die Spitze des Stangenzirkels einen landesüblichen Zoll oder Zolltheil fortzuschieben. Dieses geschiehet auf folgende Weise. Man stellt durch Herumdrehung der Mikrometerschraube den Nullpunkt der eingetheilten Scheibe genau unter den Nonius des an dem Stangenzirkel befestigten Index und entfernt die zweite Spitze um eine willkührliche Länge von der, an welcher sich die Mikrometerschraube befindet. Dann befestigt man beide Spitzen durch die daran befindlichen Druckschrauben in dieser Lage. Auf einem in Zolle und Tausendtheile des Zolls getheilten Maaßstabe untersucht man, wie viel diese Länge mißt, und fände z. B. 3,751″. Man löset die Druckschraube der durch die Mikrometerschraube beweglichen Hülse, drehet die Mikrometerschraube mehreremal, z. B. zehnmal um, und untersucht aufs Neue auf demselben Maaßstabe, wie viel nun die Entfernung beider Zirkelspitzen beträgt. Fände man für die letztere Entfernung auf dem Maaßstabe 3,924″,

so betragen die zehn Umdrehungen der Mikrometerschraube 3,924″ — 3,751″ = 0,173″; folglich eine Umdrehung = $\frac{0,173}{10}$″ = 0,0173″.

Hieraus berechnet man nach der Regula de tri folgendermaaßen, wie viel Umdrehungen der Mikrometerschraube dazu gehören, um die Spitze des Stangenzirkels um 0,01″ zu verschieben; und schließt:

0,0173 Zolle : 1 Umdrehung = 0,01 Zolle
: x Umdrehung.

Hieraus findet man $x = \frac{100}{173} = 0,578...$ Umdrehung.

Die Ausmessung einer gegebenen Länge mit Hülfe der Mikrometerschraube wird folgendermaaßen verrichtet. Man fasse die zu messende Länge zwischen die Spitzen des Stangenzirkels, und untersuche, wie groß diese Länge auf dem Maaßstabe ist. Findet man dieselbe > 4,32″ und < 4,33″; so drehe man mit der Mikrometerschraube die eine Zirkelspitze so weit zurück, bis sie in den Endpunkt von 4,32 Zoll eintrifft, und zählt die Anzahl der Schraubenumdrehungen oder der Theile der letztern. Wären im obigen Beispiele 0,23 Schraubenumdrehungen gemacht worden, so ist die ganze Länge:

$$= 4{,}32'' + \frac{0{,}23 \times 0{,}01}{0{,}587} = 4{,}32'' + 0{,}003902''$$

$$= 4{,}323902''.$$

Man siehet hieraus, mit welcher Genauigkeit man Linien, mittelst einer solchen Vorrichtung am Stangenzirkel, auszumessen im Stande ist. Nur gehören alsdann an beide Zirkelspitzen Lupen oder einfache Mikroscope, um die Beobachtung der Länge um so schärfer zu verrichten.

Soll im Gegentheil eine in Zahlen gegebene Länge, z. B. 6,23579″ von dem nur in Hunderttheile des Zolls eingetheilten Maaßstabe abgenommen werden; so ist:

$$6{,}23579'' = 6{,}23'' + 0{,}00579''.$$

Zu 0,00579″ gehören aber $\frac{0{,}00579 \times 0{,}587}{0{,}01}$ ″

= 0,341 Schraubenumdrehung. Folglich hat man, wenn mit dem Stangenzirkel von dem Maaße 6,23″ abgenommen worden, die eine Zirkelspitze (an welcher die Mikrometerschraube wirkt) von der andern durch 0,341 Umdrehung der Mikrometerschraube um 0,00579 Zoll zu entfernen.

Bei jedem Stangenzirkel ist es erforderlich, daß die Hülsen sich gleichförmig, sanft und nicht schlotternd, oder zu leicht auf der Stange bewegen, und wenn man sie durch die Druckschrauben feststellt, so darf durch das Anziehen dieser

Schrauben keine Spitze aus ihrer bestimmten Lage weichen.

Die genauesten Stangenzirkel obiger Art verfertigt der Mechanikus und Modelleur der Artillerie, Herr Bär d. jüngere, in Dresden.

Der dreifüßige Zirkel.

Dieses unter Fig. 26 abgebildete Werkzeug wird mit Nutzen und Zeitersparniß zum Ab- und Auftragen der Dreiecke für die Sectionsaufnehmer gebraucht. D ist der Handgriff dieses Zirkels. E, F und G sind die bei A, B und C in Gelenken beweglichen Spitzen. Durch die auf diese Gelenke A, B und C wirkenden Druckschrauben α, β und γ können die Zirkelspitzen in jeder beliebigen Lage befestigt werden. Diese Gattung der dreifüßigen Zirkel ist den übrigen, wegen des senkrechten Standes der Spitzen, weit vorzuziehen.

Die übrigen Werkzeuge zum Bezeichnen und Entwerfen der Linien, z. B. Reiß- oder Ziehfeder, Copirzwecken, Centrumzwecke, Lineal und Dreieck sind der Form und dem Gebrauch nach zu bekannt, als daß es nöthig wäre, sie ausführlich zu beschreiben.

B. Von den Werkzeugen, welche zum Abstecken und Messen der Neigung oder Abweichung zweier Linien, oder der Winkel dienen.

a. Beschreibung derjenigen, welche auf dem Felde zu diesem Zweck dienen.

1. Allgemeine Uebersicht und Eintheilung der Winkelmesser.

Die Werkzeuge, womit man auf dem Felde aus einem gewählten Standorte den Winkel (die Neigung oder Abweichung zweier Linien) bestimmt, welche zwei Punkte der Erdoberfläche mit dem Standorte bilden, nennt man im Allgemeinen Winkelmesser (Goniometer).

Unter den zu messenden Winkeln giebt es überhaupt

a) Horizontalwinkel, wenn beide Schenkel des Winkels in einer horizontalen Ebene liegen.

b) Vertikalwinkel, wenn beide Schenkel des Winkels in einer vertikalen Ebene liegen.

Unter den Vertikalwinkeln giebt es in Rücksicht gegen eine die Vertikalebene des Winkels durchschneidende Horizontalebene, welche man durch den Scheitelpunkt des Winkels gelegt denkt, folgende Arten derselben:

α) Höhen- oder Elevationswinkel, wenn ein Schenkel im Horizonte, der andere aber über demselben, und

beide in einer Vertikalebene liegen *).

β) Tiefen- oder Depressionswinkel, wenn ein Schenkel im Horizonte, der andere aber unter demselben, und beide in einerlei Vertikalebene liegen.

γ) Richtungswinkel, Directionswinkel, ist eine bei der Artillerie in der Lehre von dem Bombardement gebräuchliche Benennung des Komplements eines Höhenwinkels. Er ist folglich ein Vertikalwinkel, bei welchem ein Schenkel vertikal zu dem im Horizont liegenden Scheitelpunkte gedacht wird, und wo beide Schenkel über dem Horizonte liegen.

c) Schiefe Winkel sind solche, wo die durch beide Schenkel des Winkels gelegte Ebene gegen den Horizont eine Neigung hat, welche kleiner als 90° ist.

Da man nach Vorhergehendem, die Winkel in verschiedenen Ebenen messen kann, so ist es nöthig, den Winkelmessern dieserhalb eine verschiedene Ein-

---

*) In der Bergzeichnung nennt man diesen Winkel auch den Neigungswinkel oder Böschungswinkel des Berges, oder der schief gegen den Horizont geneigten Ebene.

richtung zu geben, wenn entweder die horizontale, oder die vertikale Projection des Winkels, oder der wahre Winkel gemessen werden soll. Hierdurch entstehen die Benennungen: Horizontal-, Vertikal- oder schiefe Winkelmesser.

Horizontal-Winkelmesser messen nicht allein jeden in einer Horizontalebene liegenden Winkel, sondern auch die horizontale Projection des schief geneigten Winkels. Dadurch erspart man bei dergleichen Werkzeugen die Reduction der in schiefen Ebenen gemessenen Winkel auf den Horizont, welche sonst durch trigonometrische Berechnung geschehen muß.

Vertikal-Winkelmesser dienen zur Bestimmung der Höhen- und Tiefen-Winkel (Elevations- und Depressionswinkel) oder Vertikalwinkel.

Schiefe Winkelmesser sind solche, die nur den Winkel in der Ebene messen, in welcher die Schenkel des zu messenden Winkels liegen. Mithin können sie nur in dem Falle zur Messung eines Horizontal- oder Vertikalwinkels angewendet werden, wenn die den Winkel bestimmenden Schenkel entweder in einer horizontalen, oder in einer vertikalen Ebene liegen.

Die Theorie, nach welcher die Winkelmessung verrichtet werden soll, ist die Grundlage der Zusammensetzung eines Winkelmessers. Demnach kann

rücksichtlich dieser Theorie die Winkelmessung mit einem Winkelmesser verrichtet werden:

α) durch Zeichnung auf dem Papier oder ichnographisch,

β) durch die Kreislinie oder geometrisch, und endlich

γ) durch die trigonometrischen Hülfslinien oder trigonometrisch.

Nach seiner Zusammensetzung (Construction) kann ein Winkelmesser optisch, dioptrisch, amphidioptrisch, catoptrisch oder auch catadioptrisch sein.

Optisch ist ein Winkelmesser, wenn die von entfernten Gegenständen kommenden Lichtstrahlen durch Absehen (Dioptern oder Pinnacidien) direct in das Auge des Beobachters gelangen, ohne durch die Absehen gebrochen (refrangirt) oder von denselben zurückgeworfen (reflectirt) zu werden.

Dioptrisch sind Winkelmesser, wenn diese Lichtstrahlen durch durchsichtige Mittel (Gläser oder Fernröhre) gehen, und folglich eine Brechung (Refraction) erleiden, ehe sie zum Auge gelangen.

Amphidioptrisch nennt man Winkelmesser, wenn man dessen Absehenslinie in unverrückter Lage des Winkelmessers sowohl vor- als rückwärts gebrauchen kann.

Catoptrisch ist ein Winkelmesser, wenn die

von einem Gegenstande kommenden Lichtstrahlen ganz von einem ebenen (planen), erhabenen (convexen), oder hohlen (concaven) Spiegel (Reflector) zurückgeworfen werden.

Catadioptrisch wird ein Winkelmesser genannt, bei welchem die Lichtstrahlen eines Gegenstandes gebrochen, die eines andern Gegenstandes hingegen von einem Spiegel zurückgeworfen werden, und ein dioptrisches und ein catadioptrisches Bild der beiden Gegenstände in der Absehenslinie des Werkzeugs entsteh

2) Von den Winkelmessern überhaupt.

Unter den zur Bestimmung eines Winkels dienenden Werkzeugen giebt es überhaupt folgende, welche den allgemeinen Namen Winkelmesser erhalten können, nämlich:

A. Winkelmesser, welche bloß den rechten Winkel messen, und zum Abstecken desselben gebraucht werden.

a. Die Kreuz- oder Winkelscheibe.
b. Der optische Winkel.
c. Das Spiegellineal von Fallon.

B. Winkelmesser, welche den Winkel als die Neigung zweier Linien durch Zeichnung auf dem Papier darzustellen eingerichtet sind, als:

a. Die Meßkette.
b. Der Meßtisch.

c. Die Meßscheibe von Zollmann.
d. Der catadioptrische Zirkel.
e. Der reflectirende Halbkreis (Reflector) von Douglas.
f. Der catadioptrische graphische Goniometer.

C. Winkelmesser, welche die Größe des zu messenden Winkels nach Graden und Gradtheilen angeben.

a. Das Astrolabium.
b. Der Repetitions-Theodolith von Rößler.
c. Der Repetitionskreis von Borda.
d. Der Spiegelsextant von Hadley.
e. Der Spiegelkreis von Mayer.
f. Der catadioptrische Sector von v. Segner.
g. Der catadioptrische Zirkel von Höschel.
h. Der reflectirende Halbkreis von Douglas.
i. Der catadioptrisch-graphische Goniometer.
k. Der Cathetometer *), angeblich von Dr. Crelle.
l. Die Boussole.

Von diesen Winkelmessern werden nur einige zu Winkelbestimmungen allgemein angewendet. Diese sollen rücksichtlich der Theorie, auf welcher ihre Zusammensetzung beruhet, der Zusammensetzung selbst, und endlich rücksichtlich des Gebrauchs, vollständig

*) Vom Cathetometer, seinem neuen Winkelmeßinstrument von Dr. A. L. Crelle, Königl. Oberbaurathe. Berlin, 1817. Maurer.

beschrieben und erläutert werden. Diejenigen aber, welche nicht so allgemein bekannt und im Gebrauche sind, sollen in diesem Bande mit Stillschweigen übergangen, und nur die Schriften angezeigt werden, in welchen man nähere Auskunft findet. Bei der Beschreibung der Werkzeuge nehme ich hauptsächlich auf die beste und zweckmäßigste Zusammensetzung Rücksicht, und zeige, wodurch sich die neuere Zusammensetzung von den ältern fehlerhaften unterscheidet.

3) Beschreibung der Winkelmesser.

Die Kreuz- oder Winkelscheibe (Surveying crofs. Crofs Staff. Equerre d'Arpenteur.) Fig. 27 und 28.

Die Kreuz- oder Winkelscheibe (Winkelkreuz) ist eins der einfachsten Meßwerkzeuge, mit welchem man Winkel von 90° und von 45° abzustecken im Stande ist. Dieses einfache und wohlfeile Werkzeug ist dessen ungeachtet mit vielem Nutzen bei Vermessungen zu gebrauchen, wenn man es zu benutzen versteht. Selbst größere Aufnahmen kann man, wenn es nicht auf Zeitersparniß ankommt, mit Genauigkeit dadurch verrichten.

Es bestehet dieses Werkzeug aus einem hohlen, überall verschlossenen Zilinder von Messingblech Fig. 27, dessen Durchmesser = 4″ ddc und der Höhe gleich ist. Die Oberfläche dieses Zilinders

hat acht gleichweit von einander abstehende Einschnitte ab, cd, u. s. w. Durch diese Einschnitte (wovon immer je zwei in der Richtung des Durchmessers, folglich einander gegenüber liegen), werden Winkel von 90° und von 45° abgesteckt. Denn wenn man durch die Durchschnitte e und f visirt, und auf dem Felde in diesen visirten Richtungen Meßfahnen E und F ausstecken läßt, so ist ∠ FBE $= \frac{360}{8}° = 45°$. Im Gegentheil aber, wenn man durch e und g visirt, und in E und G Stäbe ausstecken läßt, so ist ∠ EBG $= \frac{360}{4}° = 90°$. Der Zilinder ist auf einem mit einer eisernen Spitze versehenen Stock, welcher die Stelle eines Stativs (Fußgestells) vertritt, so befestigt, daß er sich bei C horizontal herumbewegen läßt, ohne daß es nöthig ist, den Stock (welcher fest in das Erdreich eingestochen ist) zu drehen.

Zuweilen ist auf der obern Kreisfläche des Zilinders eine in Grade getheilte Boussole aufgeschraubt.

Anstatt eines solchen Zilinders gebraucht man oft nur ein rechtwinkliges Kreuz, Fig. 28, von festem, trocknem Holze, welches ebenfalls horizontal auf einem Stock befestigt wird, und gewöhnlich gleich lange Arme AE, BE, CE und DE hat. In diese Arme, die aus zwei winkelrecht übereinan-

der geplatteten Hölzern AC und BD von 8 bis 12″ ddc Länge und ½″ Dicke bestehen, welche auseinander und vom Stocke genommen werden können, sind vier einen Zoll hohe, spitzige Eisenstifte geschraubt. Diese Stifte müssen unter sich gleiche Abstände ab = bc = cd = de haben, und auch gleich weit von dem Mittelpunkte E abstehen, so daß aE = bE = cE = dE ist.

Wenn man anstatt der Stifte Absehen oder Dioptern, (s. w. u. Diopterlineal) auf ein dergleichen Kreuz setzen will, so müssen zwei derselben z. B. bei D und C Fig. 29, so eingerichtet sein, daß man sie um ihre Mitte drehen kann.

Man kann den Stock, welcher das Werkzeug trägt, mit einer Nuß versehen, wenn man das Kreuz oder den Zilinder vertikal kippen, und zur Messung naher und entfernter Höhen anwenden will. Diese Nuß, Fig. 30, bestehet aus einer Kugel a von Messing, an deren zilindrischen Fortsatz e das Kreuz oder der Zilinder A Fig. 27 geschraubt wird. Diese Kugel a Fig. 30 befindet sich zwischen zwei Backen b, welche durch eine Schraube c zusammengeklemmt werden können, und so die Kugel in jeder gegebenen Lage befestigen. Eine dieser Backen bd endigt sich in eine Zwinge d, wodurch die ganze Vorrichtung an dem Stock befestigt wird.

Mehrere bei der praktischen Anwendung dieses Werkzeugs von mir gefundene Auflösungen verschiedener Aufgaben verursachten folgende Abänderung der Gestalt des Kreuzes. Man gebe drei Stiften A, B und D Fig. 29 gleiche Abstände AE = BE = DE von der Mitte E des Kreuzes; dem vierten Stifte K aber nur einen aliquoten Theil von AE, z. B. $\frac{1}{n}$ AE zum Abstand KE. Hierdurch erlangt man bei dem Gebrauch des Werkzeugs bedeutende Vortheile, wie in der Folge gelehrt werden wird.

Wenn man über die Stifte oder durch die Dioptern A, K und D, B visirt, und in den Richtungen AK und DB auf dem Felde bei G und H Stäbe ausstecken läßt, so bilden diese Stäbe G und H mit dem Standort E des Werkzeugs den rechten Winkel GEH. Visirt man hingegen durch D und B, dann durch D und A, und läßt in diesen Richtungen die Stäbe F und G ausstecken, so ist ∠ FDG = 45°. Um den Scheitelpunkt D dieses Winkels FDG auf dem Felde zu bemerken, muß man vom Diopter D ein Bleiloth, oder einen Stein herabfallen lassen, der dann den Ort des Punktes D auf der Erde zeigt.

Wäre nach der oben angegebenen Einrichtung des Kreuzes EK = $\frac{1}{n}$ AE, und für n = 4,

EK = $\frac{1}{4}$ AE = $\frac{1}{4}$ DE ꝛc., so können über D und B bei G, und über D und K bei I Stäbe eingerichtet und ausgesetzt werden. Diese Stäbe G und I und der unter dem Diopter D senkrecht liegende Punkt auf der Erde bilden einen Winkel GDI, der in jedem rechtwinkligen Dreieck, dessen Katheten sich wie 1 : 4 verhalten, der kürzesten Kathete gegenüber liegt, und 75° 57′ 50″ beträgt.

Denn DE : EK = r : cot. D. Folglich

$$\text{cot. D} = \frac{\text{EK} \cdot \text{r}}{\text{DE}},$$

und für r = 1; cot. D = $\frac{\text{EK}}{\text{DE}} = \frac{1}{4} = 0{,}25 =$ cot. 75° 57′ 50″.

Die Prüfung, ob die Stifte oder Dioptern unter rechten Winkeln gegeneinander stehen, und die vorgeschriebenen Abstände haben, verrichtet man entweder durch Messung mit einem Stangenzirkel, oder dadurch, daß man durch zwei Paar Dioptern einen rechten Winkel auf dem Felde ausstecket, und durch Verdrehung des Kreuzes untersucht, ob die übrigen Dioptern, die zur Bezeichnung des rechten Winkels ausgesteckten Stäbe eben so genau wie die ersten Dioptern abschneiden, oder nicht. Im ersten Falle ist man vom rechtwinkligen Stande der Dioptern überzeugt, und darf nur noch die Abstände derselben in den Diagonalen und den Seiten des Viereks, welches die Dioptern bilden, durch Messung mit dem Stangenzirkel prüfen.

Der Meßtisch *), Mensula Praetoriana, la planche, la planchette.

Der Meßtisch ist ein seit zweihundert Jahren allgemein als sehr nützlich anerkanntes Werkzeug, dessen Erfinder Johann Prätorius, Professor der Mathematik zu Altdorf war.

Dies

---

*) Dieses Werkzeug findet man in folgenden Schriften beschrieben:

Schwenters prakt. Geometrie.

N. Bion mathem. Werkschule. Weitere Eröffnung v. J. G. Doppelmayr. Nürnberg 1727.

A. Böhms Anl. z. Meßkunst auf dem Felde, 3te Aufl. v. J. G. Cämmerer. 1807.

J. J. Mayers prakt. Geometrie S. 435 des 1sten Bandes.

G. Adams geometr. u. graph. Versuche.

J. L. Hogreve prakt. Anw. z. topogr. Vermessung u. g. L. 1773.

J. Bugge Anleit. z. Feldmessen. Altona 1807.

F. Meinert Anfangsgr. der Feldmeßkunst. Halle 1794.

Branders Beschreibung eines neuen Universalmeßtischs. Augsburg 1772.

Marinoni de re ichnographica. Vien. 1752. p. 13.

Der verbesserte Meßtisch für Freunde der prakt. Geometrie. Frankf. u. Leipzig 1798.

Studer's Beschreib. eines vollständigen Apparats zu geom. Vermessungen. 1801.

Hartig Beschreibung eines Winkelmeßinstruments. 1796.

Dieses Werkzeug bestehet aus einem vermittelst eines Gestells (Stativs) horizontal zu stellenden Reißbrett, welches mit Papier überzogen, und durch eine im Stativ angebrachte Vorrichtung horizontal herumbewegt werden kann.

Die Zusammensetzung und Einrichtung dieses Werkzeugs ist sehr verschieden, denn die meisten Meßkünstler und Mechaniker (siehe die vorher angeführten Schriften) bemüheten sich, denselben zum Gebrauch so bequem, als möglich zu machen; wodurch aber oft das Haupterforderniß eines guten Meßtisches, der feste, nicht leicht verrückbare Stand verloren ging.

Die beste und einfachste Einrichtung ist die, welche die sächsischen Ingenieurs den Meßtischen gaben, die bei der Landesvermessung angewendet wurden, und welche man fast jetzt allgemein aus Unkunde die Lehmannischen nennt. Ein nach dieser Einrichtung angefertigter Meßtisch, Fig. 31, bestehet aus dem Stative A und dem darauf mit Schrauben zu befestigenden Meßtischblatte B, welches bei dem Gebrauch mit Papier oder Staniol überzogen wird.

Das unter Fig. 31 abgebildete Stativ kann zu mehrern Werkzeugen, z. B. dem Theodolit, Astrolabium, der Boussole, dem Niveau u. s. w. angewendet werden, da es unter allen bis jetzt angewendeten Stativen das festeste ist. Bei flüchtigen

militairischen Messungen, wo alles darauf ankommt, den Meßtisch tragbarer zu machen, ist das Feldstativ Fig. 34 *) zweckmäßig und empfehlungswerth, erfodert aber eine vorsichtige Behandlung, weil es weniger feststehet, als das erstere.

Der erste Haupttheil des Meßtisches, das Stativ A Fig. 31 bestehet aus folgenden Theilen, aus dem hohlen Cilinder d, an welchen drei Lappen e gelöthet sind. Diese Lappen e greifen in die in die hölzernen Füße g gesägten Einschnitte, und werden durch drei Bolzenschrauben, welche durch die in den Füßen und Lappen befindlichen Löcher geschoben sind, mit den Füßen g zu drei Gelenken oder Charnieren verbunden. Die Bewegung jedes Gelenks kann durch Anziehen der Mutter der Bolzenschraube gehindert, und dadurch jeder Fuß in jeder beliebigen Neigung gegen den Boden befestigt und unverrückt erhalten werden.

Die obere Oeffnung des Zilinders d ist durch eine darauf gelöthete Platte f verschlossen, welche in ihrer Mitte einen runden Zapfen von der Form eines abgekürzten Kegels trägt. Ueber diesen Zapfen ist ein zweiter ausgehöhlter abgekürzter Kegel A geschoben, an welchem sich oben eine kreisförmige Platte b und unten das Kammrad a, in dessen Vertiefungen die Schraube ohne Ende h Fig. 31

---

*) Dieses Stativ findet man in Leupold Theatrum Machinarum abgebildet.

und 32 greift, befindet. Damit der hohle Kegel nicht von dem Zapfen, um welchen er sich bewegt, abgezogen werden kann, ist im letztern eine Schraube c geschraubt, deren Kopf von grösserm Durchmesser, als der Durchmesser der Oeffnung des hohlen Kegels A ist.

Bei m ist das Gehäuse der Schraube ohne Ende um einen Zapfen beweglich, damit man dasselbe von dem Kammrad abrücken kann. Bei dem Abrücken der Schraube ohne Ende ziehen sich deren Schraubengänge aus den Vertiefungen des Kammrads a, und das durch drei Flügelschrauben n auf die Platte b des Stativs befestigte Meßtischblatt B kann mit der Hand nach allen Richtungen gewendet werden, welches man die grobe Bewegung des Meßtisches nennt. Das Abrücken der Schraube ohne Ende muß vorsichtig verrichtet werden, weil man durch gewaltsames Ziehen leicht die Gänge der Schraube ohne Ende beschädigen kann; am besten ist es, nachdem die Schraube i, welche das Gehäuse h an das Kammrad a andrückt, gelöst worden, den Schlüssel k der Schraube ohne Ende anzufassen, und langsam links herum zu drehen, bis sich die Schraube ohne Ende von selbst leicht und willig aus den Vertiefungen des Kammrads a löset. Wenn im Gegentheil die Schraube ohne Ende durch die Druckschraube i gegen das Kammrad a gedrückt wird, so darf man sie nur

durch Hülfe des Schlüssels k herumdrehen, um dadurch dem Meßtischblatte die feine Bewegung mitzutheilen.

Findet man, daß das Meßtischblatt, obgleich die Schraube ohne Ende durch die Druckschraube i scharf gegen das Kammrad a gedrückt ist, sich immer noch bewegen läßt, oder daß es wackelt, so hat der in den Vertiefungen des Kammrads a sich sammelnde Staub diese und die Gänge der Schraube ohne Ende bei dem Gebrauche abgeschliffen. Diesen Fehler nennt man den todten Gang der Schraube ohne Ende; weil man sie immer etwas herumdrehen kann, ehe sie dem Kammrad die Bewegung mittheilt. Es ist dann nöthig, diesem Hauptfehler des Meßtisches von einem geschickten Mechaniker abhelfen zu lassen, weil man mit einem Werkzeuge, welches diesen Fehler hat, durchaus nichts zu leisten vermag.

Alle Theile des Stativs, ausgenommen die hölzernen Füße und deren Spitzen, Fig. 33, welche von Eisen sind, sind von Messing. Da, wo sich Metall auf Metall reibt, sucht man die Reibung durch Einschmieren mit einer Mischung, welche aus reinem Wachs und Baumöhl zusammengeschmelzt wird, zu verhüten.

Endlich ist an jedem hölzernen Fuße, Fig. 33, ein Ansatz p angebracht, auf welchen man mit dem

Fuß tritt, und so den Stativsfuß in die Erde drückt.

Das Feldstativ, Fig. 34, bestehet aus einer abgekürzten dreiseitigen Piramide ab, deren oberes Ende in einen runden Zapfen ausläuft. Dieser Zapfen ist mit einer liniendicken Messingzwinge beschlagen, über welche eine Dille c paßt, auf deren oberen Ende die Scheibe d angelöthet ist, welche durch drei Schrauben an das Meßtischblatt geschraubt wird. Damit man die Dille, welche sich auf dem Zapfen des Stativs drehet, und so die grobe und feine Bewegung des Meßtisches hervorbringt, feststellen kann, ist um dieselbe ein Preßring e gelegt. Wenn die Füße des Stativs, welche durch drei Schrauben mit der Piramide vereinigt sind, aufwärts bewegt werden, so bilden diese, indem sie sich an erstern genau anlegen, einen abgekürzten Kegel von der Länge der Piramide, welche höchstens $2\frac{1}{4}$ dd' beträgt.

Der zweite Haupttheil des Meßtischs ist das Meßtischblatt, Fig. 31 B, welches am allerzweckmäßigsten folgenderweise angefertigt wird. Ueber einen Blendrahmen von trocknem Tannen- oder Kiehnenholze wird ein $\frac{3}{8}$ Zoll dickes lindenes Brett geleimt. Auf die untere Seite des Blendrahmens wird ein eben so dickes Brett so geleimt, daß die Holzfasern des ersten obern Bretts, die Holzfasern des zweiten durchkreuzen. Zwischen beiden Bret-

tern ist nun ein hohler Raum enthalten, welcher da, wo die Scheibe q aufgeschraubt wird, mit einer wenig grösern Holzscheibe von der Stärke des Blendrahmens ausgefüttert ist, damit die Schrauben, welche zur Befestigung der Scheibe q dienen, genug Holz haben.

Der hohle Raum zwischen dem obern und dem untern Brette hat den Nutzen, daß man, wenn bei der Arbeit eine Nadel abbricht, die in dem Brette steckende Spitze mit dem abgebrochnen Obertheil der Nadel durch das Brett in den hohlen Raum hinunterdrücken kann. Die entgegengesetzte Lage der Fasern des obern und des untern Brettes verhindert das Werfen des Meßtischblattes, und dasselbe wird leichter, als jedes massive Brett.

Auf die obere Fläche dieses überall gleich dicken Brettes spannt man das Papier, auf welchem man die Verzeichnung der gemessenen Figuren vornimmt. Anstatt aber bei dem Aufspannen den Bogen Papier wie gewöhnlich mit Wasser zu befeuchten, bestreicht man das Papier auf der Seite, wo es auf das Brett zu liegen kommt, mit zu Schaum oder Schnee geschlagenem Eiweiß. Mit dieser gleichförmig bestrichenen Seite des Papiers legt man es auf die Oberfläche des Brettes, streicht mit zwei zusammengeballten Tüchern aus der Mitte des Brettes nach dem Rande hin den Bogen so lange, bis er überall glatt und fest am Brette klebt, biegt

dann die hervorstehenden Ränder des Papiers um und leimt sie mit Mundleim an den Kanten des Brettes fest. Besser ist es, das Weiße vom Ei in einem Topfe zu quirlen, bis es ganz zu Schaum geworden ist, sodann aber so lange stehen zu lassen, bis dieser Schaum vergangen, und alles wieder vollkommen flüssig ist, welches gewöhnlich einige Stunden Zeit erfordert. Dann gießt man das obere Klare der Flüssigkeit behutsam in ein anderes Gefäß, und bestreicht damit die untere Seite des Bogens. Weil die gröbern Theile des Eiweißes im Topfe zurückbleiben, so wird auch die untere Seite des Papiers weniger gefärbt, als wenn man mit dem Schaume das Papier bestreicht.

Diese Art Aufspannen gewährt folgende Vortheile: Erstens wird das Einlaufen der abgeschnittenen Zeichnung größtentheils verhindert, und zweitens wirft das auf dem Meßtisch ausgespannte Papier, wenn man in feuchter Luft arbeitet, keine Blasen, welche allemal von der Ausdehnung des Papiers entstehen, wenn das Papier nur auf die gewöhnliche Art mit bloßem Wasser aufgespannt worden ist. Obgleich durch das Eiweiß das Papier auf der Oberfläche des Brettes klebt, so läßt es sich doch leicht vom Brette abziehen, sobald man nur den mit Leim befestigten Rand abgeschnitten hat.

Die zum Meßtisch gehörigen Werkzeuge.

Mit dem Meßtische allein würde man nichts aufzunehmen im Stande sein, wenn man nicht noch andere Werkzeuge hätte. Diese sind:

1. Das Niveau oder die Libelle (Wasserwage).
2. Das Visir- oder Diopterlineal (Alhidade).
3. Die Kippregel und das Diopter-Fernrohr.
4. Die Einlothzange; und endlich
5. Die Orientir-Boussole.

Die Einlothzange kann zwar, wie wir in der Folge sehen werden, gänzlich, und die Orientirbouſsole (wegen ihrer Unzuverläßigkeit) größtentheils entbehrt werden; weniger entbehrlich ist aber das Diopter-Fernrohr, sobald man genau arbeiten, und seine Augen schonen will, welche man bei dem gewöhnlichen Diopterlineal ohne Fernrohr, durch die Anstrengung, mit welcher man auf ferne und undeutlich erscheinende Gegenstände visiren muß, rettungslos verdirbt.

1. Das Niveau oder die Libelle.

Da man die Seiten und Winkel aufzunehmender Figuren entweder durch das Werkzeug nach ihrer Ausdehnung in der horizontalen Lage zu bestimmen sucht, oder, wenn dieses nicht angehet, durch Rechnung auf den Horizont reduzirt; so muß, wenn das erstere der Fall ist, auch das Werkzeug mit der Oberfläche, auf welcher die Winkelbestimmung ge-

schiehet, in eine horizontale Lage gebracht, oder horizontal gestellet werden.

Dieses Horizontalstellen verrichtete man sonst mit der Setzwage der Maurer und Zimmerleute, jetzt aber durch jene künstlichen Wasserwagen, welche man Libellen nennt. Diese Libellen bestehen aus verschlossenen Gefäßen, welche so weit mit Weingeist angefüllt sind, daß nur noch eine Luftblase übrig bleibt, welche nicht größer als eine Erbse sein darf, und den horizontalen Stand des Werkzeugs anzeiget, auf dem die Libelle liegt.

Man unterscheidet lange und dosenförmige Libellen. Die ersten bestehen aus einer an beiden Enden zugeschmelzten (hermetisch versiegelten) in der innern Höhlung gleichweit ausgeschliffenen (calibrirten) Glasröhre, welche mit Weingeist gefüllt, und mit einer Luftblase versehen ist. Wenn diese Glasröhre innerlich gleichweit geschliffen ist, so wird sie erhitzt, und nach dem Segment eines Kreises bogenförmig gebogen. Diese Krümmung ist nöthig, weil ohne sie die Luftblase nicht so leicht in die Mitte der Röhre treten kann, wenn man den Bogen auf eine horizontale Ebene so legt, daß die Enden der Glasröhre (oder die Endpunkte des Bogens) diese Ebene berühren, und der Kreisbogen, welchen die Röhre bildet, zur Horizontalebene senkrecht steht.

Um die Glasröhre in dieser Richtung auf jede Ebene stellen zu können, umgiebt man sie mit einem

messingenen Gehäuse, welches unten auf einer Platte befestigt, und an welchem ein Theil ausgeschnitten ist, damit man durch diese Oeffnung den Stand der Luftblase ersehen kann.

Die Krümmung der Libelle darf nur sehr wenig betragen, sonst verliert die Luftblase ihre Empfindlichkeit, und zeigt geringe Neigungen ebener Flächen nicht an.

Die Mitte der Libelle, unter welche die Luftblase treten muß, wenn die schiefe Ebene, worauf sie liegt, in die horizontale Lage gebracht worden, ist äußerlich durch zwei Striche auf der Glasröhre bemerkt.

Bei sehr genauen Libellen bringt man an beiden Seiten des sie umschließenden Gehäuses eine Theilung an, in deren Mitte der Nullpunkt liegt, damit man wegen der Ausdehnung der Luftblase durch die Kälte, immer zwei von der Mitte der Glasröhre und der Theilung gleich weit abstehende Striche findet, zwischen welche die in ihrer Größe veränderliche Luftblase genau einspielen kann. Fig. 37 zeigt eine dergleichen.

Will man eine schiefe Ebene mit solchen langen Libellen horizontal stellen, so muß man, weil sie die horizontale Lage nur nach der Richtung ihrer Länge angeben, entweder zwei derselben so auf die Ebene stellen, daß sie mit der Richtung ihrer Länge rechtwinklig zu einander stehen, oder man muß nach und nach die Fläche übers Kreuz einwiegen, das heißt, sowohl in der Richtung der

Breite, als der Länge horizontal stellen. Wenn man das zweitemal in einer die erste durchkreuzenden Lage die Libelle auf und die Ebene horizontal stellt, so wird dadurch bei der Bewegung der Ebene auch die horizontale Lage der ersten Richtung verloren gehen; man muß daher nochmals die Libelle in die erste Richtung stellen, und die Lage der Ebene verbessern. Ja es ist oft nöthig, dieses Horizontalstellen vier und mehreremal in der Richtung über das Kreuz zu verrichten, ehe man die Ebene nach allen Richtungen hin vollkommen horizontal gestellt hat.

Zur Berichtigung einer langen Libelle, wenn sie nicht vollkommen wagerecht auf der untern Fläche cd liegt, ist das die Glasröhre umschließende Gehäuse bei a mit einem Gelenk und bei b mit einer Stellschraube versehen. Bei der Berichtigung einer unrichtigen Libelle setzt man dieselbe auf eine Ebene, und bewegt letztere, bis die in der Wasserwage befindliche Luftblase genau unter der Mitte einspielt. Dann umzieht man den Fuß der Libelle auf der Ebene mit einem Strich, damit man genau die Stelle wiederfinden kann, auf welcher sie gestanden hat, nimmt die Libelle weg, verwendet sie, und setzt dieselbe genau auf den mit Bleistift umzogenen Raum, so daß da, wo früher das Ende c gestanden hat, das Ende d zu stehen kommt. Nun wird die Luftblase nicht mehr unter der Mitte einspielen (weil die Libelle unrichtig ist), sondern um einige Theile der auf der Libelle angebrachten Thei-

lung von der Mitte abweichen. Weicht die Libelle um vier Theile der Theilung von der Mitte ab, so stellt man erst die Ebene so, daß die Luftblase nur noch um zwei Theile von der Mitte abweicht, (um die Hälfte der erst gefundenen Abweichung) und stellt alsdann durch die an der Libelle befindliche Stellschraube b die Luftblase genau unter die Mitte, so ist die Libelle und die Ebene, auf welcher sie steht, zugleich berichtigt. Denn weil der Fehler nach obigem Verfahren die doppelte Neigung der Libelle angiebt, so muß auch die Hinwegschaffung dieses Fehlers zur Hälfte durch die Stellschraube der Libelle, und zur Hälfte durch die Ebene, auf welcher diese liegt, (oder befestigt ist,) weggeschafft werden.

Zu der Horizontalstellung des Meßtisches wendet man diese langen Libellen wegen des Zeitverlustes, der mit ihrem Gebrauch verknüpft ist, nicht an, sondern gebraucht anstatt ihrer die zweite Gattung der Wasserwagen, die sogenannte **dosenförmige Wasserwage**, Fig. 35 und 36. Eine solche Wasserwage stellt bei der einfachen Operation die zu stellende Ebene zugleich nach allen Richtungen horizontal, und bestehet aus einer zilindrischen, überall gleich hohen und oben offenen messingenen Büchse ab Fig. 35, in deren obere Oeffnung ein oben ebenes, unten hohles (plan=concaves) Glas cd eingesprengt und verkittet ist; unten im Boden der Büchse ist ein Loch, durch welches der innere

leere Raum mit Weingeist angefüllt wird, bis nur noch eine Luftblase von ein bis zwei Linien Durchmesser übrig bleibt. Dieses Loch verschließt eine Schraube e, unter deren Rand Leder gelegt wird, damit der Weingeist nicht heraus läuft. Das aufgekittete Glas muß wenigstens 36″ Brennweite haben, wenn die Luftblase die gehörige Empfindlichkeit äußern soll. Auf der Oberfläche des Glases der Wasserwage, Fig. 36, sind aus der Mitte einige kleine concentrische Kreise f entweder eingeschnitten oder mit Flußspathsäure eingeätzt, unter welchen die Luftblase genau einspielen muß, wenn die Ebene, worauf sie gestellt ist, nach allen Richtungen hin horizontal sein soll.

Will man die Richtigkeit einer solchen Wasserwage prüfen, so stellt man eine Ebene so, daß die Wasserwage einspielt, umzieht den Rand der Wasserwage mit Bleistift, und verdrehet innerhalb dieses gezeichneten Kreises die Wasserwage nach allen Richtungen, so wird sich der Fehler der Wasserwage dadurch zu erkennen geben, daß die Luftblase nicht unter der Mitte bleibt, sondern aus den Kreisen sich nach dem Rande der Büchse hinzieht. Diesen Fehler kann nur der Mechanikus durch Abdrehen des Randes verbessern.

Eigentlich dienen die langen Libellen zur Horizontalstellung der Linien, und die dosenförmigen zur Horizontalstellung der Ebenen. Aus diesem

Grunde bringt man auch erstere fast nur an Maaßstäben, Fernröhren und dergl. an, und wählt letztere, um Flächen zu nivelliren oder abzuwägen.

2. Das Visir- oder Diopterlineal, Alhidade.

Das Diopterlineal, Fig. 38, gebraucht man, um Linien, zwischen bestimmten auf dem Meßtisch und dem Felde liegenden Punkten, auf der Oberfläche des Meßtisches zu verzeichnen. Es bestehet aus einem $1\frac{1}{2}$ Linien dicken, $1\frac{1}{2}$ Zoll breiten messingenen Lineal ab, dessen Länge man der Länge der Diagonale des Meßtischblatts gleich macht. An beiden Enden dieses Lineals sind Absehen (Dioptern, Pinnacidien) ac und bd senkrecht auf dessen Oberfläche befestigt, und mit Gelenken versehen, so daß sie, wenn das Lineal nicht gebraucht wird, auf die Fläche niedergelegt werden können. Die Mitte dieser Absehen oder Dioptern und die Kante des Lineals bilden, wenn die Dioptern aufgerichtet sind, eine Vertikalebene. Jedes Diopter hat in der einen Hälfte mehrere Visirlöcher, oder auch nur einen durch die Mitte gehenden langen Einschnitt. Die andere Hälfte des Diopters ist durchbrochen und bildet einen Rahmen, durch dessen Mitte ein Pferdehaar oder Silberdrath senkrecht, und mit der Kante des Lineals in einer Vertikalebene ausgespannt ist.

Weil das ausgespannte Pferdehaar leicht zer-

reißt, so bringt man jetzt an deren Statt Parallelgläser in den Dioptern an, über deren Mitte ein feiner Strich gezogen oder geätzt ist. Sind dergleichen Gläser nicht parallel und nicht vollkommen plan oder eben, so sind sie bei dem Gebrauch höchst nachtheilig, bringen Fehler hervor, und machen dadurch die erlangten Resultate unbrauchbar. Man prüft die Parallelität der Gläser dadurch, daß man das Diopter auf ein langes Dach richtet und nachsiehet, ob die obere Kante des Dachs, welche man durch das Glas erblickt, mit der Kante des Dachs, welche neben dem Diopter mit bloßen Auge gesehen wird, eine einzige gerade Linie bildet, und dann dieselbe Prüfung mit einem senkrecht stehenden Gegenstande (der Ecke eines Hauses) auf dieselbe Weise wiederholet und auch da nachsiehet, ob die Ecke des Hauses sowohl im Glase, als der freien Luft eine einzige Linie bildet. Wenn dies nicht der Fall ist, so ist das Glas nicht parallel.

In dem einen Diopter ist das Pferdehaar oben, in dem andern aber unten angebracht, eben so ist es auch mit den Visirlöchern oder dem Einschnitt der Fall. Das Diopter, durch welches man siehet, nennt man das Ocular diopter, und das, in welchem man den Gegenstand erblickt, das Objectivdiopter.

Die Visirlöcher in den Ocular dioptern sind besser für die Erhaltung der Augen, als die Ein-

schnitte, nur müssen sie weder zu klein, noch zu groß gebohrt werden, und alle genau mit dem gegenüberliegenden Pferdehaar oder Drath eine Vertikalebene bilden.

Ob dies der Fall ist, prüft man folgendergestalt: Man stellt das Diopter auf eine genau horizontalgestellte Fläche, richtet es nach der Ecke eines sehr hohen Hauses und siehet nach, wenn der Faden die Ecke scharf abschneidet (berührt), ob dies auch der Fall ist, wenn man nach und nach durch die übrigen Visirlöcher siehet. Im Gegentheil sind die Löcher nicht genau in einerlei Vertikalebene. Weicht das Pferdehaar unten oder oben von der Ecke des Hauses etwas ab, und berührt sie nur oben oder unten, so stehen die Dioptern nicht senkrecht auf der Ebene des Lineals; wenn anders die Ecke des Hauses genau senkrecht ist. Besser ist es in einiger Entfernung, an einem vor dem Winde gesicherten Orte eine starke Schnur, welche unten mit einem schweren Gewicht versehen ist, aufzuhängen, (oder an eine entfernte Mauer eine Vertikale zu zeichnen,) und danach das Diopterlineal zu richten.

Es giebt ältere Diopterlineale, deren Dioptern so auf der Ebene des Lineals stehen, daß die Visirebene durch die Mitte des Lineals und nicht durch die Kante des Lineals gehet; diese taugen nichts, und müssen, wenn man sie anwenden müßte, durchaus abgeändert, und die Dioptern mit ihrer Mitte

auf die Kante des Diopterlineals gesetzt werden. Siehe Mayer pr. Geom. S. 449 u. f.

Sind die Visirlöcher zu klein, so erscheint entweder das Object undeutlich, oder vor demselben ein kreisförmiger Nebelfleck. Die zu großen Löcher hingegen bringen eine nachtheilige Parallaxe hervor, welche man, wenn das Auge nur ein wenig seitwärts bewegt wird, leicht dadurch entdeckt, daß der Objectivdiopter-Faden das Object nicht genau zu durchschneiden scheint.

Unter dem Namen des Lehmannischen Diopterlineals, Fig. 39, verstehet man folgendes, in Backenbergs Anleitung zum Aufnehmen S. 180 No. 5, beschriebene Werkzeug.

Das Oculardiopter dieses Diopterlineals hat lauter Visirlöcher, und das Objectivdiopter einen durch die ganze Mitte des Diopters gehenden Faden. Auf dem Rahmen des letztern verschiebt sich ein Schieber f, in welchem ein Faden horizontal ausgespannt ist. Der Abstand ab beider Dioptern ist der Entfernung der Visirlöcher c und d gleich. Diese Länge ist bei gh auf die innere Seite des Objectivdiopters aufgetragen, und in 100 gleiche Theile getheilt. Aeußerlich am Objectivdiopter sind die Tangenten der Winkel von Grad zu Grad bis zur tang. 45° für den Halbmesser ab = cd = gh aufgetragen, und der Schieber f kann auf der innern Fläche Hunderttheile von ab, und auf der

äußern Fläche Tangenten der Höhen- oder Tiefenwinkel abschneiden. Braucht man das Objectivdiopter nicht zu Höhen- oder Tiefenbestimmungen, so schraubt man es bei b ab, und bei i auf.

Wer sieht nicht hieraus, daß der Prediger D. Romershausen zu Aken an der Elbe, welcher sich leider sehr unberufen und ungeschickt in's Gebiet der praktischen Geometrie und Mechanik wagt, die Theorie seines Distanzmessers (s. w. h.), Lehmanns Diopterlineale abborgte, und auf eine sehr unbrauchbare Weise anwendete.

Das erst beschriebene Diopterlineal gewährt den Nutzen, daß man, ohne seine Lage zu verändern, sowohl vor- als rückwärts sehen kann, welchen Vortheil man bei letzterem entbehrt, und den Meßtisch folglich nicht so genau zwischen zweien Punkten auf dem Felde durch dasselbe einrichten kann, als mit ersterem. Von dem Gebrauche des letztbeschriebenen Diopterlineals ein Mehreres im folgenden Abschnitte.

Bei der sächsischen Landesvermessung wendete man Visirlineale an, welche von Birnbaumholz angefertigt waren, und anstatt der Dioptern zwei messingene Messerklingen hatten, über deren Spitze man nach dem Object visirte. Man muß bei ihrem Gebrauche einen Schritt abwärts treten, um sie genau auf den Gegenstand zu richten.

3. Die Kippregel und das Diopter=Fernrohr.

Die Kippregel bestehet aus einer prismatischen Stange von Messing, an deren Enden zwei Dioptern angeschraubt sind.

Diese Stange läßt sich an einem horizontalliegenden Zapfen, in einer Vertikalebene auf und nieder bewegen, welcher an dem obern Ende, einer auf der Mitte eines messingenen Lineals aufgerichteten Säule befestigt ist. Die Visirebene durch beide Dioptern muß eben so, wie bei dem gewöhnlichen Diopterlineal, mit der Kante des Lineals in einer Ebene liegen.

An der Stange der Kippregel befindet sich ein Gradbogen, welcher die Winkel anzeigt, um welche die Kippregel auf oder nieder bewegt wird, und also zur Messung von Höhen= oder Tiefenwinkeln dient.

Das Diopter=Fernrohr (Perspectivlineal) Fig. 40 hat, ganz dieselbe Einrichtung, wie die Kippregel; nur ist an diesem Werkzeug, anstatt der prismatischen Stange mit den Dioptern, ein Fernrohr ab angebracht, auf dessen äußeren Röhre zwei Dioptern c und d aufgeschraubt sind. Damit man wegen Verschiedenheit des Gesichts das Ocularglas des Fernrohrs dem Objectivglase nähern kann, ist an der Röhre h des Ocularglases, eine Zahnstange befestigt, in welche ein Getriebe oder Trieb greift, welches durch den rändrirten Knopf i bewegt wird.

An dem Fernrohre ist der in halbe Grade eingetheilte Gradbogen ef angeschraubt, welcher sich mit dem daran befestigten Zapfen k in einem Pfannenlager bewegt. Dieses Pfannenlager befindet sich an dem obern Ende der auf dem Lineal befestigten Säule l. An dem Gradbogen ef bestimmt der Vernier g die Höhen- und Tiefenwinkel bis auf 2′ genau.

In dem Fernrohre sind entweder zwei Kreuzfäden von Spinnengewebe, oder ein auf beiden Seiten planes und paralleles Glas, auf welchem zwei Linien übers Kreuz geschnitten oder geätzt sind, angebracht. Der Durchschnittspunkt beider Linien muß genau in der Axe des Fernrohrs, und eine dieser Linien in einer Vertikalebene, mit der Kante des Lineals liegen, an welchem die Linien mit Bleistift gezogen werden.

Die Dioptern c und d dienen zum Rückwärtsvisiren, wenn durchs Fernrohr vorwärts visirt worden ist.

Wenn man äußerlich oben auf dem Fernrohr eine lange Libelle mit der dazu gehörigen Correctionsschraube versehen, anbringen läßt, so gewinnt man den Vortheil, daß man mit dem Diopter-Fernrohr, wenn es auf den Meßtisch gestellt wird, nivelliren kann.

Das Fernrohr ab hat gewöhnlich nur zwei Gläser und zeigt die Gegenstände verkehrt. Solche Fernröhre haben mehr Helligkeit, als die mit meh-

reren Gläsern. Unter den Fernröhren unterscheidet man überhaupt:

1. Das Galiläische oder holländische, Fig. 41, 1610 in Holland erfunden, ist aus einer erhabenen (convexen) Objectivlinse und einer hohlen (concaven) Ocular- oder Augenlinse zusammengesetzt. Es zeigt die Gegenstände aufrecht, hat ein kleines Gesichtsfeld, dienet Kurzsichtigen häufig als Operngucker und vergrößert nur 2 bis 3 mal.

2. Das Kepplersche, Fig. 42, welches aus zwei erhabenen Linsen zusammengesetzt ist, die Gegenstände umgekehrt zeigt und um so mehr vergrößert, je kleiner die Brennweite der Okularlinse und je größer die der Objectivlinse ist. Wegen der Helligkeit wendet man dieses Fernrohr bei Meßinstrumenten an und nennt es ein astronomisches Fernrohr.

3. Das Erdfernrohr (terrestrische Fernrohr) Fig. 43, aus 4 Linsen zusammengesetzt, zeigt die Gegenstände aufrecht. Diese Einrichtung haben die meisten Taschenfernrohre.

Diese Fernrohre zeigen sämmtlich die Gegenstände, welche man durch sie betrachtet, mit einem farbigen Rand umgeben.

4. Das achromatische oder farbenlose Fernrohr zeigt die Gegenstände ohne diese farbigen Ränder, welches durch das Objectivglas bewirkt wird, das aus mehreren Gläsern zusammengesetzt ist. Man nimmt zu solchen zusammengesetzten Objectivgläsern

zwei verschiedene Glasarten, nämlich: Crownglas (grünliches Fensterglas) und Flintglas (englisches Kristallglas), welche so wie in Fig. 44 oder 45 zusammengesetzt werden. Dieses Fernrohr nennt man öfter ein Dollondsches, weil der Engländer Dollond es im Jahre 1756 erfunden hat. Jetzt sind die meisten Fernröhre der Meßwerkzeuge achromatisch, weil sie ein weites Sehfeld und reines Licht haben müssen.

4. Die Einlothzange oder Gabel.

Die Einlothzange ist ein Werkzeug, welches dazu dienet, einen auf der Oberfläche des Meßtisches liegenden Punkt senkrecht über einem Punkt des Erdbodens aufzustellen. Sie bestehet aus einem gabelförmig gebogenen Stück Metall, Fig. 46, welches sich bei a in eine Spitze verläuft, und an welchem bei b eine Oese befindlich ist, in die man ein Bleiloth knüpfen kann. Eine bei c befindliche Schraube dient zum Zusammenklemmen der Zange, wenn man sie so an das Meßtischblatt angeschoben hat, daß die Spitze a an dem auf dem Meßtisch gegebenen Punkte und die Oese unter dem Meßtischblatte senkrecht unter a liegt. Das herabhängende Bleiloth oder Pendel zeigt sodann, welcher Punkt des Erdbodens senkrecht unter a liegt.

Bei militairischen Messungen, wo eine Abweichung des Punktes auf dem Meßtische von dem Punkte auf

dem Erdboden nicht viel ausmacht, entbehrt man dieses Werkzeug und hält einen Stein unterhalb des Meßtischblattes unter den Punkt und läßt sodann den Stein herabfallen. Trifft der herabfallende Stein den Punkt des Erdbodens, über welchem der Punkt auf dem Meßtische aufgestellt werden soll, so hat das Meßtischblatt seine richtige Lage.

5. Die Orientir-Boussole.

Die Orientir=Boussole benutzt man zur Einrichtung des Meßtisches und zur Bestimmung der magnetischen Nordlinie auf demselben. Die Zusammensetzung und Theorie dieses Werkzeugs, wird in der folgenden Beschreibung der Boussole, welche zu Winkel=Bestimmungen gebraucht wird, weitläuftiger abgehandelt werden, weshalb wir den Leser dorthin verweisen.

Da die Boussole ein höchst unzuverlässiges Werkzeug ist, auf welches man sich nie genau verlassen kann, so ist dieselbe nur zu einer groben Einrichtung des Meßtisches brauchbar. Wollte man sich im Gegentheil bei der Einrichtung des Meßtisches ganz auf sie verlassen, so würden grobe Fehler unvermeidlich sein. Zu einer groben Einrichtung und als ein Näherungsmittel zu der Parallelstellung des Meßtisches bei militairischen Messungen ist sie hinreichend brauchbar, sonst aber zu weiter nichts.

Gewöhnlich hat die Orientir=Bouſſole die Form einer zilindriſchen Büchſe von 2 — 3″ Durchmeſſer und ¾″ Höhe, in welcher der Stift, auf welchem die Magnetnadel ſpielet, befeſtigt iſt. Sie iſt unten auf eine viereckige Platte geſchraubt, und oben mit einem Glasdeckel verſchloſſen. Die Platte, auf welcher die zilindriſche Büchſe befeſtigt iſt, hat ein Loch, wodurch man ſie an das Meßtiſchblatt anſchrauben und ſomit demſelben verbinden kann.

Bei den Orientir=Bouſſolen iſt es nicht nothwendig, eine Gradeintheilung anzubringen. Man pflegt nur gleich hoch mit der Nadel im Innern der Büchſe einen Ring zu befeſtigen, auf welchem die wahre Mittagslinie und die Abweichungslinie der Magnetnadel, oder die magnetiſche Mittagslinie verzeichnet iſt. Die auf dieſem Ringe gezogene Mittagslinie muß, wenn die Orientir=Bouſſole an den Meßtiſch angeſchraubt iſt, parallel mit zwei Randlinien des Meßtiſchblattes laufen.

Die Bouſſole (The Circumferenter).

Der Name Bouſſole bezeichnet überhaupt jedes Gehäuſe, in welchem ſich eine Magnetnadel auf einem in der Mitte des Gehäuſes ſenkrecht aufgerichteten Stift frei herum bewegt; in dem Verſtande aber, in welchem wir ihn gebrauchen, ein winkelmeſſendes Werkzeug, welches ſo eingerichtet iſt, daß die Größe der zu meſſenden Winkel durch

Hülfe

Hülfe der Richtung der Magnetnadel bestimmt wird. Die Magnetnadel ist daher der Haupttheil einer solchen Boussole und nur von ihrer Güte und Vollkommenheit hängt die Brauchbarkeit der Boussole ab.

Unter einer Magnetnadel verstehet man ein nadelförmiges Stück Stahl, oder eine lange dünne Stahlplatte, der durch Bestreichen mit einem natürlichen oder künstlichen Magnet *) die magneti=

---

*) Der natürliche Magnet ist ein Eisenerz, welches in Menge in dem Magnetberge von Werchoturien in Newyork, im Spitzberge am Harz, und in allen reichhaltigen Eisengruben gefunden wird. Dieser Magnet ziehet Eisen und das allerreinste Kobaldmetall an sich, hält es mit ziemlicher Kraft, und zeigt schwebend mit gewissen Punkten nach einerlei Weltgegend. Diesen Erscheinungen legt man den Namen des mineralischen Magnetismus bei.

Die zwei Punkte, welche sich, wenn er frei aufgehangen schwebt, nach einerlei Weltgegend kehren und auch das Eisen am stärksten an sich ziehen, heißen die Pole des Magneten, und zwar nach ihrer Richtung, der eine der Nord=, der andere hingegen der Südpol. Verbindet man in Gedanken beide Pole durch eine gerade Linie, so heißt diese die Axe des Magneten.

Zwei Magneten ziehen einander mit den ungleichnamigen Polen (dem Nord= und dem Südpol) an. In dieser Beziehung nennt man diese Pole die freundschaftlichen Pole der beiden Magneten. Rä=

sche Kraft oder der Magnetismus mitgetheilt worden ist. Wird ein solcher Körper in seinem Schwerpunkt gehörig unterstützt, oder frei schwebend aufgehangen, so drehet er sich jederzeit in die Richtung der magnetischen Pole der Erde, nämlich nach dem magnetischen Nord- und Südpole. Die magnetischen Erdpole sind durch die Erfahrung bestimmt worden, und weichen von der wahren Lage der Weltpole um einen gewissen Winkel ab, der durch Hülfe einer astronomisch bestimmten Mittagslinie gefunden wird. Man nennt diesen Winkel den Abweichungswinkel der Magnetnadel, oder deren De-

---

hert man aber zwei Magneten einander mit den gleichnamigen Polen, so erfolgt ein Zurückstoßen, weshalb man diese Pole die feindschaftlichen nennt.

Bestreicht man ein Stück Eisen oder gehärteten Stahl mit einem solchen Magnet, so theilt sich diesen die magnetische Kraft mit, ohne daß man an dem Magnete eine Verminderung derselben bemerkt. Das Bestrichene hingegen zeigt dann dieselben Erscheinungen, und wird deshalb ein künstlicher Magnet genennet. Bei diesem Bestreichen erweckt jeder Pol des Magneten in dem damit bestrichenen Theil die Eigenschaft des entgegengesetzten Pols, das heißt, was mit dem Nordpol bestrichen ist, zeigt die Eigenschaften des Südpols.

Eben so gut kann man durch das Bestreichen mit einem künstlichen Magnet einem Stück Eisen oder Stahl die magnetische Kraft mittheilen.

klination. Die Größe dieses Abweichungswinkels ist an jedem Orte verschieden und für einerlei Art in verschiedenen Zeiten veränderlich. Elektrizität und Wärme verändern ihn, indem vorzüglich letztere durch ihre Einwirkung die anziehende Kraft des Magneten schwächt, und eine tägliche periodische Abweichung der Magnetnadel hervorbringt.

Die Magnetnadel ist, damit sie auf einem stählernen Stift aufgehangen werden kann, in ihrem Schwerpunkt durchbohrt und über dieser Oeffnung ein trichterförmiges Hütchen a Fig. 50 aufgelöthet, welches entweder aus lauter Messing, oder besser, aus einem in Messing gefaßten Glas oder Agat bestehet. Der Kessel dieses Hütchens muß konisch ausgebohrt sein und die Spitze dieser kegelförmigen Hohlung eine halbe Hohlkugel darstellen, wenn die Nadel sich gut und mit der wenigsten Reibung auf dem sie unterstützenden Stifte b frei herum bewegen soll.

Die Gestalt der zu den Boussolen anwendbaren Magnetnadel ist sehr verschieden, und zwar:

1) pfeilartig, Fig. 47.
2) dünn und breit, aber nach den Enden zugespitzt, Fig. 48, oder
3) hoch und schmal, und nur an den äußersten Enden zugespitzt, Fig. 49 und 50.

Die unter 1 bezeichnete Gestalt taugt nichts, weil durch die hervorstehenden Theile des Pfeils die Polarität der Nadel gestört wird; eben so wenig ist

die unter 3 bezeichnete Gestalt zu empfehlen, weil das Gewicht der Nadel den Stift bald abstumpft.

Blau angelaufene Nadeln taugen weniger als andere, denn sie nehmen zwar die magnetische Kraft leichter als andere an, verlieren sie aber eben so leicht wieder.

Bei jeder Magnetnadel müssen die Mitte der Höhlung des Hütchens und beide Nadelspitzen in einerlei Vertikalebene zur Oberfläche der Nadel liegen, weil sonst die Nadel an der Gradeintheilung der Boussole nicht genau die Richtung des Durchmessers bezeichnen, und die Hälfte des Gradringes nicht abschneiden würde.

Die Magnetnadeln, welche zu großen Boussolen gehören, haben nur höchstens 4 — 5″ ddc Länge, die in den Orientir-Boussolen aber nur 2 — 3″.

Das Magnetisiren einer Magnetnadel wird am besten folgendermaßen verrichtet: Man legt die Nadel, Fig. 50, auf den Tisch, setzt zwei Magnetstähle ab und cd so auf dieselbe, daß die Nord- und Südpole in die in der Zeichnung angegebene Lage kommen. In dieser Lage hält man mit einer Hand die beiden Magnete bei b und c zusammen, und streicht mit der andern Hand mit dem Ende a des einen Magneten (vor- und rückwärts) stark aufdrückend einige hundertmal das eine Ende der Nadel. Eben so vielmal streicht man das Ende d der Nadel mit dem andern Magnete, und verwech-

felt dann die Lage der Magnete, so daß die Enden a und d zusammengefaßt werden, ferner c da, wo a war, und b da wo d war, gesetzt wird, und wiederholt das Streichen eben so wie vorher. Vorschriften kann man nicht geben, wie oft gestrichen werden muß, weil nur durch Prüfungen bestimmt werden kann, welches das Maximum der magnetischen Materie ist, welches eine Nadel anzunehmen fähig sei. Bei dem Streichen fand man überhaupt, daß es besser sei, durch starke Reibung der Nadel den Magnetismus mitzutheilen.

Wenn gleich dieses Verfahren von den in den Lehrbüchern der Naturlehre angegebenen abweicht, so kann ich doch versichern, daß Nadeln, welche auf diese Weise gestrichen waren, sich im Praktischen vorzüglich brauchbar bewährten, und viel magnetische Kraft besaßen.

Die Boussole, Fig. 51, hat folgende Einrichtung. Auf einer Platte ac ist die zilindrische Büchse e befestigt, in welcher die Magnetnadel über einem in der Mitte derselben aufgerichteten Stifte spielt.

Mit der Oberfläche der Magnetnadel gleich hoch, ist im Innern der Büchse ein in Viertheilgrade getheilter concentrischer Ring befestigt, auf welchem die Süd- und die Nordspitze der Nadel die Grade anzeigt. An beiden gleich weit von dem Stifte abstehenden Enden a und c der Platte, sind

Dioptern ab und cd befestigt, deren Abstand nicht unter 10 — 12″ betragen darf, und die vermittelst daran befindlicher Charniere niedergelegt werden können. Diese Dioptern sind, wie die Abbildung zeigt, zum Vor- und Rückwärts-Visiren eingerichtet.

Damit bei dem Tragen des Werkzeugs die Nadel den Stift nicht abstumpfe, so ist äußerlich an der Boussole ein Schieber f angebracht, der unter der Magnetnadel sich in einen trichterförmigen, den Stift umgebenden Hebel endet, und dazu dienet, die Nadel vom Stifte abzuheben und an den die Büchse verschließenden Glasdeckel zu drücken, welches man das Arretiren der Nadel, und die dazu gehörige Vorrichtung die Arretirung nennt.

Zu dem Stativ der Boussole wendet man gewöhnlich Nußstative an, welche über der Nuß einen mit einem Kammrade und der darein greifenden Schraube ohne Ende versehenen Zapfen haben, auf welchen die unter der Platte ab befestigte Hülse oder Dille g geschraubt wird. Da aber das beschriebene Meßtischstativ besser und feststehender als ein solches Nußstativ ist, so ist es überhaupt rathsamer, das Meßtischstativ auch zur Boussole, dem Astrolabium, und andern Winkelmessern anzuwenden.

Ein Haupterforderniß einer guten Boussole ist die richtige Stellung und Lage der Dioptern, des eingetheilten Kreises und des Stiftes. Erstere müssen genau in einerlei Vertikalebene zur Platte lie-

gen, der Gradring der Boussole muß parallel zur Platte ab und der Stift genau in der Mitte des Gradringes befestigt sein. Die Visirlinie durch beide Dioptern ist mit dem Durchmesser des eingetheilten Ringes, welcher durch 360° und 180° geht, parallel, oder liegt mit demselben in einer Vertikalebene. Um zu prüfen, ob die Nadel überall die Hälfte des Gradrings schneidet, drehe man die Boussole so herum, daß die Nadel mit der Nordspitze nach und nach alle 5° Abtheilungen, 5°, 10°, 15°, (n. 5°) u. s. f. zeigt, und sehe nach, ob die Südspitze der Nadel die entgegengesetzten Grade, d. h. 185°, 190°, 195°, (n. 5° + 180°) genau abschneidet. Wenn dies der Fall ist, so hat man sich sowohl von dem genauen concentrischen Stande des Stiftes, als auch von der richtigen Eintheilung des Gradringes von 5 zu 5 Graden überzeugt. Ob die Nadel träge oder faul ist, (d. h. zu wenig Empfindlichkeit äußert, welches eine Rauhigkeit des Stiftes, der Höhlung des Hütchens, oder Mangel der magnetischen Kraft verräth), findet man auf folgende Weise. Man entfernt alles Eisen aus der Nähe der Boussole, läßt die Nadel ruhig einspielen, und merkt die Zahl der Grade, welche die Nordspitze der Nadel zeigt. Dann nähert man der Nadel ein Stück Stahl oder Eisen, lenkt durch dieses Eisen die Nadel von jener Gradzahl ab, und sieht nach, ob sie nach mehreren Schwingungen, wenn

man das Eisen entfernt, und sie in Ruhe gekommen ist, dieselbe Gradzahl anzeigt. Diese Prüfung wiederholt man an mehrern Stellen des Gradrings, wozu man das Gehäuse in verschiedene Richtungen bringt. Kehrt die Nadel nach der Bewegung jedesmal zu der erst gezeigten Gradzahl zurück, so ist die Nadel brauchbar, im Gegentheil nicht.

Ueberhaupt muß die Nadel unbeweglich bleiben, und sich nicht mit verdrehen, wenn man das Gehäuse der Boussole durch die Schraube ohne Ende sanft herum bewegt.

Ferner ist es nöthig, darauf zu sehen, daß das Messing, von welchem die Boussole angefertigt worden, rein von Eisentheilen ist. Man erfährt dieses, wenn man die Nadel aus dem Gehäuse nimmt, auf die in einem Stück Holz befestigte Spitze einer Nähnadel setzt, und der Nadel nach und nach alle Theile des Gehäuses nähert (aus welchem zuvor das einzige Eisen, welches sich an demselben befindet, der stählerne Stift ausgeschraubt worden ist). Bewegt sich die Nadel nach einem Theile des Gehäuses, so erkennt man dadurch, daß das Messing nicht rein von Eisentheilen, und folglich die Boussole gänzlich unbrauchbar ist.

Die Patent-Boussole.

Es hat vor einiger Zeit einer unsrer Landsleute, der Mechanikus Schmalcalder in London,

eine tragbare Boussole, the Patent Boussole, zu militairischen Messungen erfunden, auf welche ihm ein Patent ertheilt worden ist. Dieses Werkzeug, Fig. 52, besteht aus einer zilindrischen Büchse von $2\frac{3}{4}$ Zoll Durchmesser und $\frac{3}{4}''$ Höhe, an welcher sich ein Ocular-Diopter A und ein Objectiv-Diopter B befindet. Das Ocular-Diopter ist mit einem Gehäuse verbunden, in welchem ein Glas-Prisma sich befindet, dessen Profil Fig. 53 zeigt. Die schwarz bestrichene Seitenfläche ab dieses Prismas schneidet die vordere Fläche bc unter einem Winkel abc von 45°, und die untere Fläche ac ist convex geschliffen. Sieht man von d in das Glas-Prisma, so erscheint bei e die bei f liegende Theilung der Boussole vergrößert, weil die untere convex geschliffene Fläche des Prismas vergrößert. Man kann daher, da in dem Gehäuse eine Oeffnung gh ist, sowohl durch diese Oeffnung, die unter dem Prisma befindliche Zahl der Grade, als auch den Objectiv-Diopterfaden sehen; denn die Spalte gh bedeckt nur mit ihrer untern Hälfte gi das Glasprisma, die obere hi hingegen gewährt eine freie Durchsicht nach dem zu visirenden Objecte. Man sieht also auf dieselbe Weise, wie bei der Wollastonschen Camera lucida, zugleich ein Bild im Prisma und ein Bild in der freien Luft. Ueber die Magnetnadel ist ein Kartenblatt geklebt, auf welches die Theilung mittelst einer getheilten Kupfer-

platte verkehrt gedruckt ist, damit sie im Spiegel rechts erscheint. Bewegt sich die Nadel auf ihrem in der Mitte der Büchse aufgerichteten Stift, so läuft die auf dem Kartenblatt befindliche Theilung unter der Oeffnung des Prismagehäuses k herum, und wird in der Spiegelfläche des Prismas sichtbar.

Die untere Oeffnung des Gehäuses ist kreisförmig, hat $\frac{1}{4}$'' im Durchmesser, und kann durch einen Schieber verschlossen werden. Das Prismagehäuse kann man nach Belieben höher oder niedriger stellen, und vermittelst eines daran befindlichen Charniers niederklappen, wenn die Boussole nicht gebraucht wird. Ein ähnliches Charnier befindet sich am Objectivdiopter.

Um die Nadel und die darauf befindliche Papierscheibe schnell in Ruhe zu bringen, wenn sie sehr unruhig ist, ist im Innern der Büchse eine Feder befindlich, mit der ein außerhalb befindlicher Knopf fest verbunden ist. Diese Feder hält, wenn man auf den Knopf drückt, die Papierscheibe an; und wenn man nachher die Feder losläßt, so kommt die Nadel schneller in Ruhe. Der Feder gegenüber befindet sich die Vorrichtung zum Arretiren der Nadel.

Die Büchse und die darin befindliche Papierscheibe sind mit einer Glasscheibe verschlossen, über welcher noch außerdem ein messingener Deckel befestigt werden kann.

Bei dem Gebrauche hält man diese Patent=Bouſſole in freier Hand, wenn man ſie nicht auf ein Feldſtativ ſetzen will.

Die Bouſſolen ſind wegen des Einfluſſes, den ein eiſenhaltiger Boden auf ſie hat, nur in flachen, ſandigen Gegenden, ſeltner in moraſtigen Gegenden, und im Gebirgsterrain gar nicht zu gebrauchen. Selbſt da, wo ſie ohne Fehler zu gebrauchen ſind, in ebenen, trocknen Wäldern, geben ſie wenig Genauigkeit, ſind daher für praktiſche Vermeſſer unbrauchbar, und ſollten eigentlich verboten werden. Die geachtetſten und gelehrteſten Schriftſteller, Mayer, Meinert, Lehmann u. a. m. haben längſt darüber ihre Meinungen zu erkennen gegeben, und und es iſt daher zu bewundern, daß man ſich bei Vermeſſungen immer noch dieſes ſo trüglichen Werkzeugs bedienet.

Am allerwenigſten iſt die Patent=Bouſſole zu Meſſungen der ſchlechteſten Art brauchbar, deren auf das Kartenblatt gedruckte Eintheilung durch den Druck zu einer Ellipſe wird, weil ſich das Papier, da es bei dem Druck durch zwei Walzen gezogen wird, nur nach einer Richtung ausdehnt.

Das Astrolabium *).

Dieses Werkzeug wurde früher in der Vermessungskunde häufiger als jetzt angewendet, weil damals die so genauen Theodoliten, Repetitionskreise, Spiegelkreise, Sextanten noch nicht erfunden waren. Jetzt würde man unsinnig handeln, wenn man sich für Hundert Thaler ein Astrolabium anschaffen wollte, da ein Büchsen- oder Dosensextant für dreißig Thaler dieselbe Genauigkeit gewährt, ohne Stativ brauchbar, und so klein ist, daß er in einer Westentasche Raum findet.

Das Astrolab, Fig. 54, besteht aus einer Scheibe oder Ebene (A) von $\frac{1}{2}$ bis 1 Fuß Durchmesser, auf welcher eine ganze oder halbe Kreisperipherie **) verzeichnet und in Grade und Gradtheile unmittelbar eingetheilt ist. Diese Ebene oder

---

*) Dieses Astrolabium besitzt hiesige Königl. allgem. Kriegsschule.

**) Ist die Scheibe des Astrolabiums ein ganzer Kreis, so nennt man es ein ganzes Astrolabium, im Gegentheil aber ein halbes Astrolabium. Ein Winkelmesser, an welchem sich eine Ebene mit einer Gradeintheilung befindet, heißt nach der Größe des auf dieser Ebene verzeichneten Kreisbogens ein
Quadrant, wenn die Ebene $\frac{1}{4}$ der Kreisperipherie
Sextant = = = $\frac{1}{6}$ = =
Octant - - - $\frac{1}{8}$ - -
enthält.

Scheibe ist entweder massiv, oder radförmig durchbrochen. Der die Theilung enthaltende Rand der Scheibe wird der Limbus, die Kreislinie aber auf welcher die Grad- oder Theilstriche stehen, der Theilriß, und die Summe der Theilstriche die Eintheilung genannt. Gewöhnlich theilt man die Peripherie des auf der Scheibe verzeichneten Kreises höchstens nur von Viertel- zu Viertelgrad unmittelbar ein und bezeichnet von 10 zu 10 Graden die Theilung, damit man bequem vor- und rückwärts ablesen kann, doppelt vor- und rückwärts nach folgender Ordnung:

0 10 20 30 40 50 60 70
360 350 340 330 320 310 300 290

80 90 100 110 &c.
280 270 260 250

Eine durch 0° und 360° gezogene Linie abnennt man die Zuversichtslinie, oder die Fiducialinie des Werkzeugs, weil entweder zwei feststehende Dioptern in einer Vertikalebene zu dieser Linie aufgeschraubt, oder (wie in Fig. 54) das unter der Scheibe liegende Versicherungs-Fernrohr ef (das feste oder unbewegliche Fernrohr) mit seiner Axe zu dieser Linie in einerlei Vertikalebene liegt.

Um den Mittelpunkt der Scheibe A ist ein Lineal cd sanft beweglich, auf welchen entweder zwei Dioptern aufgeschraubt sind, oder (wie in

Fig. 54) ein Fernrohr gh (das bewegliche oder Alhidadenfernrohr) befestigt ist. Dieses Fernrohr hat bei i zwei Zapfen, um welche es sich auf- und niederwegen kann, wenn man auf hohe oder niedrige Gegenstände visiren will.

Das Lineal mit dem Fernrohr nennt man die Alhidade (oder auch, wenn sich auf demselben nur Dioptern befinden, das bewegliche Diopterlineal), es dienet zum Visiren der Objecte und zum Abschneiden der Grade, weshalb durch die Mitte desselben eine Linie cd gezogen ist, deren Endpunkte bei c und d mit einem Pfeil oder Lilie bezeichnet sind und die Indexe oder Weiser heißen. Mit der Linie cd in einerlei Vertikalebene zur Scheibe, lieget die Axe des obern beweglichen Fernrohrs gh.

Um die Ebene A des Astrolabs horizontal stellen zu können, ist eine lange Libelle k an einen um den Mittelpunkt beweglichen Kreis so befestigt, daß man sie übers Kreuz drehen, damit das Astrolabium horizontal stellen und auch herausziehen kann. Letzteres ist nöthig, wenn das Astrolabium bei Messung eines Vertikalwinkels durch Hülfe einer an dem Stative befindlichen Nuß vertikal gekippt und das Fernrohr ef horizontal gestellt wird, man setzt dann die Libelle mit ihrem vierseitigen Fuße auf den unter der Scheibe bei l liegenden viereckigten Theil der untern Fernröhre, an den die Dille m befestigt ist, in welche der Zapfen des Stativs paßt.

Beide Fernrohre sind astronomisch und vorn mit Auszügen versehen, wodurch man das Oculare dem Objectiv nähern kann.

Damit beide Fernrohre mit dem in ihrem Innern befindlichen Kreuzfaden einerlei Object abschneiden, wenn die Indexe des beweglichen Fernrohrs bei c und d auf 0° und 180° der Theilung gestellt sind, so ist bei n und o eine Vorrichtung angebracht, wodurch man die Axe des obern Frenrohrs gh mit der Axe des unteren Fernrohrs ef in eine Vertikalebene bringen kann, wenn beide Kreuzfäden verschiedene Gegenstände abschneiden. Diesen Fehler nennt man den Kolimationsfehler der Fernröhren.

Der Alhidadenhalter p dienet, wenn man einem Gegenstand bereits im Gesichtsfelde des beweglichen Fernrohrs hat, zur Befestigung der Alhidade. Er trägt die mit der Alhidade verbundene Mikrometerschraube, welche dann, wenn die Alhidade befestigt ist, zum genaueren Einrichten der Kreuzfaden auf das Object benutzt wird. Bei Messung eines Tiefenwinkels hat man dieses Astrolabium so zu kippen, daß der Bogen des Halbkreises nach oben gekehrt ist; bei der Messung eines Höhenwinkels muß man aber den Halbkreis nach unten kippen.

Bei c und d sind correspondirende Verniere auf der Alhidade des Astrolabiums angebracht,

durch deren Hülfe man die Winkel von 20 zu 20 Secunden ablesen kann. Es ist nämlich der Halbkreis oder Limbus des Werkzeugs unmittelbar in Sechstheile von Graden eingetheilt, und ein Bogen von Ein und dreißig solchen Sechstheilen der Grade zur Länge des Vernierbogen genommen. Diese $\frac{31}{6}$ ° langen Vernierbogen sind in 30 gleiche Theile getheilt, folglich ein Theil der auf den Vernierbogen getheilten Theile größer, als ein Theil der Theilung des Limbus.

Da die zur Bestimmung kleiner Theile der Kreisbogen dienenden Verniere auf derselben Theorie beruhen, wie die Verniere, welche zur Bestimmung kleiner Theile der geraden Linie angewendet werden, und alle von Seite 90 — 94 für die letztern aufgestellten Regeln auch für Erstere brauchbar sind; so erfährt man den Werth der durch die Verniere zu erlangenden Theile, nach der Seite 91 und 92 gegebenen Regel. Es ist nämlich der Werth der durch die Verniere des Astrolabiums zu erlangenden Theilung $= \frac{1}{6}° : 30 = \frac{10}{30}' = 20''$.

Der bei d unter dem Ocular des Fernrohrs verzeichnete Vernier liegt der Fiduciale dc zur rechten Hand und dienet zur Ablesung der Winkel, deren Gradzahl durch die zunächst dem äußeren Rande des Limbus gestochenen Zahlen bestimmt wird, welche die Ergänzungen der gemessenen Winkel zu zwei Rechten sind. Der zweite Vernier bei c, wel-

cher der Fiduciale zur Linken liegt, kann nur dann zu der Ablesung der Winkel dienen, wenn die Alhidade mit dem Ende d außerhalb des eingetheilten Halbkreises stehet. Der Winkel, welchen man dann durch den Vernier c und den zunächst dem äußern Rande des Limbus stehenden Zahlen ablieſt, ist der durch die Neigung beider Fernröhre gegebene Winkel.

Ueberhaupt ist die Einrichtung dieſes Astrolabiums von dem Verfertiger so getroffen, daß wenn die Alhidade auf dem Nullpunkt der Theilung gestellt ist, beide Fernröhre in einander entgegengesetzter Richtung liegen, das heißt, zum Vor- und Rückviſiren eingerichtet sind. Wenn man daher die Meſsung eines Winkels vornehmen will, und durch die Schrauben n und o das obere Fernrohr berichtigt und die Kolimation weggeschafft hat, so muß man erst die Alhidade und das obere Fernrohr in die entgegengesetzte Lage bringen.

Die Theilung des Limbus gehet auf beiden Seiten noch 20° über dem Nullpunkt heraus, damit man den Kolimationsfehler zur Rechten und Linken des Nullpunkts ablesen kann, wenn man die Lage des obern Fernrohres nicht berichtigen, sondern diesen Fehler in Rechnung bringen will.

Die am innern Rande des Limbus stehenden Zahlen sind bei der Lage, die beide Verniere haben, unnütz, und würden nur dann zu benutzen sein,

wenn der bei d befindliche Vernier auf derselben Seite der Fiduciale läge, auf welcher c liegt.

Ueber die Untersuchung der Fehler, welche in der Grad = Eintheilung winkelmessender Werkzeuge statt finden, wird in der Folge bei den Fehlern der Werkzeuge mehreres abgehandelt werden.

Ein anderer schwer aufzufindender Fehler solcher Winkelmesser ist der, welcher entstehet, wenn die Alhidade sich nicht um den Mittelpunkt des eingetheilten Randes dreht, man nennt ihn die Excentricität des Werkzeugs, und könnte die Größe desselben in Rechnung bringen *), wenn es möglich wäre, bei solchen Werkzeugen allemal die zu dieser Berechnung nöthigen Elemente genau auszumitteln.

Die Theilung solcher winkelmessenden Werkzeuge wurde früher öfters doppelt verrichtet, nämlich einmal jeder Quadrant, wie gewöhnlich in 90 Grade, dann aber auch noch einmal jeder derselben in 96 Theile getheilt. Die Ursache war folgende: durch den Halbmesser des Kreises kann man zuerst den Halbkreis oder den Quadranten in drei gleiche Winkel von 60 oder 30 Graden theilen; halbirt man diese Winkel, und setzt die Halbirung der erhaltenen Hälften fort, so erhält man einmal 96 gleiche Theile, welche 90 Theilen zunächst kommen.

---

*) S. Mayer pr. Geom. 1. Bd. §. 96. S. 364. u. f. f.

Diese 96 Theilung ist rein auf dem Wege geometrischer Construction zu erlangen, mithin auf jeden Fall genauer, als die gewöhnliche Eintheilung des Quadranten in 90 Grade, weil dazu die bis jetzt vergeblich gesuchte geometrische Tritsection der Winkel erfodert wird, und alle Eintheilung in Grade entweder nur näherungsweise, oder mechanisch, d. h. durch Versuche gefunden werden kann.

Durch Hülfe dieser doppelten Theilung einmal in 90 Grade, und einmal in 96 gleiche Theile kann man wechselseitig beide Eintheilungen rücksichtlich ihrer Fehler untersuchen. Es müssen aber dazu beide Theilungen mit Vernieren versehen sein. Man sieht alsdann nach, wenn man den Nullpunkt des Verniers der 90 Theilung an einen Theilstrich des Randes rückt, wie viel der Nullpunkt des Verniers der 96 Theilung zeigt, und reducirt diese letztere Zahl der 96 Theilung auf Grade, Minuten und Secunden. Findet sich ein beträchtlicher Unterschied zwischen beiden Resultaten, so ist es ein Kennzeichen, daß eine von beiden Abtheilungen des Randes unrichtig ist, und daß man für einen der beiden Theilstriche das Correctionselement auszumitteln habe, welches man sodann zur Berichtigung des gemessenen Winkels in Rechnung bringt.

Bei solchen Astrolabien, die nur mit Dioptern versehen sind, würde es unnütz sein, kleinere Unterabtheilungen der Grade als 2′ zu bestimmen, weil

das in dem Objectivdiopter befindliche Haar nur höchstens die Winkelbestimmung bis auf 2′ genau erlaubt. Man giebt daher an solchen Werkzeugen dem Vernier die Einrichtung, daß man durch ihn nur die Winkel von 2 zu 2′ bestimmen kann.

Astrolabien, welche in der Mitte mit einer Boussole versehen sind, nennt man Boussolen-Astrolabien, und benutzt die auf demselben befindliche, mit einem eingetheilten Gradring versehene Boussole, theils als Orientirbousssole, theils aber auch (wie man glaubt) zu einer Controle der mit dem Astrolabium gemessenen Winkel. Wie viel man sich aber auf eine solche Controle zu verlassen habe, — kann man leicht finden, wenn man die Genauigkeit der Winkelmessung mit dem Astrolabium mit der Genauigkeit der Winkelmessung mit der Boussole in Parallele stellt.

Solche Astrolabien, wie gewöhnlich für die Artillerie, Festungs-Ingenieure ꝛc. angefertigt werden, die aus einer massiven viereckigen Platte, welche in Sechstheil-Grade getheilt ist, und keinen Vernier hat, bestehen, sind für den militairischen Gebrauch durchaus nicht das Geld werth, was sie kosten und weit weniger brauchbar, als der schon erwähnte tragbarere Büchsensextant.

Der Repetitions-Theodolit von Rößler.

Die Theodoliten sind im allgemeinen von den

Astrolabien nur darin unterschieden, daß man mit ihnen die Winkel nach der Mayer=Bordaischen Multiplicationsmethode viel genauer bestimmen kann, als wenn man bloß den einfachen Winkel mißt. Bei dieser Methode, (welche im 2ten Abschnitte weitläuftiger abgehandelt werden wird), heben sich die von der unrichtigen Theilung des Randes und der Excentricität des Werkzeugs herrührenden Fehler größtentheils, oft aber auch ganz, gegenseitig auf. Zu gleicher Zeit genießt man aber auch noch den Vortheil, daß bei dieser Methode kleinere Theile der Gradeintheilung anzugeben sind, als die durch Hülfe des Verniers zu erlangende Theilung enthält.

Außer diesem unterscheiden sich die Theodoliten von den Astrolabien durch einen ganzen oder halben Höhenkreis, welcher an den beweglichen Fernrohr befestigt ist, und bisweilen, so wie bei dem zu beschreibenden Theodolit auch zur Multiplikation der Höhen= und Tiefenwinkel eingerichtet ist.

Die Theodoliten sind eigentlich nur zu astronomischen Messungen bestimmt, allein seit längerer Zeit hat man sie auch mit Nutzen bei der trigonometrischen Triangulirung der Länder angewendet, weshalb sie auch oft, wenn eine besondere Einrichtung für diesen Gebrauch getroffen ist, mit dem Namen der Geodoliten belegt werden. Unter die vollkommensten, welche jetzt nicht in England, sondern in Deutschland angefertigt werden, gehören unstrei-

tig die, welche die Herren Utzschneider, Werner, Liebherr und Comp. zu München liefern.

Die Theodoliten haben gewöhnlich metallne Stative, welche mit dem Werkzeug nicht höher, als höchstens 2′ sind, diese Stative werden dann entweder auf ein standfestes Holzstativ gestellt, oder es werden an den Orten, wo Winkel mit diesem Werkzeug gemessen werden, steinerne Würfel oder Piramiden, von der erfoderlichen Höhe errichtet, auf welche man sodann das dreifüßige, metallene Stativ setzt.

Die vom Hofmechanikus Rösler in Darmstadt angefertigten Theodoliten *), von welchen die Königliche allgemeine Kriegsschule zu Berlin ein Exemplar besitzt, haben folgende Einrichtung:

Das metallene Stativ, Fig. 55, bestehet aus einem Dreifuß, dessen drei Arme mit Schrauben z und y zum Horizontalstellen versehen sind. Dieser Dreifuß ist in der Mitte mit einer beweglichen Büchse versehen, in welcher sich die aus Glockenmetall angefertigte und ausgehöhlte Axe des Horizontalkreises dreht. Diese Büchse trägt eine Alhidade, an deren einem Ende das Versicherungsfernrohr x befestigt ist. An dem andern Ende derselben befindet sich hingegen die Vorrichtung w, durch

*) C. L. P. Eckhardt neuer Repetitionstheodolit, verfertigt von Rösler. Darmstadt 1813.

welche der Horizontalkreis sanft verschoben werden kann. Der Horizontalkreis ist aus 2 parallel über einander liegenden Reifen und einen konischem Limbus u von 7″ Durchmesser zusammengesetzt. Von diesen Reifen kann man in der Abbildung nur den obern v sehen, der untere Reif dient zur Befestigung des Alhidadenhalters t, welcher mit der Vorrichtung w zur feinen Bewegung des Horizontalkreises versehen ist. Der obere Reif hingegen dient zur Befestigung einer ähnlichen Vorrichtung s zur groben und feinen Bewegung der Vernierplatte r. In der Mitte dieser Vernierplatte r ist eine lange stählerne Axe befestigt, um welche sie sich in der früher erwähnten glockenmetallenen Axe des Horizontalkreises concentrisch dreht.

Die früher beschriebene Büchse, in welcher sich die hohle Axe des Horizontalkreises dreht, kann durch eine am Dreifuß angebrachte Vorrichtung mit dem ganzen Werkzeug und dem Versicherungs-Fernrohr x sanft herum bewegt werden.

Das obere Fernrohr o befindet sich an einer langen Queraxe nm, ~~welche~~ in zwei Zapfenlagern ruht, welche in die doppelt gerahmten Böcke q und p geschnitten sind. Mit dieser Queraxe nm dreht sich das Fernrohr o so in einem Kreise herum, daß es mit seiner Axe eine Vertikalebene zur Ebene des Horizontalkreises beschreibt. Die Böcke q und p, welche das Fernrohr o tragen, sind auf der oberen

Fläche der Vernierplatte r durch Schrauben befestigt.

Um die Queraxe nm horizontal zu stellen, wird an dieselbe, in einer mit ihr gleichlaufenden Richtung, eine Libelle gehangen, welche zu diesem Zweck an beiden Enden mit Haken versehen ist. An der Stelle m der Queraxe, wo sich das Fernrohr o befindet, gehet eine Höhlung durch die Queraxe, bis in das Innere der Fernröhre, um die in dem Fernrohr befindlichen Kreuzfäden mit einer kleinen Laterne zu erleuchten, wenn man astronomische Messungen mit dem Werkzeug anstellen will.

Der Vertikal- oder Höhenkreis l drehet sich sowohl ohne, als auch mit dem Fernrohr o auf dem andern Ende der Queraxe n. Er ist so wie der Horizontalkreis aus zwei Reifen zusammengesetzt, von welchen der vordere zur Befestigung der Alhidade seiner Verniere k gebraucht wird; der hintere Reifen hingegen dienet zur Befestigung des Fernrohrhalters und der Mikrometerschraube des letztern. Die Alhidade, an welcher sich die Verniere k des Vertikalkreises l befinden, ist ein Fortsatz des innern Rahmens h, des vordern Bocks q. *)

Bei den neuesten von Rösler angefertigten Theodoliten liegen, (sowohl an dem Horizontalkreise, als auch am Vertikalkreise,) der Limbus und die Vernierplatte in einer Ebene, welches in der Abbildung nicht der Fall ist, wo beide eine konische Fläche bilden.

An

*) vom vordern Bocke q

An allen Vernieren sind außerhalb der Endstriche, auf beiden Seiten noch einige Theile übergetheilt, damit man durch deren Hülfe, um so besser, das Abschneiden der Endstriche der Vernierbogen bemerken kann. Denn nur dadurch ist genaues Ablesen möglich, wenn die rechts und links des correspondirenden Theilstrichs liegenden Striche rücksichtlich ihrer Abstände (wie S. 93) geschätzt werden.

An den zwei Vernieren eines jeden Kreises sind Lupen f zum Ablesen derselben durch lange Arme so befestigt, daß sie sich nur wenig excentrisch über der Theilung der Kreise bewegen.

Beide Fernröhre x und o sind achromatisch und haben im Innern Fadennetze, welche aus zwei parallelen Vertikalfäden, und einem sie rechtwinkelig durchschneidenden Horizontalfaden bestehen. Bei der Winkelmessung mit diesem Werkzeuge sucht man den zu visirenden Richtpunkt so in den von den Vertikalfäden gebildeten Zwischenraum zu bringen, daß die Faden von der Mitte des Richtpunkts auf beiden Seiten gleich weit abstehend erscheinen. Die Einrichtung dieses Netzes gewährt ein genaueres Abvisiren der Richtpunkte, als das sonst gewöhnliche einfache Fadenkreuz, weil man bei entfernten, kleinen, dünnen, wenig erleuchteten, oder vom Nebel zum Theil verhüllten Richtpunkten, das Halbiren der Richtpunkte, durch einen Vertikalfaden im Fernrohr nicht so genau bewerkstelligt.

Wenn es aber bei sehr dicken, hellerleuchteten, oder gegen einen dunkeln Hintergrund liegenden Richtpunkt, vortheilhafter ist, das Fadennetz so zu verdrehen, daß der Vertikalfaden in eine horizontale Lage kommt, so drehet man, durch die deshalb an jedem Fernrohr befindliche Schraube ohne Ende, die Fassung des Fadennetzes in diese Lage.

Vor das Fadennetz des obern Fernrohrs kann man bei großen Erhöhungen ein Prisma schrauben, das, wenn es auch Fehler haben sollte, doch auf die Genauigkeit der Winkelmessung keinen Einfluß hat, weil das Fadennetz seine Lage gegen das Objectiv unverändert beibehält, und folglich das Bild des Objects und des Fadennetzes auf gleiche Weise verschoben wird.

Die an dem Werkzeug befindlichen Schraubenmuttern sind geschlitzt (eingesägt), und mit Druckschrauben b versehen, durch welche man den todten Gang der Schrauben wegschaffen und sie erforderlichen Falls feststellen kann. Die Mutter und das Zapfenlager der Mikrometerschraube d sind nußartig gearbeitet, damit, wenn die Schraube c angezogen wird, die Libelle a nicht aus der horizontalen Lage weicht.

Das Stativ, welches Rösler als Fußgestell für diesen Theodoliten vorschlägt, ist eine abgekürzte Piramide, aus drei leicht gearbeiteten gut verstäbten Rahmen zusammengesetzt, welche an den Kanten zusammengeschraubt werden. Auf die obere

Grundfläche der Piramide wird eine runde Holzscheibe befestigt, auf welcher das metallne dreifüßige Stativ des Theodoliten in drei zu verschiebenden Tellerchen oder Pfannen ruhet.

Schmalcalders tragbarer Patent-Theodolit, zum Gebrauch bei militairischen Messungen. Mr. Schmalcalders Improved Patent Portable Theodolite. *)

Vor weniger Zeit erfand dieser früher schon erwähnte Künstler diesen Theodoliten, Fig. 56, welcher sich vorzüglich zum militairischen Gebrauch eignet, indem die Operationen des Visirens und des Ablesens der Grade auf eine ähnliche Weise, wie bei der Patent-Boussole in eine einzige Operation verwandelt werden. Er zeigt nämlich im Sehfelde des Fernrohrs unter dem erscheinenden Richtpunkt zugleich dem Vernier und den Limbus.

Dieser Theodolit bestehet aus einer am Rande gezähnten kreisförmigen Scheibe, welche durch einen daran befindlichen Zapfen r auf ein dreifüßiges Stativ gesetzt werden kann, das mit einer Vorrichtung zum Horizontalstellen dieser Scheibe versehen ist. In der Mitte dieser Scheibe ist ein Stahlstift senkrecht befestigt, auf welchem sich eine Magnetnadel B bewegt, deren Enden mit Silber überzo-

*) Journal of Science and the Arts No. XI. Art. VIII. p. 65. Vol. IV. p. 384. London by John Murray, Albemarle Street, 1818.

gen (plattirt) sind. Ueber dem Rande der Scheibe ist ein unmittelbar in Drittheilgrade getheilter silberner Gradring concentrisch zum Stahlstifte und in einer solchen Höhe befestigt, daß die Oberfläche der Nadel und dieses Gradrings in einer Ebene liegen. Die Enden der Magnetnadel sind dem Gradringe so nahe, daß sie denselben fast berühren. Um den unter dieser Scheibe befindlichen Zapfen r bewegt sich, concentrisch mit dem Mittelpunkte des Stahlstiftes und Gradringes, eine oben mit einem Glase bedeckte Büchse A, welches durch ein innerhalb der Büchse in die Zähne der ersterwähnten Scheibe eingreifendes Getriebe (Trieb) bewirkt wird, wenn man die mit einem äußerlich hervorstehenden Knopf a versehene Axe dieses Getriebes dreht. An der innern Fläche des Büchsenrandes ist der zum Gradringe gehörige Vernier b befestigt. Bewegt man die Büchse A, durch Drehung des Knopfes a, ganz um den innerhalb befindlichen eingetheilten Gradring herum, so führt dieselbe den an ihr befestigten Vernier b auf der Theilung fort, und man kann durch dessen Hülfe die Winkel von 2 zu 2′ ablesen. Aeußerlich sind an den Rande der Büchse zwei mit Nuthen versehene Metallstücke befestigt, in welchem sich die Träger c und d des Fernrohrs o auf- und niederschieben lassen; welches man bei dem Träger d durch ein hervorragendes Knöpfchen aus freier Hand und bei dem Träger c durch eine

Stellschraube, an deren vierkantige Axe t ein Schraubenschlüssel u geschoben wird, bewirkt.

An dem Schieber d ist eine Scheibe e, durch ein Charnier beweglich, befestigt. Diese Scheibe e ist an das Fernrohr o und an ein mit demselben verbundenes, prismatisches, vorn und unten offenes, Kästchen f befestigt, und an der vordern Seite mit einer elliptischen Oeffnung versehen, welche zum Augenloche des Fernrohrs dient.

Das Kästchen f verbirgt im Innern ein schmales Glasprisma, von derselben Einrichtung, wie das Seite 153 beschriebene und Fig. 53 abgebildete, an welchem die Enden nach oben zusammenlaufend abgeschliffen sind. Das obere schmälere Ende des Glasprismas reicht bis in das Innere des Fernrohrs hinein, und bedeckt die Hälfte des Ocularglases und des Augenlochs, so daß es die Durchsicht durch das Fernrohr nach einem zu visirenden Richtpunkte nicht hindert, und noch unter dem visirten Richtpunkte, in dem durch die geschwärzte Hinterfläche des Prismas entstandenen Spiegel, (durch Reflexion) einen Theil des eingetheilten Kreises und dessen Vernier, zum Ablesen der gemessenen Winkel zu gleicher Zeit zeigt. In diesem Prisma kann man auch das Ende der Magnetnadel sehen, wenn man zu diesem Zweck den Rand der Büchse durch den Knopf a genug herumgedreht hat. Alle diese Gegenstände erscheinen theils durch das

Fernrohr, theils durch die convexe Unterfläche des Prisma vergrößert, wie Fig. 56 zeigt, wo g das Gesichtsfeld des Fernrohrs mit den Kreuzfäden, und h das Gesichtsfeld des Prismas mit einem Theil des eingetheilten Kreises k, dem Vernier l und dem Südende i der Magnetnadel so darstellt, wie es zu gleicher Zeit durch die elliptische Oeffnung der Scheibe e gesehen wird.

Durch diese Einrichtung wird nicht allein an Zeit gewonnen, sondern auch der Möglichkeit eines bei dem Ablesen entstehenden Irrthums vorgebeugt, weil man gezwungen ist, in einer scheinbar senkrechten Richtung auf die Theilstriche des Gradrings und Verniers zu sehen und es ist auch durch diese Richtung des Sehens, und die statt findende Vergrößerung genauer zu bemerken, welchen Theilstrich des Limbus, der auf den mit Silber plattirten Enden der Magnetnadel gezogene Indexstrich, abschneidet.

Auf dem terrestrischen und achromatischen Fernrohr o befindet sich eine am Rande federnde Röhre o, auf welche die mit Weingeist gefüllte lange Libelle n befestigt ist. Diese Libelle n kann man nun durch Hülfe der an ihr befestigten Röhre o um die Axe der Fernröhre herumdrehen, welches nöthig ist, wenn man mit der auf das Stativ vertikal gestellten Büchse Höhen- oder Tiefenwinkel messen will.

Um aber die Büchse in eine vertikale Lage zu bringen, löset man die Druckschrauben p und q des Preßringes, zieht den Zapfen r aus der Höhlung des Stativs und setzt entweder den Zapfen t wenn man Tiefenwinkel, oder den Zapfen s wenn man Höhenwinkel messen will, an dessen Stelle.

Die Horizontalstellung des Werkzeugs wird durch die vier Schrauben m verrichtet, welche einen, an einer Nuß befindlichen, prismatischen Stab nach allen Richtungen bewegen. Dieser enthält am oberen Ende die für den Zapfen des obern Theils des Werkzeugs gehörige mit einem Preßring zu verschließende Höhlung.

Die Schraube v dient zur Befestigung (Arretirung) der Magnetnadel, welche, weil sich der Rand der Büchse dreht, nicht gut an einem andern Orte angebracht werden konnte. Die Horizontalstellung des Werkzeugs ist einfach und leicht. Zuerst bringt man das Fernrohr mit zwei Schrauben m in eine Ebene und (nach der Seite 130 gelehrten Methode) die Axen des Fernrohrs und der Wasserwage (die unter sich parallel sein müssen) mit der Ebene des Werkzeugs in eine parallele Lage, zu welchem Zweck die Libelle auf der Glas- oder Gehäusfläche mit einer Theilung versehen sein muß; dann wiegt man die Ebene (nach Seite 130) übers Kreuz ein. Das Parallelstellen der Libelle mit der Ebene des Werkzeugs verrichtet man, wenn man den Schieber d

ganz herunter gezogen hat, zur Hälfte mit der Stellschraube t zur andern Hälfte mit den zwei Schrauben m welche mit dem Fernrohr in einerlei Ebene liegen.

Von den mit Spiegeln versehenen Winkelmessern oder den Spiegelwerkzeugen.

Die Spiegelwerkzeuge haben die Eigenschaft, beide Punkte, welche die Neigung der Schenkel eines Winkels gegen das Auge des Beobachters bestimmen, in einem Planspiegel, der zum Theil unbelegt ist, über einander in senkrechter Linie darzustellen, und hierbei die Größe des Winkels unmittelbar in Graden, Minuten u. s. w. anzugeben.

Solche Werkzeuge gestatten dem zu Folge das Messen jedes Winkels aus freier Hand, ohne daß zur Aufstellung des Werkzeugs ein Stativ erfordert wird, wie es bei den bloß dioptrischen Werkzeugen, z. B. dem Astrolabium ꝛc. der Fall war. Es scheint daher, als verdienten die Spiegelwerkzeuge vor andern Werkzeugen, die der Reflexion ermangeln und daher einer festen Stellung durch Statife bedürfen, vorzugsweise empfohlen zu werden.

Allein der Umstand, daß die Spiegelwerkzeuge jeden Winkel, auch den schiefgeneigten *), so geben,

---

*) Leider sind aber sehr selten die zu messenden Winkel horizontale, meistens schiefe, und vorzüglich im Mit-

wie seine Schenkel gegen den Ort der Beobachtung liegen, aber nicht den auf den Horizont reducirten Winkel; zweitens die Unannehmlichkeit, daß solche bei etwas trübem Wetter entfernte Gegenstände nicht klar und deutlich genug erkennen lassen, und dann besonders weniger guten Augen eine genaue Bestimmung des zu messenden Winkels erschweren; die Correctionen, welche für die Neigung und Richtung der Spiegel zu genauen Winkelbestimmungen nöthig sind, welche schon einen größern Umfang von Kenntnissen voraussetzen, in deren Ermangelung beträchtliche Fehler in der Winkelmessung entstehen; endlich die Schwierigkeit ihrer genauen Construktion; — diese Umstände machen die Spiegelwerkzeuge in gleichem Grade unbequem, als die andern Winkelmesser, welche schwerfälliger zu behandeln und eines festen Stativs bedürftig sind.

Um nun diejenigen, welche mit Spiegelwerkzeuge nicht hinlänglich bekannt sind, hierüber näher zu belehren, so will ich hier nur die, welche am meisten im Gebrauch sind, nach ihrer Beschaffenheit und Construktion erklären, von den übrigen findet man die nöthige Auskunft in „Netto Beschreibung und Abbildung der Spiegelwerkzeuge und Anweisung zum Gebrauch derselben, um Karten- und Hochlande bei Aufnahmen ohne Reduktion zur Bestimmung der Lage von Punkten unbrauchbar.

sung zum richtigen Gebrauch derselben bei ökonomischen und militairischen Vermessungen," welches Werk in Kurzem in der Arnoldischen Buchhandlung zu Dresden erscheint.

Unter den bis jetzt bekannten Spiegelwerkzeugen hat man solche, deren Gebrauch auf einer doppelten Reflexion durch zwei Planspiegel beruht, und die daher jeden Winkel, also auch einen schiefgeneigten, nur nach der Lage messen, in welcher sich die Richtpunkte gegen das Auge des Beobachters befinden; — sodann andere, bei welchen bloß mittelst einer einfachen Reflexion die Bilder in das Auge gelangen, und welche daher auch bei trüber Luft deutlichere Bilder geben. Diesen letzteren kann man eine besondere Einrichtung geben, so daß sie auch die Messung der horizontalen Projection eines gegen dem Horizont schiefgeneigten Winkels zulassen; daher dieselben auch bei Landvermessungen vor den andern deshalb einen beträchtlichen Vorzug haben.

Zu der erstern Klasse, nämlich zu den Spiegelwerkzeugen mit doppelter Reflexion, gehören:

Der Spiegelsextant, wozu auch der Dosensextant gehört; der Spiegelkreis; der reflectirende Halbkreis (the patent reflecting, semicircle) oder Reflector; der catadioptrische Zirkel und der optische Winkel.

Zu der letztern Klasse, nämlich zu den Spiegelinstrumenten mit einfacher Reflexion, gehören:

Der catadioptrische Sector; das Spiegellineal; der catadioptrisch-graphische Goniometer; und der Alignements-Sucher.

Welche sämmtlich in dem angezeigten Werke rücksichtlich der Einrichtung und des Gebrauchs beschrieben und abgebildet sind.

Der Spiegelsextant von J. Hadley *).

a) Theorie desselben.

Die Sätze der Catoptrik, auf welche der Vicepräsident der Königl. Londner Gesellschaft, Ritter Hadley, die Zusammensetzung dieses, am $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ Mai 1731 bekannt gemachten Werkzeugs gründete, welches dem Seefahrer, Astronomen und Ingenieur gleich unentbehrlich ist, sind folgende:

---

*) J. Hadley, Ritters, Beschr. eines von ihm neu erfundenen Instruments Winkel zu messen. A. d. Engl. Augsburg, E. T. Lotter. 1764.

Bohnenberger Anl. z. geogr. Ortsbestimmung vorz. verm. d. Spiegelsextanten. Göttingen, Vandenhöck u. Ruprecht, 1795.

Der Spiegelsextant, ein nützliches Instrum. für den Ingenieur (von C. v. Hochstetter). Stuttg. 1794.

G. Adams geom. u. graph. Versuche.

Benzenberg, Trigonometrie.

I. Es sei de Fig. 57 ein ebener Spiegel, ab ein auf denselben fallender Lichtstrahl und bf eine zur Ebene de des Spiegels aus dem Punkte b errichtete Senkrechte (das Einfallsloth oder die Einfallscathete genannt); so wird der einfallende Lichtstrahl ab unter einem eben so großen Winkel, als der ist, unter welchem er auffiel, nach der Richtung bc zurückprallen, und beide Strahlen werden in einer zum Spiegel senkrechten Ebene liegen *). Es ist daher der Einfallswinkel abf des Lichtstrahls ab gleich dem Abprallungswinkel fbc des zurückgeworfenen Strahls bc, und der Neigungswinkel abd des einfallenden Lichtstrahls ab gleich dem Neigungswinkel cbe des abprallenden Lichstrahls bc.

II. Ein senkrecht auf den Spiegel de fallender Lichtstrahl bf wird demnach auch in derselben Richtung bf zurückprallen.

III. Wird der Spiegel AB Fig. 58 um den Punkt D herumbewegt, so wird zwar der einfallende Lichtstrahl CD seine Richtung behalten, aber der zurückgeworfene Lichtstrahl DE und das Einfallsloth DF dieselbe verändern, mithin Einfallswinkel und Abprallungswinkel wachsen oder abnehmen. Fällt der Lichtstrahl CD vorher unter

*) Siehe, A. Büria Anl. zur Optik, Katoptrik ꝛc. S. 98 — 103.

dem Winkel CDF auf dem Spiegel AB, so wird, wenn der Spiegel im Punkte D und den Winkel BDb gedreht wird, auch das Einfallsloth FD um den Winkel FDf bewegt werden, welcher dem Winkel BDb gleich ist. Es ist aber dadurch der Winkel CDF um den Winkel FDf = BDb gewachsen.

Da aber der Winkel fDe = Winkel fDC ist (verm. I.), so ist durch die Drehung des Spiegels AB um den Winkel BDb = M, der ganze Winkel EDC um 2 ∠ BDb = 2 M gewachsen, mithin ist ∠ eDC = ∠ EDC + 2 ∠ BDb.

IV. Stehet auf derselben Ebene, worauf der Spiegel AB Fig. 59 senkrecht steht, ein zweiter Spiegel GH senkrecht, so kann der abprallende Lichtstrahl DE so auf den zweiten Spiegel GH fallen, daß derselbe in der Richtung EK zurückgeworfen wird, und (verm. No. I.) ∠ DEH = GEK ist. Zugleich werden die Strahlen CD, DE und EK (verm. No. I.) in einer Ebene (Reflexionsebene) liegen, die parallel der Ebene ist, worauf beide Spiegel stehen.

V. Verlängert man in der Reflexionsebene die Durchschnittslinie AB und GH beider Spiegel, so schneiden sich dieselben in dem Punkte I und bilden den Neigungswinkel HIB beider Spiegel.

VI. Werden CD und EK verlängert, bis sich beide Linien in K schneiden, so ist der Winkel DKE = s doppelt so groß, als der Neigungswinkel beider Spiegel HIB = v.

Beweis.

Th. 2 ∠ v = ∠ s (Fig. 59)

Es ist 1) ∠ s + ∠ y = ∠ w + ∠ t
2) ∠ x + ∠ y + ∠ v = ∠ r + ∠ t + ∠ w } Lehmus Geometrie §. 55.
3) ∠ u + ∠ v = ∠ z
4) ∠ r = ∠ u
5) ∠ z = ∠ x } nach No. I.

Den Werth von ∠ w + ∠ t aus 1 in 2 gesetzt giebt:

6) ∠ x + ∠ v = ∠ r + ∠ s.

Aus 3 und 5 erhält man:

7) ∠ x = ∠ u + ∠ v

Setzt man die Werthe von ∠ x und ∠ u aus 4 und 7 in 6, so erhält man:

8) ∠ u + ∠ v + ∠ v = ∠ u + ∠ s

oder 2 ∠ v = ∠ s.

VII. Sind die Ebenen ab und cd Fig. 60 beider Spiegel parallel, so ist auch der durch gedoppelte Reflexion zurückgeworfene Lichtstrahl gh dem einfallenden Lichtstrahl ef parallel.

Denn da der Voraussetzung nach ab # cd so ist auch ∠ fgd = afg. Es ist aber ver-

möge No. I. ∠ hcg = ∠ fgd; ∠ bfe = ∠ afg. Folglich ist auch ∠ efb = ∠ hgc, und daher ef # gh. Folglich wird in diesem Falle sich weder die Verlängerung von ab und gh, noch die von hg und ef schneiden.

Dreht man aber den Spiegel AB (Fig. 59) um den Punkt D von A gegen K, so entfernen sich die Punkte I und K immer weiter von AB und GH bis der vorerwähnte Fall eintritt, und die Spiegel parallel werden. Dreht man aber den Spiegel AB nach derselben Richtung weiter fort, so fallen die Durchschnittpunkte I und K auf die entgegengesetzte Seite von DE. Beide Punkte I und K fallen daher immer zusammen auf einerlei Seite des Lichtstrahls DE.

VIII. Bewegt man beide Spiegel zugleich, ohne dabei ihren Neigungswinkel und die Lage derselben gegen die Ebene, worauf sie stehen, zu ändern, so wird der abprallende Lichtstrahl EK, immer in seiner Lage bleiben, weil der Winkel, der durch den einfallenden Lichtstrahl CD und den abprallenden Lichtstrahl EK entstehet, durch den Neigungswinkel BIH beider Spiegel bestimmt ist, welcher nicht geändert wird. Es wird also, wenn sich auch beide Spiegel etwas bewegen, dennoch das Bild E eines Gegenstandes C in der Richtung KE erblicken lassen.

Hieraus sieht man, daß es bei den Spiegelsextanten möglich ist, einen Winkel aus freier Hand zu messen, ohne daß die durch das Zittern der Hand verursachte Bewegung beider Spiegel, eine Veränderung in der Lage des zurückgeworfenen Strahls bewirken, und die Größe des Winkels CKE verändern könne.

IX. Die Gegenstände C und L Fig. 61, befinden sich in derselben Ebene, worauf ein ganz belegter Spiegel AB und ein, nur auf seiner untern Hälfte belegter Spiegel (wie Fig. 62) *) GH senkrecht stehen. Der Spiegel GH stehe ferner in gerader Linie zwischen dem Gegenstand L und dem Punkt K, wo sich das Auge des Beobachters befindet, und so, daß jeder vom Mittelpunkte D des Spiegels AB auf seine Mitte E zurückgeworfene Lichtstrahl DE nach dem Auge in K zurückprallt. Letzteres wird aber (verm.

---

*) Der Spiegel Fig. 62 ist eine ebene Glastafel abcd, deren untere Hälfte aekd bloß mit Zinnfolie oder Staniol zu einem Planspiegel belegt ist. Die obere Hälfte bcfe ist daher eine reine Glasscheibe, durch welche man Gegenstände direct erblicken kann. In der untern Hälfte erscheinen dann Bilder von den Gegenständen, welche ein anderer Spiegel aufgefangen und auf diese untere Hälfte zurückgeworfen hat.

No. I.) nur dann der Fall sein, wenn Winkel DEH = KEG ist.

Nun drehe man den in D um eine zur Ebene senkrechte Axe beweglichen Spiegel AB, so, daß der von dem Gegenstand L auf AB fallende Lichtstrahl LD aus D nach E zurückgeworfen wird, (wenn nach No. I. ∠ LDB = ∠ADE) dann wird man den Gegenstand L in dem Spiegel GH doppelt sehen. Nämlich einmal direct durch den unbelegten Theil des Glases vom Spiegel GH und einmal zurückgeworfen oder reflectirt in dem zum Spiegel belegten Theil des Spiegels GH *). In diesem Fall wird die verlängerte Richtung AB und GH der beiden Spiegel sich auf der

---

*) Es ist hieraus zu ersehen, daß in diesem Falle keine Parallelität der Spiegelflächen statt findet, obgleich dies öfters, da der Winkel KLD bei entfernten Gegenständen sehr klein ist, davor angenommen wird, wie z. B. in Benzenbergs Trigon. Hiernächst siehet man aber auch, daß der Nullpunkt der Theilung für jede Lage des Punktes L einen andern Ort haben, mithin veränderlich sein sollte. Da dies aber nicht der Fall ist, so wird auch selten der Nullpunkt des Verniers auf dem Nullpunkt der Theilung treffen, ihr Abstand aber uns jenen Winkel anzeigen, um welchen bei der Messung eines Winkels gefehlt wird, und welcher unter dem Namen der Kollimation bekannt ist.

Seite von dem Lichtstrahl DE schneiden, auf welcher der Gegenstand L liegt, und einen Winkel x bilden, der die Hälfte des Winkels DLK ist. Denn es ist:

1) $z = r + v$
2) $y + z = w + v + x$
3) $y = u$
4) $o = w$
5) $o = u + x$

Aus 2) $y + z = w + v + x$
$y = u$ subst.
und 3) $u + z = w + v + x$.

Folgl. $z = w + v + x - u$.

Aus 1) $z = r + v$.

$r + v = w + v + x - u$

Folgl. $r = w + x - u$.

und da $w = o$.

so ist auch $r = o + x - u$.

Es ist aber aus 5) $x = o - u$.

Folgl. $r = 2x$.

Dreht man hingegen den Spiegel AB und seine Axe D in die Richtung MN, daß der von einem Gegenstand C auf MN fallende Lichtstrahl CD mit MN einen Winkel CDN bildet, der dem Winkel MDE gleich ist, so wird die Verlängerung der Richtung GH und MN einen Winkel bilden, der halb so groß ist als der Win-

kel CKL, den beide Gegenstände C und L mit dem Auge des Beobachters bilden (verm. No. VI.).

Nun wird man in dem Spiegel GH beide Gegenstände C und L (so wie g und h in Fig. 62) in einer Vertikale unter einander sehen. Nämlich den Gegenstand L direct durch den unbelegten Theil des Spiegels GH, und den Gegenstand C in dem zum Spiegel belegten Theile des Spiegels GH, wohin er vom Spiegel MN reflectirt worden ist.

Die Gegenstände L und C bilden dann mit der Umdrehungsaxe D des Spiegels AB einen Winkel CDL, der als äußerer Winkel, der Summe der Winkel DKL und DLK gleich ist. Verlängert man aber die Richtungslinien der ersten uud zweiten Lage des größern Spiegels AB nach C und MN nach M, bis diese Linien die verlängerte Richtung GH des kleineren Spiegels GH auf beiden Seiten von G und H schneiden, so entsteht dadurch ein Dreieck, von welchem der Winkel BDN als äußerer Winkel, der Summe der gegenüber liegenden Winkel gleich ist, die sich durch die erste (AB) und zweite (MN) Lage des Spiegels, als Neigungswinkel beider Spiegel auf beiden Seiten von DE bildeten.

Wir kennen aus dem Vorhergegangenen die Größe dieser Winkel; es ist nämlich:

die Hälfte des ersten = ∠ DLK
die des zweiten = ∠ CKL

die Summe beider = BDN = $\left(\frac{\text{DLK} + \text{CKL}}{2}\right)$

der Winkel CDL ist als äußerer Winkel des Dreiecks KLD = DLK + CKL

Folglich CDL = 2 BDN.

Es ist also der Winkel BDN, den die Bewegung des Spiegels beschreibt, jedesmal die Hälfte des zu messenden Winkels CDL.

X. Auf einem Lineal bi Fig. 63 sei ein Spiegel ab so befestiget, daß man ihn mit diesem Lineal um den Punkt d herum bewegen kann, ohne daß dadurch seine senkrechte Lage gegen die Ebene des Lineals geändert wird. Dieses Lineal sei ferner durch eine senkrechte Axe, welche durch den Punkt d gehet, mit einer zweiten Ebene verbunden, die mit der Ebene des Lineals parallel ist. Auf dieser zweiten Ebene stehe senkrecht ein halbbelegter Spiegel gh (wie abcd Fig. 62) und in der Linie ek ein Diopter k, in welchen mit der Scheidungslinie des belegten und unbelegten Theils vom Spiegel gh gleich hoch ein Visirloch eingebohrt ist, und daher mit dieser Linie (welche Fig. 62 ef zeigt) in einer Ebene liegt. Endlich gehe das Lineal mit dem Ende i über einen, mit dem Halbmesser ds beschriebenen und einge-

theilten Gradbogen rs, welcher sich mit dem Spiegel gh auf einer Ebene befindet.

Um den Winkel LdC zu messen, bringe man die Umdrehungsaxe d des Spiegels ab über den Scheitelpunkt d des zu messenden Winkels. Dann drehe man die Ebene, auf welcher der halbbelegte Spiegel gh und das Diopter k stehet, so lange horizontal herum, bis man durch k und den unbelegten Theil von gh den Gegenstand L direct siehet.

Nun drehe man das Lineal bi mit dem darauf befestigten Spiegel ab so lange, bis man im belegten Theil von gh denselben Gegenstand L durch doppelte Zurückwerfung von mn siehet. Da man den obern Theil vom Gegenstande L in dem unbelegten Theil des Spiegels gh und den untern Theil des Gegenstandes L in dem zum Spiegel belegten Theile vom Spiegel gh erblicket, so werden sich anfänglich beide Theile des Gegenstandes L nicht als ein Ganzes, sondern da, wo sich die beiden Theile des Spiegels gh scheiden, gebrochen darstellen. Um aber diese beiden Theile in ein Ganzes zu vereinen, schiebe man, wenn der untere Theil des Gegenstandes L rechts des obern Theils erscheint, das Lineal noch ein wenig von s nach r und im Gegentheil, wenn er links erscheint, von r nach s. Sind nun beide Theile von dem Ge-

genstande L so vereint, daß man keine Trennung mehr wahrnimmt, so bemerke man den von dem Lineal (Alhidade) auf dem Gradbogen rs abgeschnittenen Punkt als den Nullpunkt. Man bewege das Lineal no, mit dem darauf befindlichen großen Spiegel mn von o nach r, bis man in dem belegten Theile vom Spiegel gh den zweiten Gegenstand C unter dem ersten Gegenstand L siehet; dies wird der Fall sein, wenn der Spiegel mn die Lage ab hat. Nun wird das Lineal bei i den Winkel an Graden und Gradtheilen abschneiden, der die Hälfte des zu messenden Winkels LdC ist.

Hätte man auf der Theilung des Gradbogens rs halbe Grade für Ganze gezählt, so würde man sogleich die Größe des ganzen Winkels LdC finden.

XI. Die Dioptern eignen sich zu einer genauen Winkelmessung nicht, weil das unbewaffnete Auge weniger genau entfernte Gegenstände unterscheidet. Daher brachte man an die Spiegelsextanten statt des Diopters k Fig. 63 ein Fernrohr an, dessen vertikaler Axendurchschnitt in der Richtung des zurückgeworfenen Strahls, und der horizontale Axendurchschnitt gleich hoch mit der Scheidung des kleinen Spiegels gh und parallel zur Ebene des Werkzeuges liegt.

In dieser Lage des Fernrohrs, wird die obere

Hälfte des Objectivglases, den unbelegten Theil vom Spiegel gh, die untere Hälfte des Objectivglases hingegen den belegten Theil des Spiegels gh fassen, die darin erscheinenden Bilder auffangen, und in dem Innern der Fernrohre abbilden.

Da ein halbes Objectiv einen Gegenstand so gut wie ein ganzes Objectiv, nur nicht so hell abbildet, weil bei dem ganzen Objectiv der Gegenstand in der Mitte des Sehfeldes erscheint, so wird man auch die Bilder zweier Gegenstände zugleich neben einander im Fernrohr sehen können. Man wird daher durch ein in k Fig. 63 befestigtes Fernrohr beide Gegenstände L und C sehen (wenn man den Spiegel mn mit dem Lineal on in die Richtung ab dreht) sobald der auf gh zurückgeworfene Strahl vom Gegenstande C innerhalb des Raumes reflectirt wird, den das Sehfeld des Fernrohrs begrenzt, und dann wird es leicht sein, beide Gegenstände vollkommen zur Bedeckung zu bringen.

b. Beschreibung des Spiegelsextanten.

Die neueste Construction des Spiegelsextanten ist folgende: Der erste Haupttheil ist ein messingener Bogen ac, Fig. 64, welcher gewöhnlich in der Länge etwas mehr, als den sechsten Theil des Kreisumfangs beträgt; in denselben ist ein silberner Rand

eingelegt, auf welchem die Theilung befindlich ist. Der messingene Bogen ac ist durch zwei Halbmesser ab und cb mit einer Scheibe b fest verbunden, in deren Mittelpunkt eine hohle Büchse von Glockenmetall befestigt ist. Der ganze Theil abc ist aus einem Stück Metall angefertigt und durch kurze Metallsäulchen mit einem ihn an Gestalt gleichen Metallstück zu einem Ganzen fest verbunden, welches man den Körper des Sextanten nennt.

Auf der ebenen Oberfläche dieses Körpers sind folgende Theile des Sextanten befestigt: Der nur auf der untern Hälfte mit Zinnfolie oder Staniol belegte Planspiegel de, dessen obern Hälfte eine Durchsicht gestattende Glasscheibe ist, und der Fernrohrträger i mit welchem der trompetenförmige Theil h des Fernrohrs k, der das achromatische Objectivglas birgt, fest verbunden ist. Der andere Theil k des Fernrohrs, welcher in seinem Innern die übrigen Gläser nebst den Parallelfäden enthält, kann bei dem Gebrauche an diesen Theil geschraubt werden.

Der Spiegel de ist unbeweglich, und es kann nur durch zwei daran befindliche Schrauben, welche vor und hinter demselben senkrecht in die Ebene, auf welcher er steht, geschraubt sind, seine senkrechte Lage gegen den Boden oder die Ebene abc verbessert werden. In die Mitte der Hinterfläche des den Spiegel umgebenden Metallrahmens ist eine

Schrau-

Schraube geschraubt, welche dazu dienet, den Rahmen fest an die vordere Fläche des Spiegelglases zu drücken. Außer diesen Schrauben, welche zur Feststellung und zur Berichtigung des senkrechten Standes dienen, waren an den ältern Sextanten noch eine oder zwei Schrauben angebracht, welche mit der Ebene, auf welcher der Spiegel senkrecht stehet, in einerlei Richtung lagen; sie dienten zur Parallelstellung beider auf der Ebene abc befindlichen Spiegel de und lm oder zur Wegschaffung des Fehlers, welchen wir unter dem Namen der Kolimation werden in der Folge kennen lernen. Jetzt, wo man nicht gern den festen Stand des Spiegels de von so vielen Correctionsschrauben abhängig und dadurch leicht wandelbar macht, bringt man jenen Fehler lieber in Rechnung, und untersucht daher vor einer jeden Winkelmessung die Größe der Kolimation.

Der Fernrohrträger i kann, durch eine in seinen senkrechten Fortsatz greifende Schraube, welche sich unter dem Boden des Sextanten in einer senkrechten Lage gegen die Ebene des Letztern befindet, mit dem Fernrohr der Ebene des Sextanten genähert, oder von derselben entfernt werden; so daß die Axe des Fernrohrs k immer eine parallele Lage zur Ebene des Sextanten hat. Wäre diese Bewegung des Fernrohrs nicht vorhanden, so würde man sehr oft die Bilder der beiden auf einmal im Fern-

rohr erscheinenden Richtpunkte nicht mit gleicher Deutlichkeit sehen können.

In der im Mittelpunkte der Scheibe b befestigten glockenmetallnen Büchse, bewegt sich die kegelförmige Stahlaxe der Alhidade n. Diese Alhidade n endigt sich bei b in eine gleich große Scheibe, und bei o in dem zur Theilung gehörigen Vernier. Auf der Scheibe b ist der große ganz belegte Planspiegel lm senkrecht zur Ebene des Körpers und parallel mit dem kleinen Spiegel de befestigt; dieser Spiegel ist mit keiner Correctionsschraube, wohl aber in der Mitte der Hinterfläche mit der Schraube, welche zur Feststellung des Rahmens dienet, versehen. Drehet man die Alhidade um ihre Axe s, so führt man zu gleicher Zeit den Vernier o auf der Theilung des Limbii, und dreht den Spiegel lm um seinen Mittelpunkt herum.

Die Alhidade n ist mit einer Klammer versehen, durch welche man sie, wenn man die Klemmschraube r anziehet, fest an den metallenen Gradbogen schraubt; dann läßt die Einrichtung der Klammer oder des Alhidadenhalters nur noch eine geringe Bewegung (feine Bewegung) der Alhidade durch die Mikrometerschraube q zu.

Bei p befindet sich eine Lupe, welche unterhalb mit einer auf der untern Fläche versilberten, oder mit Gips ausgegossenen Scheibe versehen ist. Diese Scheibe dient zur Beleuchtung der Theilstri-

che des Limbus und Verniers bei dem Ablesen der gemessenen Winkel.

Der trompetenförmige Ansatz h der Fernröhre k des Sextanten, ist eine Erfindung neuerer Zeit, welche wir dem geschickten Künstler, Herrn Troughton in London verdanken, durch welche die Deutlichkeit der in dem Innern des Fernrohrs erscheinenden Bilder der Richtpunkte viel gewonnen hat.

Außer den bis jetzt beschriebenen Theilen befinden sich noch bei f und g auf dem Körper des Sextanten die sechs Gläser, welche zur Blendung der Spiegel gebraucht werden, wenn man sehr stark leuchtende Gegenstände, z. B. die Sonne, Sterne, Reverberen ꝛc. durch die Fernröhre betrachten will. Diese Gläser sind deshalb mehr oder minder durchsichtig von verschiedener Farbe, und in Charnieren beweglich, damit man jedes einzeln nach Belieben vor dem Spiegel legen kann. Ein Haupterforderniß dieser Gläser ist die Parallelität ihrer Ebenen, auf welche man sich nie genau verlassen kann. Deshalb ist außer diesem noch vor dem Ocular des Fernrohrs ein Blendglas vorzuschrauben, welches in dieser Lage beide Bilder in der Fernröhre gleichmäßig verschiebt, wenn es nicht parallel ist, und daher keinen Fehler verursacht.

Zu dem am Fernrohrträger befindlichen trompetenförmigen Ansatz, welcher das Objectivglas trägt, gehören drei Ansätze von verschiedener Vergröße-

rung, nämlich von einer 4, 9 und 14maligen. Bei der Messung terrestrischer Winkel gebraucht man nur die 9malige.

Der Halbmesser der Theilung der Sextanten ist entweder 10, oder 7, oder auch nur 5 Zoll; kleinere haben eine etwas andere Einrichtung, und ihre Spiegel sind in einer Büchse verborgen, weshalb man sie Büchsensextanten nennt. Sextanten von nicht zu geringem Halbmesser geben die Winkel von 5 zu 5 Secunden an.

Obgleich die Winkelmessung aus freier Hand ohne Stativ verrichtet werden kann, welches eigentlich ein Hauptvorzug des Sextanten vor allen übrigen Werkzeugen ist, so haben doch mehrere Schriftsteller, z. B. Benzenberg (a. a. O.) demselben auf kleine Stative von 1′ Höhe gesetzt, und so Winkel zwischen schwach erleuchteten Objecten mit einer größern Genauigkeit gemessen.

Der katadioptrische Zirkel von Höschel.

Der Schwiegersohn des verdienstvollen Mechanikus Brander in Augsburg, Herr Höschel, machte im Jahre 1783 die Erfindung dieses Werkzeugs in einer kleinen Schrift *) bekannt, welches ganz auf die Theorie des Hadleyschen Sextanten gegründet

---

*) C. C. Höschels, Mech. in Augsb., Nachricht von dem katoptrischen Zirkel, Augsb. 1783.

und zum Aufnehmen des Details bestimmt ist. In den Oesterreichischen Staaten hat man dasselbe seit sechs und dreißig Jahren mit vielem Nutzen angewendet, und selbst Vega empfiehlt dieses wohlfeile, genaue und tragbare Werkzeug *) zu diesem Gebrauch.

Deshalb habe ich zum Gebrauch für die Vermessungen der Königl. Kriegsschule nach der folgenden Beschreibung acht Stück dergleichen Werkzeuge anfertigen lassen, welche zum Auftragen der auf dem Felde gemessenen Winkel auf das Papier, und dadurch zur Aufnahme des Terrains dienen werden, und vollkommen dieselben Dienste leisten, wie der Reflector von Douglas, s. w. h.

Der catadioptrische Zirkel, Fig. 65, bestehet aus einem Schenkel vt mit einer Stahlspitze versehen, welcher in der Hälfte seiner Länge mit einem Bogen z aus einem Stück bestehet. Das andere Ende des Schenkels vt hat die Gestalt einer Scheibe und ist mit einer, in deren Mitte senkrecht befestigten hohlen Axe aus Glockenmetall versehen. Auf diesem Schenkel, welcher den Körper des catadioptrischen Zirkels bildet, ist bei t ein Diopter und bei w der halbbelegte kleine Spiegel senkrecht zu dessen Ebene befestigt.

---

*) Vega Vorlesungen, 2. Band, S. 343 der fünften Auflage vom J. 1817.

Der andere Schenkel xs ist mit dem ersten v von gleicher Länge und an einem Ende s mit einer Stahlspitze, an dem andern Ende x hingegen mit einer Scheibe versehen, auf welcher der große ganz belegte Spiegel x senkrecht stehet. Unter der Scheibe, auf welcher sich dieser große Spiegel x befindet, ist in der Mitte derselben eine conische Stahlaxe befestigt, welche sich in der glockenmetallnen Büchse des Schenkels vt dreht und durch eine unten vorgeschraubte Schraubenmutter vor dem Herausziehen geschützt wird.

Die Schenkel vt und xs sind von dem Mittelpunkte der Axe angenommen, bis zu dem äußersten Ende der Stahlspitzen t und s vollkommen gleich, bilden daher einen Zirkel, dessen Kopf die oben erwähnten zwei Scheiben sind, (von denen man aber in der Zeichnung nur die obere siehet,) und dessen einer Schenkel xs den Spiegel x bewegt.

Wenn man auf dieselbe Weise, wie mit dem Spiegelsextanten, mit dem catadioptrischen Zirkel einen Winkel n gemessen hat, so fassen beide Spitzen des Zirkels, vermöge der Theorie des Sextanten No. IX. u. X. S. 188 u. 190, einen Abstand, welcher der Sehne von $\frac{n}{2}°$ gleich ist. Zieht man daher auf dem Papier mit einem Halbmesser von 120° einen Kreisbogen, und schlägt auf diesem die Sehne von

$\frac{n}{2}$° zweimal um, so erhält man, wenn durch die auf diesen Kreisbogen bestimmten äußersten Punkte und den Mittelpunkt des Bogens Linien gezogen werden, den gemessenen Winkel.

Um dieses Werkzeug zur schnellen Messung unzugänglicher Entfernungen, Aussteckung von Parallelen mit noch unbekannten Längen und durch gegebene Punkte, und zu Auflösung von andern Aufgaben brauchbar zu machen, habe ich auf der in der Zeichnung dargestellten Oberfläche des Bogens z eine besondere Theilung, deren Theilstriche mit I, II, III, IV, V, VI, VIII, X und R bezeichnet sind, anbringen lassen. Die Gründe, worauf diese Theilung beruhet, und der Zweck, welcher durch dieselbe erreicht wird, soll in der Folge näher erörtert werden. Außer dieser befindet sich auf der Rückseite des Bogens z noch eine Eintheilung in 120 ganze Grade, an welcher ein bei u befindlicher Index die gemessenen Winkel anzeigt. Auf dieser Theilung schätzt man dann die halben- und Viertheilgrade.

Setzt man die Wohlfeilheit des Werkzeugs *)

---

*) Dasselbe kostet 15 Thaler p. C. der Reflector hingegen 28 — 30 Thaler. Sollten überhaupt Freunde der pr. Geom. die in diesem Werk beschriebenen Werkzeuge von guter Hand angefertigt wünschen, so

aus den Augen und vergrößert dasselbe nur wenig, so kann auch durch Hülfe eines Verniers die darauf befindliche Theilung die Winkel von 2 zu 2 Minuten genau angeben, welches aber unnütz ist, da man alle Spiegelwerkzeuge, an denen keine Fernröhre angebracht sind, nicht wohl zu trigonometrischen Arbeiten anwenden kann.

Der reflectirende Halbkreis (Reflector) *) von H. Douglas.
(The Patent reflecting Semicircle.)

Der Hauptzweck dieses und des vorigen Werkzeugs ist die Bestimmung der Dreiecke der dritten und vierten Ordnung bei Vermessungen; deshalb sind beide Werkzeuge so eingerichtet, daß man ohne Hülfe eines andern Werkzeugs die mit denselben auf dem Felde gemessenen Winkel durch ihre Hülfe sogleich an Ort und Stelle auf das Papier übertragen kann. Zu diesem Behuf führet man entweder das Papier auf einem kleinen Reisbrette aufgespannt, oder ein Stück Pergament oder Spielkartenpapier in einer ledernen Tasche bei sich.

---

erbiete ich mich gern zur uneigennützigen Besorgung der gewünschten Werkzeuge, erbitte mir aber postfreie Aufträge.

*) Decker milit. Aufnehmen. Berlin, Mittler.

Theorie des Werkzeugs.

Die Theorie des Werkzeugs beruhet zum Theil auf einigen von denen Sätzen, welche die Theorie des Hadleyschen Sextanten begründen, und von S. 179 bis S. 191 aufgestellt sind, zum Theil aber noch auf folgenden Sätzen.

I. Es sei eknfh ein getheilter Limbus, und ab ein ganz belegter Spiegel, welcher sich verbunden mit dem Halbmesser gh um den Mittelpunkt g dieses Kreises dreht; ferner sei cd ein halbbelegter Spiegel, welcher mit der Sehne ef (Absehelinie des weiter unten beschriebenen Werkzeugs) um den Punkt e, (Mitte des halbbelegten Spiegels) bewegt wird. Die Sehne ef sei durch einen Kreisbogen fh von constanter Länge mit dem Halbmesser gh und Spiegel ab verbunden, und theile demselben die Bewegung mit, ferner liegen die Punkte f, h und e in der Peripherie eines Kreises.

Wenn nun der Spiegel cd durch ke um einen Winkel kef in die Lage lm gedreht worden, und dadurch der mit der Sehne ek verbundene Bogen kn = fh den Spiegel ab von h bis n gezogen hat, so soll der letztere einen Bogen hn auf dem Limbus durchlaufen haben, der doppelt so groß ist, als das Maaß des Winkels kef, oder es soll mit andern Worten ∠ ngh = 2 ∠ kef sein.

Beweis.

Th. ∠ ngh = 2 ∠ kef

Es ist ∠ ken = ∠ feh

weil kn = fh.

Ferner ist ∠ ngh = 2 ∠ neh als Peripherie und Centriwinkel eines Bogens nh

∠ neh = ∠ feh + ∠ nef

∠ kef = ∠ ken + ∠ nef

Folgl. ∠ neh = ∠ kef

und da ∠ ngh = 2 ∠ neh

so ist auch ∠ ngh = 2 ∠ kef.

II. Wenn man die Größe des Winkels eah, Fig. 67, untersucht, welchen das Einfallsloth ah des großen Spiegels fg mit dem Halbmesser aC, um welchen sich dieser Spiegel bewegt, bildet, so findet man, daß dieser $\frac{3}{4}$ des constanten Winkels cCa ist, den die Mitte a des großen Spiegels fg der Mittelpunkt C des Werkzeuges und die Mitte c des Diopters c bilden.

Beweis. Vermöge der Konstruktion des Werkzeuges ist:

1) cb # ád′

2) ∠ cCa = ∠ Cad′ und

3) ∠ cba = ∠ bad′ = $\frac{1}{2}$ ∠ cCa als Peripherie und Centriwinkel eines Bogens.

Daher und vermöge No. I. der Theorie des Sextanten ist:

4) $\angle$ bah $=$ $\angle$ had′ $=$ $\frac{1}{2}\angle$ bad′ $=$ $\frac{1}{4}\angle$ cCa.

Es ist aber 5) $\angle$ Cah $=$ $\angle$ Cad′ $-$ $\angle$ had′.

Nach 2) ist $\angle$ Cad′ $=$ $\angle$ cCa

= 4) = $\angle$ had′ $=$ $\frac{1}{4}\angle$ cCa.

Substituirt man diese Werthe in die fünfte Gleichung, so erhält man

$\angle$ Cah $=$ $\angle$ cCa $-$ $\frac{1}{4}\angle$ cCa $=$ $\frac{3}{4}\angle$ cCa

$=$ $\frac{3}{4}$ p.

III. Durch Hülfe dieses Satzes kann nun erwiesen werden, daß der $\angle$ eCA Fig.68, ($=\angle$ q $+\angle$ p) den der feste Halbmesser AC und der bewegliche Halbmesser eC bilden, dem Winkel afc ($=$ v) gleich ist, welchen der verlängerte einfallende Lichtstrahl af und der zurückprallende Lichtstrahl cf im Auge des Beobachters bilden.

Es ist $\angle$ cCa Fig. 67 $=$ $\angle$ eCG Fig. 68, ($=\angle$ p $=\angle$ o) wenn der große Spiegel um den Punkt C von A nach e bewegt wird.

Der kleine Spiegel EF wird durch diese Bewegung seine Lage ändern, und in die Richtung BD kommen, da der Punkt G, (Zapfen des Werkzeuges) die Bewegung der Linie fc (der Alhidade) worauf der Spiegel EF steht, bewirkt.

Der $\angle$ r ist als Peripheriewinkel $=\frac{1}{2}\angle$ o

und da $\angle$ o $=$ $\angle$ p,

so ist auch $\angle$ r $=$ $\frac{1}{2}\angle$ p

$\angle$ s $=$ $\frac{1}{2}\angle$ q, aus gleichem Grunde

$\angle$ s $=$ $\angle$ t, weil eC $=$ Cc,

mithin $\angle t = \frac{1}{2} \angle q$,
eb sei das Einfallsloth, so ist nach
Satz II; $\angle Ceb = \frac{3}{4} \angle p$.

Folgl. $\angle u - \frac{3}{4} \angle p = \angle t + \frac{3}{4} \angle p$.

hieraus $\angle u = \angle t + \frac{3}{2} \angle p$
und da $\angle t = \frac{1}{2} \angle q$.

so ist $\angle u = \frac{1}{2} \angle q + \frac{3}{2} \angle p$.
da ferner $\angle v + \angle w + \angle r + \angle s = 2R$.
und $\angle u + \angle q + \angle w = 2R$.

so ist $\angle v + \angle w + \angle r + \angle s = \angle u + \angle q + \angle w$.

Reducirt man diese Gleichung auf v, so hat man

$$\angle v = \angle u + \angle q - \angle r - \angle s,$$

substituirt man die früher für $\angle u$, $\angle r$ und $\angle s$ gefundenen Werthe in die obige Gleichung; so ist:

$$\angle v = \frac{1}{2} \angle q + \frac{3}{2} \angle p + \angle q - \frac{1}{2} \angle p - \frac{1}{2} \angle q,$$

das ist:

$$\angle v = \frac{3}{2} q - \frac{1}{2} \angle q + \frac{3}{2} \angle p - \frac{1}{2} \angle p = \angle q + \angle p.$$

IV. Es ist leicht einzusehen, daß der Vernier, welcher Fig. 68 während der Messung des Winkels v den Bogen $E'E''$ durchlaufen hat, denselben Winkel angiebt, den die Gegenstände Z, a und der Punkt f der Beobachtung bilden, denn:

Es ist Bogen $E''A$ = Bogen $E'e$ vermöge Construction des Werkzeugs,

und Bogen eA das Maaß der $\angle (p + q) = \angle v$

ferner Bogen eE″ sich selbst gleich = eE″

Folglich: Bogen eE″ + Bogen E″A =
Bogen Ee + Bogen eE′

d. i. Bogen eA = Bogen E′E″ =
Maaß des ∠ (p + q) = ∠ v.

Beschreibung des Werkzeugs.

An einem Lineal Q, Fig. 69, befindet sich ein Halbkreis, dessen Mittelpunkt bei I ist. Um den zu diesem Mittelpunkt I concentrisch aufgeschraubten Ring K bewegt sich ein zweites Lineal N, welches den ganz belegten großen Spiegel AB trägt. Ein mit diesem Lineal N aus einem Stück bestehender Kreisbogen BL, trägt bei O einen zilindrischen Zapfen, der in einem Falz HR der um den Mittelpunkt des kleinen halbbelegten Spiegels CD beweglichen und mit demselben verbundenen Alhidade greift, und bei der Bewegung des Lineals N der Alhidade GF die Bewegung mittheilt. Auf dem einen Ende der Alhidade GF befindet sich ein Diopter G.

Die Mitte des großen Spiegels AB, des kleinen Spiegels CD und des Zapfens H befinden sich in der Peripherie eines zur Mitte I concentrischen Kreises. P, E, O sind Schrauben zur Stellung und Berichtigung der Neigung der Spiegel, und S die Schraube zur Wegschaffung der Kolimation oder zur Parallelstellung der Spiegel.

Der Gebrauch dieses Werkzeugs bei dem Winkelmessen ist, so wie der eines Sextanten. So wie der Winkel gemessen ist, d. h. beide Gegenstände, welche die Schenkel des Winkels bezeichnen, einander in der Mitte des kleinen Spiegels decken, so legt man den Mittelpunkt des Werkzeugs I auf den Punkt des Papiers, wohin der Scheitelpunkt des aufzutragenden Winkels kommen soll, bringt die Kante MU oder NT eines der beiden Lineale in die Lage, welche der eine Schenkel des Winkels haben soll, und ziehet mit Bleistift an den Kanten MU und NT den Winkel, welcher dem gemessenen Winkel gleich sein wird.

Der Halbkreis des Werkzeugs ist in halbe Grade getheilt und ein Bogen von $\frac{1}{2}^4$ ° ist auf dem Vernier L in 15 gleiche Theile getheilt.

Folglich ist nach der Seite 92 gegebenen Regel der kleinste mit dem reflectirenden Halbkreis zu messende Winkel $= \frac{1}{2}° : 15 = \frac{30}{15}' = 2'$.

Soll dieses Werkzeug auch wirklich das von ihm Erwartete leisten, so müssen bei der mechanischen Construction desselben folgende Bedingungen erfüllt werden, die, meinem Erachten nach, durch die praktische Mechanik, nie ganz vollkommen erreicht werden können.

1) Der Zapfen muß vollkommen rund sein.

2) Die Seitenflächen des Alhidadenfalzes müssen vollkommene Vertikalebenen bilden, die auf bei-

den Seiten ganz gleiche Abstände von der Vertikalebene des Visirs haben, und den Zapfen ohne Zwischenraum genau tangiren. Dieses ist um so schwieriger, da der Mechaniker kein Mittel besitzt, diese Ebenen zu prüfen und plan zu schleifen.

3) Der große Spiegel AB muß sich vollkommen genau concentrisch um die Mitte I des Werkzeugs drehen, und von dieser genau so weit, wie der Zapfen H und kleine Spiegel CD abstehen.

4) Der kleine Spiegel CD muß sich genau um seine Mitte und um einen Punkt der Kreisperipherie drehen.

5) Wenn das Werkzeug geschlossen ist, d. h. wenn der Vernier auf dem Nullpunkt stehet, müssen sich beide Flächen der Lineale N und M berühren, und beide müssen vollkommen gerade sein.

Es sind hier in der Kürze bloß die aus der Zusammensetzung des Werkzeugs entstehenden Bedingungen angegeben, ohne derer zu gedenken, die aus der allgemeinen Theorie der Spiegelwerkzeuge hervorgehen, und die dem praktischen Mechaniker ohnedies bei dem Bau catadioptrischer Werkzeuge manche Schwierigkeit verursachen, wie wir später bei den Berichtigungen dieser Werkzeuge finden werden.

Etwas über den Cathetometer von Dr. Crelle.

Der Königl. Oberbaurath Dr. Crelle hat im Jahre 1817 das Gebiet unseres Wissens mit einer neuen Erfindung bereichert, die Anfangs Aufsehn erregte, in der wir aber des alten ehrlichen Gutschovens geometrischen Quadranten *) vom Jahr 1674 in doppelter Gestalt wiederfinden, wenn der Satz seine Richtigkeit hat, daß der Halbkreis zwei Quadranten enthält. — Weit entfernt, diese Erfindung zu tadeln, will ich bloß einige kleine Irrthümer (wahrscheinlich Druckfehler) anzeigen, welche sich in dem Titel der darüber erschienenen bereits S. 114 angezeigten Schrift eingeschlichen haben.

---

*) Die Abbildung jenes Werkzeugs befindet sich in „Nic. Bion mathem. Werkschule" auf der XIII. Kupfertafel Figur G der vierten Auflage von 1741 und die Beschreibung und den Titel der über diesen Quadranten von Gutschoven herausgegebenen Schrift in Herrn Hofrath Kästners geometrischen Abhandlungen S. 600 der zweiten Sammlung. Letztere lautet wörtlich folgendermaaßen: „90) Die innere Fläche des Quadranten überzieht ein Rete trigonometricum. Neunzig Parallelen mit einem der Halbmesser, die den Quadranten einschließen, und eben so viel mit den andern. Begreiflich Sinus und Cosinus aller Grade." Wer findet hier nicht auch zugleich des Cathetometer Theorie?

Es soll nämlich dieses Werkzeug dem Titel gemäß:

„leichter zu verfertigen und wohlfeiler „sein, die Winkel genauer messen, die „Berechnung der Figuren erleichtern, „und weniger Irrthümern der Beobach„tung ausgesetzt sein, als andere be„kannte Winkelmeßinstrumente,"

kurz, ein wahres Universal-Meßwerkzeug sein — !!

Wenn der Herr Erfinder sich überzeugt hat, daß gering gerechnet, der Preis eines solchen Werkzeugs nahe an 100 Thlr. betrug, so wird er wohl auch die ersten beiden angezeigten Eigenschaften, die leichtere Anfertigung und die Wohlfeilheit dieses Werkzeugs, in einer etwanigen zweiten Auflage der angezeigten Schrift — streichen. Die Berechnung der Figuren erleichtert es allerdings wohl, wenn Multiplikation und Division siebenziffriger Zahlen mit einander ohne Hülfe der Logarithmen überhaupt Erleichterung zu nennen ist. Von den übrigen im Titel angezeigten Eigenschaften des Werkzeugs, werden angestellte Messungen zeigen, daß es eben so unvollkommen ist, als andere bekannte Winkelmeßinstrumente.

Obgleich ich dieses Werkzeug niemand empfehlen kann, so bleibt es doch immer theoretisch betrachtet, deshalb eine sinnreiche Erfindung, daß der Erfinder die letzten Decimalziffern der Sinusse und

Cosinusse aus dem Sinus versus eines kleinen Bogens ergänzt; dieses war bei den Gutschovenschen Quadranten freilich nicht der Fall. Wenn man also von dem der Beschreibung des Cathetometers beigefügten Kupfer, die zwei Quadranten des Gutschoven, und die Mayersche Alhidade nebst ihrer Centralbewegung wegrechnet, so bleibt immer noch der zur Bestimmung des Sinus versus dienende, in Grade getheilte Kreis, als Eigenthum des Erfinders zurück. —

Wegen der Beschreibung und Abbildung dieses Werkzeugs muß ich wegen Mangel an Raum bitten, des Erfinders eigenes Werk zu lesen.

Schmalcalders Höhenmesser.

Dieser Höhenmesser, welcher in der äußeren Form vollkommen mit der Patentboussole übereinkommt, hat zu ökonomischen und militairischen Aufnahmen die hinreichende Genauigkeit, obschon er nur Winkel von Grad zu Grad angiebt und ohne Stativ aus freier Hand gebraucht wird. Deshalb kann ich aus Ueberzeugung jeden Aufnehmer dieses Werkzeug vor allen andern vorzugsweise zur Aufnahme der Berge nach Lehmanns Methode empfehlen.

Er ist vorzüglich bis jetzt das einzige Werkzeug, mit welchem ohne Zeitverlust und Schwierigkeit, Horizontalen, bei genauen topographischen Auf-

nahmen, oder zum Unterricht in der Lehmannischen Messungsmethode, wirklich auf dem Terrain, durch jeden beliebigen Punkt gelegt werden können. Er dient ferner zur Ausmittelung überhöhender Punkte des Terrains und zu Bestimmung der Neigungswinkel der Bergoberflächen.

Der Königl. Preuß. Major, Hr. Decker, hat sich dadurch, daß er in seiner früher erwähnten Schrift dieses Werkzeug zuerst in Deutschland bekannt machte, den Dank aller derjenigen erworben, die es dadurch kennen gelernt haben, und darauf aufmerksam geworden sind.

Die Einrichtung dieses Höhenmessers ist folgende:

Im Innern einer Büchse, Fig. 70, welche der Büchse der Patent-Boussole gleich gestaltet, und mit demselben Prisma A, (siehe Seite 153) und Diopter B versehen ist, bewegt sich ein Gradring D um eine in seiner Mitte C befestigte Axe. Wenn man diese Büchse vertikal in freier Hand hält, so erhält sich der eingetheilte Gradring durch ein, senkrecht zu seinem Dnrchmesser EF bei G angebrachtes Gewicht, von selbst mit dem durch 0° der Theilung gehenden Durchmesser EF in einer horizontalen Linie. Bringt man daher das Prisma und Diopter mit dem zu visirenden Richtpunkt in eine solche Lage, daß der Faden im Diopter die Spitze oder den Fuß des Richtpunkts genau ab-

schneidet, so wird in dem Prismaspiegel sich auch mit dem Diopterfaden zugleich ein Theilstrich der Eintheilung in horizontaler Richtung befinden, welcher die Größe des Höhen- oder Tiefenwinkels anzeigt, der dem visirten Richtpunkt zugehört.

Damit der dünne bewegliche Kreis, wenn das Werkzeug nicht gebraucht wird, nicht durch das Gewicht G verbogen wird, so ist bei H eine Schraube angebracht, welche, wenn man sie anziehet, sich in das Gewicht G hineinschraubt, dadurch den Kreis feststellt, und vor der Verbiegung sichert. Zur Hemmung der zu starken Bewegung des Kreises dienet die Feder I, welche schon bei der Patentbouffole erwähnt und zu gleichem Zweck gebraucht wurde.

Dieses wären denn die Werkzeuge, deren Gebrauch allgemein ist; außer diesen giebt es noch Werkzeuge, welche aus einem Stande messen. Diese Werkzeuge sind das in der praktischen Geometrie, was das Perpetuum mobile in der Mechanik; die Quadratur des Kreises in der Elementargeometrie, und die Knall- und Fallbomben in der Artillerie sind — in der Wirklichkeit ein leeres Spiel müssiger Köpfe, und in der Beschreibung eine Anweisung auf Jedermanns Geldbeutel. Welchem vernünftigen Geometer wird es wohl einfallen, solche Sachen zu erfinden? Doch will ich in der Kürze einige zur nähern Kenntniß bringen, um

zugleich auch noch eine Erfindung unsers Zeitalters dem Zeitgeiste gemäß zu ehren.

Werkzeuge zur Messung von Weiten aus einem Stande. Distanzmesser.

1) Das Paccecianische Pantometrum.

Zwei Tafeln A und B, Fig. 71, sind bei C so durch Charniere verbunden, daß man sie entweder zusammen legen, oder auch in einer Ebene auseinander legen kann; EF und GH sind zwei auf diesen Tafeln befestigte Fernröhre von wenigstens $1\frac{1}{2}$ Fuß Länge. Eins derselben EF ist bei D um eine Axe beweglich; das andere GH hingegen fest. Das bewegliche Fernrohr EF bewegt sich über einem in die Tafel A eingelassenen Gradbogen IK, gleich einer Alhidade, und führt einen Index über die Gradeintheilung IK fort, welcher anzeigt, um welchen Winkel das Fernrohr gedreht wurde. Man kann durch eine bei R befindliche Mikrometerschraube dem Fernrohr und Index die feine Bewegung mittheilen.

Die Axen beider Fernröhre, welche 4 bis 5′ von einander abstehen und im Innern Kreuzfäden haben, werden zuerst vermittelst sehr weit entfernter Objecte parallel, und dann das ganze Werkzeug bei dem Gebrauch auf ein Stativ gestellt.

Die Entfernung FH dienet bei der Messung

als Standlinie, oder als Basis eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen längste Kathete die zu bestimmende Weite ist, welche man sodann aus der gegebenen Entfernung FH und den Winkel, um welchen das Fernrohr EF aus der parallelen Richtung bei der Visirung des andern Endpunkts der zu bestimmenden Weite gedreht worden, trigonometrisch berechnet.

Der Erfinder dieses Werkzeugs war Graf Paceco ab Ucedos.

2. Der Branderſche Distanzmesser.

Dieses in der Instrumenten-Sammlung der Königl. Kriegsschule befindliche Werkzeug hat eine dem vorigen Werkzeug ähnliche Einrichtung. Beide Fernröhre liegen in einem hölzernen Kasten, mit ihren Axen in grader Linie, und mit den Ocularenden nahe beisammen. Die Bilder der zu visirenden Richtpunkte werden durch zwei vor den Objectivgläsern liegende, und unter 45° geneigte, Metallspiegel aufgefangen und in die Fernröhren reflectirt. Diese Metallspiegel sind 5′ von einander entfernt, welche Länge die der jedesmaligen Messung zum Grunde liegende Standlinie ist.

Weil die Ocularenden der Fernröhren nahe beisammen liegen, so kann man nicht wie gewöhnlich, in der Richtung der Fernrohr-Axe durch dasselbe sehen, sondern man siehet durch die an jedem Fern-

rohr oben an der Röhre angebrachten Augenlöcher in einer senkrechten Richtung auf die Axen der Fernröhre von oben herab. Man erblickt dann das im Fernrohr reflectirte Bild des Richtpunkts, in dem im Innern eines jeden Fernrohrs hinter dem Augenglase befestigten Spiegel, welcher gegen die untere Kastenfläche und gegen das Ocularglas unter 45° geneigt ist, und also die zur Seite erscheinenden Bilder von unten nach oben ins Auge reflectirt.

Die Messung des kleinen parallactischen Winkels geschiehet ebenfalls durch Umdrehung einer Mikrometerschraube, welche das zweite Fernrohr in die Richtung bringt, daß der Endpunkt der zu messenden Weite von dem Objectivspiegel dieses Fernrohrs eben so wie früher von dem Objectivspiegel des ersten Fernrohrs aufgefangen und in das Innere desselben reflectirt wird.

Die zu geringe Standfestigkeit dieses Werkzeugs und zum Theil auch Mangel an Zeit hat mich bis jetzt immer abgehalten, Versuche über die Zuverlässigkeit desselben anzustellen; doch werde ich künftigen Sommer bei einer flüchtigen Triangulirung der umliegenden Gegend, von demselben Gebrauch machen, wenn ein andres, festeres Stativ zu demselben gemacht wird; ich bin dann Willens die Resultate und die Anwendung, so wie die Abbildung

des Werkzeugs, dem Publikum in der Fortsetzung dieser Schrift bekannt zu machen.

3) Der Diastimeter.

Dieses Werkzeug, welches nach dem Titel der darüber herausgekommenen Schrift *) trigonometrische Rechnungen auszuführen, und die Resultate augenblicklich vorzulegen im Stande (also ein Automat) ist, beruhet auf den allerersten Gründen der Elementargeometrie, nämlich auf der Aehnlichkeit gleichschenklicher und gleichwinklicher Dreiecke. Es verhält sich demnach die Länge der Senkrechte auf die Grundlinie zur Grundlinie in einem Dreieck wie in dem andern.

Um eine kurze Erklärung darüber zu liefern, sei

---

*) Da beide Schriften, nämlich:
1) Der Diastimeter von Dr. Romershausen, Berlin bei Mittler,
2) Theorie des Diastimeters von ebendemselben und ebendaselbst,
nicht viel kosten, so würde ich jedem Leser rathen, sich solche anzuschaffen; um aus demselben etwas zu lernen? — nein! sondern zu sehen, wie man die leichteste, geringfügigste Sache mit vielen Worten, und auf dem allerlängsten Wege darstellen kann, wenn man den pecuniären Vortheil der Selbstanfertigung nicht aus den Händen geben, sondern behalten will.

sei AB, Fig. 72 eine Pappröhre, an welcher zwei Pferdehaare a und b parallel über die bei A befindliche Oeffnung der Röhre gespannt sind. In diese Röhre läßt sich bei B eine zweite Röhre CD schieben, welche bei v mit einem Augenloch versehen ist. Dieses Augenloch v und beide Pferdehaare a und b bilden demnach ein gleichschenkliges Dreieck avb, dessen Schenkel av und bv von veränderlicher Länge sind; weil das in der Röhre CD befindliche Augenloch v, durch das Verschieben der Röhre CD in der Röhre AB, bald den Pferdehaaren genähert, bald von demselben entfernt werden kann.

Hält man dieses leicht selbst anzufertigende Werkzeug an das Auge, und verschiebt die Röhre CD so in der Röhre AB, daß die Pferdehaare a und b (in horizontaler Lage) den in einer gewissen Entfernung liegenden Gegenstand cd genau oben bei c und unten bei d berühren, so ist die Höhe cd dieses Gegenstandes die Grundlinie, und die Sehstrahlen vc und vd sind die Schenkel eines dem Dreieck avb ähnlichen Dreiecks cvd, weil $\angle$ avb $=\angle$ cvd (da der Voraussetzung gemäß die Punkte c, a und v so wie d, b und v in einer graden Linie liegen), und man cd $\#$ ab annimmt; welches letztere jedoch selten und nur dann der Fall sein kann, wenn f und v in einer zu cd Senkrechten liegen.

Wenn man nun die Höhe cd des entfernten Gegenstandes = H, den Abstand ab der Pferdehaare = h, die senkrechte Entfernung vt des Gegenstandes cd von dem Augenloch v = E, und endlich die Länge gv oder die senkrechte Entfernung beider Pferdehaare von dem Augenloche bei v = e setzt; so ist allgemein:

$$e : h = E : H$$

Folglich 1) $E = \frac{e \cdot H}{h} = H \times \frac{e}{h}$,

und 2) $H = \frac{h \cdot E}{e} = E : \frac{e}{h}$.

Aus diesen für E und H gefundenen Formeln siehet man, daß der Factor $\frac{e}{h}$ beständig ist, mit dem man H multiplicirt, wenn man E oder die zu bestimmende Entfernung sucht, und durch welchen man E dividirt, wenn man H oder die Höhe eines Gegenstandes bestimmen will.

Setzt man den constanten Factor $\frac{e}{h} = N$,

so hat man aus 1 und 2

$$E = H \times N$$

$$\text{und } H = \frac{E}{N}$$

(man vergleiche die Seite 7 der „Theorie des Diastimeters" gegebenen Formeln.)

Diesen beständigen Factor $\frac{e}{h}$ nennt Herr Pr. Romershausen, eine Normale? und hat ihn, für verschiedene Längen der mehr oder weniger in einander geschobenen Pappröhren, ~~als einen Decimalbruch~~, (so wie in vorstehender Einleitung Seite 40. IV. die Reductionsfactoren) im voraus berechnet.

Will man daher eine Entfernung E messen, so muß man mit der auf der äußeren Seite der Röhre bei B abgeschnittenen Normalzahl die bekannte Höhe cd = H multipliciren, so ist das Produkt der Entfernung gleich. Soll aber die Höhe eines Gegenstandes cd = H bestimmt werden, so ist es nöthig, die Entfernung vf = E zu kennen, welche man sodann durch die bei B abgeschnittene Normalzahl dividirt, und dadurch das Resultat findet.

Beide von dem Pr. Romershausen darüber herausgegebenen Piecen sind voll lächerlichen Unsinns, wie man auf dem Titel und Seite 21 und 44 in den Anmerkungen der erstgenannten Beschreibung und dann vorzugsweise Seite 15 der letztgenannten Schrift zur Genüge bemerken kann.

Untersuchung der Fehler der winkelmessenden Werkzeuge, und Correctionen einiger derselben.

Die Unvollkommenheit der menschlichen Sinne und die unmögliche Darstellung mathematischer

Punkte und Linien empfindet man am stärksten bei der Prüfung geometrischer Werkzeuge. Sie sind sämmtlich mehr oder minder mit beständigen und veränderlichen Fehlern behaftet, die oft schwer, oft gar nicht mit Bestimmtheit auszumitteln sind. Kann man die Fehler derselben finden und die Größe derselben, so wie ihren Einfluß auf die zu messenden Linien und Winkel, durch Rechnung bestimmen, so ist auch das mit diesen Fehlern behaftete Werkzeug, so brauchbar wie ein fehlerfreies, indem man die gefundenen Resultate durch Hülfe der bekannten Größe des Fehlers verbessern kann. Allein dies führet oft zu weitläuftigen Berechnungen und zu einer Zeitversäumniß, welche den Aufnehmenden nie angenehm ist, besser ist es daher, jedes Werkzeug vor dem Ankauf oder Gebrauch nach nachstehender Anleitung streng zu prüfen, nur das möglichst Fehlerfreie zum Gebrauch auszuwählen, und nur die unvermeidlichen Fehler, welche theils in der Construktion, theils aber auch in der Theorie des Werkzeugs liegen, durch Rechnung zu verbessern.

Die Fehler der winkelmessenden Werkzeuge zerfallen überhaupt in zwei Klassen, nämlich:

I. In die Fehler, welche fast die meisten Werkzeuge mit einander gemein haben, zu diesen rechnet man

1) den nicht festen Stand des Stativs,

2) den todten Gang der zur Bewegung die-

nenden Schrauben, der Schraube ohne Ende, oder der Mikrometerschraube.

3) Unebenheit der Ebene, auf welcher die Winkelbestimmung entweder durch Zeichnung oder nach Graden und Gradtheilen erfolgt.

4) Excentricität des Werkzeugs und der Alhidade.

5) Fehler der Libellen oder Wasserwagen.

6) Fehler der Eintheilung des Gradringes und der Verniere.

7) Unrichtige Lage oder Bewegung der Fernröhre oder Dioptern an solchen Werkzeugen, welche mit Fernröhren oder Dioptern versehen sind.

8) Unrichtige Bewegung der Ebene des Werkzeugs auf dem Stativ.

II. In die nur einigen Werkzeugen eigenthümlichen Fehler und zwar:

1) bei dem Meßtisch und der Boussole ist es

α) der fehlerhafte Stand der Dioptern,

β) die Unrichtigkeit der dazu gehörigen Magnetnadel.

2) Bei dem Sextanten, catadioptrischen Zirkel und reflectirenden Halbkreis,

α) die fehlerhafte Richtung der Spiegel,

β) die fehlerhafte Neigung der Spiegel,

γ) der Fehler in der Parallelität der Spiegeloberflächen,

δ) die Unebenheit der Spiegeloberflächen,
ε) die Parallaxe dieser Werkzeuge.

Ohne diese zum Theil unvermeidlichen Fehler, kann durch die Schuld des Verfertigers bei der Bearbeitung der Werkzeuge noch mancher andern Fehler, z. B. in der Zusammensetzung der Fernröhre, bei dem Schleifen der nöthigen Gläser, bei der Ausarbeitung einzelner Theile der Werkzeuge u. s. w. entstehen, welche alle anzuführen fast unmöglich ist. Deshalb ist bei dem Ankauf der Werkzeuge nöthig, sich nur an geprüfte Mechaniker *) zu wenden, unter welchen ich aber durchaus nicht diejenigen verstehe, welche in allen Zeitungsblättern ihre Werkzeuge ausposaunen, oder durch glaubhafte Atteste die Selbstverfertigung ihrer Waaren beurkunden.

Die Fehler der ersten Klasse

1) den nicht festen Stand des Stativs; und

2) den todten Gang der Schraube ohne Ende oder Mikrometerschraube untersuchet man folgendergestalt:

Man setze das Werkzeug auf das Stativ,

---

*) Außer den früher erwähnten Mechanikern, dem technischen Bureau der Herren Markuson und Comp., und dem Geheimenrath Herrn Pistor, kann ich Niemand hiesigen Ortes vorzugsweise empfehlen.

drücke dessen Füße fest und tief in den Boden, ziehe alle Schrauben fest an und fasse die Ebene des Werkzeugs zwischen zwei Finger, läßt sich dieselbe ein wenig bewegen, oder wackelt etwas, so ist entweder das Stativ nicht standfest, oder ein Fehler in der bewegenden Schraube. Um dies zu unterscheiden, richte man das Diopterlineal, oder das Fernrohr auf einen Gegenstand, drehe dann an der Schraube ohne Ende, oder der Mikrometerschraube, und gebe genau Acht, ob mit dem Anfang der Drehung, auch der Anfang der Bewegung des auf einen Gegenstand gerichteten Fadens im Diopter oder Fernrohr zu gleicher Zeit erfolgt; geschiehet dies, so ist ein Fehler im Stativ, im Gegentheil aber, wenn die Bewegung des Fadens später erfolgt, als der Anfang der Drehung, so hat entweder die bewegende Schraube Spielraum in ihrer Axe, oder einen todten Gang (s. S. 124). Ziehet man die gegen die Axe der Mikrometerschraube geschraubte Schraube an, so muß der Fehler, wenn er bloß in der Axe liegt, verschwinden. Bei der Schraube ohne Ende kann man diese Verbesserung zwar nicht anbringen, allein es ist da leicht zu unterscheiden, ob der Fehler in der Axe, oder in den abgeschliffenen Gängen liegt, man darf bloß bei der Bewegung des Werkzeugs genau

auf die Schraube ohne Ende sehen, ob sich dieselbe bei dem Wackeln etwas hin- und herschiebt oder nicht.

3) Die Unebenheit der Ebene, auf welcher die Winkelbestimmung verrichtet wird, erkennt man sehr leicht durch Auflegung einer richtigen Regel nach allen Richtungen; schließt diese dicht und genau an die Ebene an, so ist auch die Ebene ohne Fehler.

4) Excentricität der Bewegung des Werkzeugs und der Alhidade. Dieser Fehler ist von allen Fehlern derjenige, welcher sich am allerschwierigsten bestimmen läßt, indem man nur durch Fehler in gemessenen Winkeln, die leicht auch von fehlerhafter Eintheilung u. a. m. herrühren können, das Dasein der Excentricität erkennen kann. Ein kleines Stäubchen oder sonst ein kleiner Körper, welcher sich in die Schmiere zwischen die Axe und die Büchse des Werkzeugs setzt, kann an dem völlig fehlerfreien Werkzeug eine scheinbare Excentricität veranlassen.

Wenn man früher die Fehler der Theilung untersucht und diese fehlerfrei gefunden hat, so messe man an verschiedenen Stellen des Randes, ob der Bogen der Vernierplatte von dem Bogen des eingetheilten Kreises gleiche Abstände habe. Denn bei einer excentrischen Bewegung der Alhidade bleibt der Bo-

gen des Verniers dem Bogen des eingetheil-
ten Kreises nicht parallel, und hat auch folg-
lich verschiedene Abstände, die man mit einan-
der rücksichtlich ihrer Ungleichheit vergleichen
kann. Hierauf messe man zur Bestimmung
der Größe der Excentricität Winkel zwischen zwei
nicht zu fernen und hellerleuchteten Richtpunk-
ten mehreremal an verschiedenen Stellen des
Limbus und vergleiche die Größe dieser Winkel
mit einander, so giebt eine größere Differenz
derselben schon den Fehler der Excentricität zu
erkennen, wenn man genau visirt und das
Werkzeug sonst ohne Fehler ist. Oder man
messe 4, 5 oder 6 Winkel zwischen Richtpunk-
ten von gleicher Beschaffenheit, welche um einen
Punkt liegen, und vergleiche die Größe derfel-
ben mit der Summe aller Winkel um einem
Punkt = 360°. Oder man stecke auf einer
großen Ebene in einer Entfernung von 1000'
vom Standpunkte, 4 oder 5 Stangen in die
Peripherie eines Kreises, dessen Mittelpunkt der
Stationspunkt ist, und gebe diesen unter sich
gleiche Abstände. Mißt man die Winkel, wel-
che die ausgesteckten Stangen mit dem Sta-
tionspunkte bilden, so darf die Summe dieser
Winkel nicht größer als 360° sein. Oder
man stecke ein Dreieck auf einer Ebene aus, des-
sen Seiten man gleicher Länge macht, messe

die Winkel und vergleicht deren Summe mit 180°.

5) Fehler der Libellen oder Wasserwagen. Die Untersuchung einer langen Libelle verrichtet man durch das Horizontalstellen einer Ebene und durch Verwenden der Erstern nach Seite 131; die einer dosenförmigen hingegen nach Seite 133. Bei den Ersteren kann, wie a. a. O. gelehrt worden, durch die Correctionsschraube der Fehler weggeschafft werden, bei der Letzteren hingegen nicht.

6) Fehler der Eintheilung des Gradringes (Gradbogens) und der Verniere. Die Theilungsfehler und die Excentricitätsfehler können leicht verwechselt werden, weil sie schwer zu unterscheiden sind. Grobe Fehler in der Theilung findet man leicht durch Ausmessungen, welche auf den eingetheilten Bogen mit einem guten Stangenzirkel verrichtet werden; geringe Fehler hingegen selten mit überzeugender Gewißheit.

Man muß sich zu diesen Messungen guter Vergrößerungsgläser bedienen, wenn an den Spitzen des Stangenzirkels keine Lupen befestigt sind. Das beste Mikroscop ist zu diesem Zweck wohl das Ramsdensche Lampenmikroscop, welches die Theilstriche hell beleuchtet, stark vergrößert und durch ein im Innern an-

gebrachtes Mikrometer zur Ausmessung kleiner Theile gebraucht wird.

Bei der Prüfung eines eingetheilten Kreises oder Bogens untersucht man mit dem Stangenzirkel, ob die Bogen von 90° einander gleich sind; dann nimmt man die Untersuchung mit dem Bogen von 60°, von 30°, von 15°, von 5° ꝛc. vor. Ist diese Untersuchung beendigt, und sind die Bogen, welche zu groß oder zu klein waren in eine Tabelle mit den an diesen Bogen gestochenen Gradzahlen eingetragen, so schreitet man zur Untersuchung der Größe der Vernierbogen, welche in ihrer ganzen Länge einer gewissen Anzahl Graden oder Gradtheilen gleich sind und folglich einen Maaßstab für die Länge eines Bogens von eben so vielen Graden oder Gradtheilen abgeben. Man schiebt zu diesem Ende den mit 0° bezeichneten Theilstrich des Verniers an den ersten Theilstrich der Eintheilung des Limbus (und dann nach und nach an jeden folgenden Theilstrich, wenn man den Vernier dann zur Prüfung der Eintheilung des Limbus anwenden will) und siehet genau nach, ob der letzte Theilstrich des Vernierbogens auch wirklich mit einem Theilstrich des eingetheilten Limbus eine einzige Linie bildet oder nicht. Dieses Uebereinstimmen des ersten und letzten Theilstrichs des Vernierbogens mit

zwei Theilstrichen des Limbus, überzeugt von der richtigen Länge des Vernierbogens und wird am genauesten durch die Abstände der Theilstriche des Verniers bewirkt, welche zu beiden Seiten des Verniers vor dem ersten und nach dem letztern Theilstrich des Vernierbogens über dessen Länge hinaus getheilt sind *). Wenn man nämlich den zweiten oder den vorletzten Theilstrich und den ersten des Excedens, so mit zwei Theilstrichen des Limbus einstellt, daß sie in dem Verhältniß 1 : 1 von einander abstehen, dann werden auch die zwischen ihnen liegenden Theilstriche des Verniers und Limbus genau aufeinander stehen.

Fände sich, wenn man den Vernier zur Prüfung der Theilung des Limbus nach und nach mit dem ersten Theilstrich seines Bogens an jedem Theilstrich des Limbus schiebt, daß er nicht mit dem letzten Theilstrich seines Bogens, wohl aber mit dem vorletzten (oder dem ersten Theilstrich des Excedens) und einem Theilstrich des Limbus eine gerade Linie bildet, so ist der Bogen des Limbus, an welchem der Vernier als Maaßstab liegt, um den Werth des

---

*) Man nennt diese, an jedem Ende des Vernierbogens, über dessen bestimmte Länge hinaus reichenden Theilstriche, den Excedens.

kleinsten Winkels welchen der Vernier angiebt, zu groß (oder wenn der erste Theilstrich des Excedens übereinstimmte, um eben so viel zu klein) *). Dieser Fehler zeigt die fehlerhafte Lage desjenigen Theilstrichs des Limbus, welcher mit dem letzten Vernier-Theilstrich übereinstimmen sollte; man muß daher sorgfältig die auf diese Weise gefundenen Fehler der Theilstriche in eine Tabelle sammeln und giebt ihnen das Vorzeichen +, wenn sie den an der fehlerhaften Stelle des Limbus gemessenen Winkel verkleinern. Wenn sie aber diesen Winkel vergrößern, so muß man ihnen das Vorzeichen — geben.

Hat man diese Prüfung mit einem ganzen Kreise angestellt und findet, daß die Summe aller positiven Fehler die Summe aller negativen Fehler ganz aufhebt, so ist es wahrscheinlicher, daß es Fehler der Excentricität, als daß es Fehler der Eintheilung sind.

Will hingegen der Vernier an keiner Stelle des Limbus mit seinem ersten und letzten Theilstrich und zwei Theilstrichen des Limbus genau übereinstimmen, so ist dies ein Kennzeichen, daß der Bogen des Verniers unrichtig ist.

---

*) Bei Uebereinstimmung des vor-vorletzten oder des zweiten Excedenz-Theilstrichs des Verniers mit einem Theilstrich des Limbus ist der Bogen des Limbus um zweimal so viel zu groß oder zu klein u. s. f.

Ist man überzeugt, daß kein Excentricitätsfehler vorhanden ist, so kann man auch die Theilungsfehler durch die früher erwähnte Messung der Winkel, um einen Punkt, oder in einem gleichseitigen Dreieck finden. Oder man vergleicht die mit dem zu prüfenden Winkelmesser gemessenen Winkel, mit denselben Winkeln, welche mit einem richtigen Winkelmesser gemessen worden. Außer diesen Prüfungsmethoden dienet die Mayer=Bordaische Multiplicationsmethode, welche im zweiten Abschnitte zu finden ist, zur Ausmittelung der Theilungsfehler an Werkzeugen, welche mit einem ganzen eingetheilten Kreis versehen und zu dieser Methode besonders eingerichtet sind.

7) Unrichtige Lage oder Bewegung der Fernröhre oder Dioptern an solchen Werkzeugen, welche mit Dioptern oder Fernröhren versehen sind. Zu der Entdeckung dieser Fehler ist bereits Seite 136 und 156 in der Beschreibung des Diopterlineals und des Astrolabs Anleitung gegeben worden; es bleibt bloß zu erinnern übrig, daß die unrichtige Bewegung des Fernrohrs, in einer zum Limbus des Werkzeugs nicht senkrechten Ebene, eben so, wie der fehlerhafte Stand der Dioptern gefunden wird, wenn man das Fernrohr des zuvor horizontal gestellten Werkzeugs

auf einen an einer entfernten Wand gezoge=
nen vertikalen Strich einrichtet, und unterſucht,
ob dieſer Strich bei der Bewegung des Fern=
rohrs von dem Kreuzfaden gleichförmig bedeckt
bleibt, oder nicht, der erſte Fall giebt dann die
richtige Bewegung des Fernrohrs in einer ver=
tikalen Ebene zu erkennen.

Bei dem Sextanten iſt es nöthig, daß
das Fernrohr der Ebene des Körpers parallel
ſei. Die Prüfung, ob dies der Fall ſei oder
nicht, verrichtet man durch Hülfe zweier Diop=
tern A und B, Fig. 73, welche außerdem noch
zur Berichtigung der Neigung der Spiegel bei
catadioptriſchen Werkzeugen dienen. Jedes Di=
opter hat zu dieſem Zweck einen rechtwinkeli=
gen Anſatz oder Fuß, ſo daß ſie auf jeder Ebe=
ne ſenkrecht ſtehen; das Viſirloch im Ocular=
diopter iſt mit der Mitte des Oculargla ſes vom
Fernrohr und mit dem durch das Objectivdiop=
ter horizontal ausgeſpannten Faden gleich hoch.
Man ſtellt das Objectivdiopter dicht neben den
kleinen Spiegel des Sextanten, (welchen man
zuvor auf ein Stativ, oder in deſſen Ermange=
lung auf einen Meßtiſch ſetzt,) und das Ocu=
lardiopter neben das Fernrohr; ſo bald dies
verrichtet iſt, bewegt man die Ebene des Sex=
tanten (durch Hülfe der am Stative oder dem
Meßtiſch befindlichen Vorrichtung) bis der Ho=

rizontalfaden des Objectivdiopters die horizontale Kante eines Daches, Thurmes ꝛc. scharf abschneidet, und siehet dann nach, ob dieselbe Kante genau in der Mitte der Parallelfäden des Fernrohrs erscheint, welche zuvor zu diesem Zweck in die horizontale Lage gedreht worden. Wäre dies nicht der Fall und erschiene die horizontale Kante einem der Parallelfäden im Fernrohr näher als den andern, so ist auch die Axe des Fernrohrs der Ebene des Sextanten nicht parallel, und man muß die Lage des Fernrohrs durch die am Fernrohrträger befindlichen Correctionsschrauben so lange ändern, bis die horizontale Kante genau in der Mitte zwischen den horizontalen Parallelfäden des Fernrohrs erscheint.

8) Die unrichtige Bewegung der Ebene des Werkzeugs. Sie entstehet, wenn die Axe, um welche sich die Ebene bewegt, nicht vollkommen senkrecht zur Ebene befestigt ist. Wenn man diesen Fehler auffinden will, so darf man nur erst mit einer recht empfindlichen Dosenlibelle (Secundenlibelle) die Ebene des Werkzeugs vollkommen horizontal stellen, die Libelle unverrückt darauf stehen lassen und dann die Ebene des Werkzeugs durch die grobe Bewegung sanft herumdrehen; entfernt sich da die Luftblase der Libelle aus der Mitte, so ist dies

ein Kennzeichen, daß oben erwähnter Fehler statt findet.

II. Fehler, welche nur einigen Werkzeugen rücksichtlich ihrer Bestandtheile eigenthümlich sind, und zwar:

1) Fehler des Meßtischs und der Bouſsole.

2) Fehler der Spiegelwerkzeuge.

In der Beschreibung des Diopterlineals und der Bouſsole, auf S. 135 und 151, sind bereits alle die Prüfungen des senkrechten Standes der Dioptern und der Magnetnadel angegeben; doch habe ich zu bemerken vergessen, wie man untersucht, wenn die Dioptern nicht zum Vor- und Rückwärtsvisiren eingerichtet sind, ob die Vertikalebene durch die Mitte der Dioptern, auch mit der Kante des Lineals zusammenfällt. Dies wird folgendergestalt bewerkstelligt: man steckt auf den zuvor horizontal gestellten Meßtisch eine Nadel, nahe der Ecke des Meßtischblattes ein, und legt sodann das Diopterlineal umgekehrt, mit der Kante, woran die Linien gezogen werden, an diese Nadel, so daß die Oberfläche des Lineals das Meßtischblatt berührt, und die Dioptern unterwärts hängen. Dann richtet man dasselbe auf einen Gegenstand, welcher hell erleuchtet ist, genau ein, und ziehet dicht an der Kante des Diopterlineals eine feine Linie; hierauf wird das Diopterlineal so wie gewöhnlich aufrecht an die Nadel ge-

legt, auf denselben Gegenstand eingerichtet, und ebenfalls an der Kante des Lineals eine zarte Linie gezogen. Fallen diese beiden Linien in eine einzige zusammen, so ist auch die Kante des Lineals in einer Vertikalebene mit den Dioptern, im Gegentheil aber, wenn zwei divergirende Linien erscheinen, nicht.

2) Fehler der mit Spiegel versehenen Werkzeuge, des Sextanten, des reflectirenden Halbkreises, und des catadioptrischen Zirkels.

α) Fehler wegen der Richtung der Spiegel.

Die Spiegel der Spiegelwerkzeuge sollen so gegen einander gerichtet sein, daß nach S. 186 ihre verlängerten Oberflächen sich unter einem Winkel x, Fig. 61, schneiden, welcher der Hälfte des Winkels r nach S. 186 gleich ist, wenn der Anfangspunkt der Gradeintheilung 0° mit dem Nullpunkt der Alhidade übereinstimmt. Weil aber die Entfernung KL, Fig. 61, d. h. der Abstand des Beobachters von dem Richtpunkt L, so wie die Größe des Winkels r veränderlich und keine constante Größe ist; so siehet man leicht ein, daß, wenn die Richtung beider Spiegel nach der Entfernung KL bestimmt wird, und ihre Oberflächen unter einem Winkel $x = \frac{1}{2} r$ gegen einander gerichtet sind, zwar der Nullpunkt der Alhidade mit dem Nullpunkt der Eintheilung des Limbus für alle Entfernungen, welche = KL sind, übereinstimmt, dies aber weder

bei größeren noch kleineren Entfernungen als KL, der Fall sein wird.

Wenn diese Richtung der Spiegel unter dem Winkel x beibehalten wird, so ist für alle kleineren Entfernungen als KL, der gemessene Winkel CDE um einen gewissen Winkel zu groß, und für alle größere Entfernungen als KL um einen gewissen Winkel zu klein. Diesen veränderlichen Winkel, um welchen der gemessene Winkel größer oder kleiner ausfallen kann, nennt man den Kollimations- oder Indexfehler. Man muß ihn im ersten Falle zu dem gemessenen Winkel addiren, im zweiten Falle aber von demselben subtrahiren.

Um den Spiegeln eine bestimmte Richtung zu geben, so stellt man die Alhidade mit ihrem Nullpunkt auf 0° der Theilung des Limbus, wählt die Sonne *) oder den Mond zu dem Gegenstand, und bringt durch Hülfe der Correctionsschraube des kleinen (oder des großen) Spiegels beide Bilder dieses Gegenstandes im kleinen Spiegel zur Bedeckung, so wie dies auf S. 189 durch Hülfe der Bewegung der Alhidade gelehrt wurde; oder vereint die direct

---

*) Wenn man die Richtung der Spiegel nach der Sonne berichtigt, so muß man beide Spiegel oder das Fernrohr durch die dunkeln Gläser (Blendgläser) abblenden.

sichtbare Hälfte des Gegenstandes mit der reflectirten Hälfte zu einem Ganzen.

Die zu dieser Berichtigung dienende Schraube ist entweder zur Seite des kleinen oder des großen Spiegels in einer solchen Richtung angebracht, daß sie mit der Ebene des Werkzeugs eine parallele Richtung hat; oder auch, wie an dem neuesten Sextanten s. S. 193, gar nicht vorhanden. Diese Berichtigung der Spiegel nennt man die Parallelstellung, weil wegen der großen Entfernung jener Weltkörper der Winkel r sehr klein ausfällt, und folglich die Richtung der Spiegel nur wenig von der Parallelität derselben abweicht.

Nachdem auf solche Weise die Richtung der Spiegel berichtigt worden, muß man vor jeder einzelnen Winkelmessung die Größe der Kollimation nach Graden für nähere oder entferntere Gegenstände als L aufsuchen. Man bringt, so wie oben, aber bloß durch Bewegung der Alhidade, beide Bilder des näheren oder des entfernteren Gegenstandes zur Bedeckung, und lieset dann am Vernier ab, wie groß der Winkel ist, um welchen sich der Nullpunkt der Alhidade von dem Nullpunkt des Limbus entfernt hat.

Liegt der Nullpunkt der Alhidade rechts des Nullpunkts des Limbus, so ist die Kollimation positiv (+) und zu dem gemessenen Winkel zu addiren; liegt aber der Nullpunkt der Alhidade links

des Nullpunkts des Limbus, so muß man die Kollimation abziehen, weil sie negativ (—) ist.

Dr. Benzenberg scheint nicht recht gewußt zu haben, von wannen die Kollimation gekommen; dies beweiset folgende Stelle S. 377 d. a. W., welche ich dem Leser zur Vergleichung mit Obigem hier wörtlich niederschreibe:

„Der Werth eines Sextanten beruht größten„theils darauf, daß er fest gebaut ist, und daß „sein Collimationsfehler sich selten ändert *). Ein „5zölliger Sextant von Troughton, den wir bei „der Landesvermessung hatten, hielt seinen Colli„mationsfehler von 2′ 5″ einmal fast ein Vier„teljahr, ohne ihn zu ändern **), obschon er in „dieser Zeit täglich mit aufs Feld und in die „Thürme ging und immer ein- und ausgepackt „wurde."

Ich bin noch nie so glücklich gewesen, wenn ich auf einem Thurme rund maß, und genau vor

---

*) Wenn man Winkel mißt, deren Schenkel nicht sehr an Länge von einander abweichen, sonst aber ändert sich dieser Fehler nach rein katoptrischen Gründen.

**) Weil bei 5zölligen Sextanten der Abstand des großen Spiegels von dem Fernrohr, welcher auf die Größe des Kollimationsfehlers Einfluß hat, sehr klein ist, und wahrscheinlich in diesem Vierteljahr wenig Winkel von sehr verschiedener Länge der Schenkel gemessen wurden.

der Messung jedes einzelnen Winkels beide Bilder zur Bedeckung brachte, einerlei Kollimationsfehler zu behalten, obschon ich Sextanten von Ramsden, Troughton, Breithaupt, Cary, Baumann und Pistor mit einander rücksichtlich ihrer Construktion und Genauigkeit verglich.

β) Fehler in der Neigung der Spiegel. Beide Spiegel eines Spiegelwerkzeugs müssen nach Seite 181 No. IV. senkrecht auf der Ebene des Werkzeugs stehen, weil sonst das Zurückwerfen der Bilder nicht in derselben Ebene erfolgen würde, in welcher die Schenkel des zu messenden Winkels und die Ebene des Werkzeugs zugleich liegen müssen. Diesen senkrechten Stand der Spiegel prüft man durch die bereits Seite 231 beschriebenen Dioptern, welche deshalb eben so hoch als der große Spiegel sein müssen, und wegen ihres winkelrechten Fußes auf die Ebene des Körpers senkrecht gestellt werden können. Bevor man aber zur Prüfung der Neigung des Spiegels schreitet, untersucht man die Dioptern rücksichtlich ihrer Richtigkeit, setzt sie zu diesem Zweck mit den Außenflächen dicht zusammen auf eine vollkommene Ebene, und siehet nach, ob die Flächen sich genau berühren, und ob das Haar des Objectivdiopters genau das Visirloch des Ocular-diopters deckt. Ist dies der Fall, so sind auch die Dioptern zu folgender Untersuchung gut.

Den senkrechten Stand des großen

Spiegels untersucht man auf folgende Weise: Das Fernrohr nebst dem Fernrohrträger schraubt man von dem Körper des Werkzeugs los, und drehet die Alhidade mit dem großen Spiegel so weit zurück, daß derselbe eine senkrechte Richtung gegen den durch 0° gehenden Halbmesser des Werkzeugs hat. Hierauf setzt man das Objectivdiopter mit dem Haar dicht an den großen Spiegel; und das Ocular diopter auf dem Limbus bei 0°. Siehet man nun durch das Visirloch des Ocular diopters, und bemerkt, daß das Haar im Objectivdiopter und das Bild des Visirlochs im großen Spiegel, in einer geraden Linie liegen und einander bedecken, so stehet der Spiegel in dieser Lage senkrecht auf der Ebene des Werkzeugs. Um aber zu finden, ob dies auch überall der Fall sei, setzt man das ~~Objectiv~~diopter erst bei 60°, dann bei 120° auf den Limbus, das Objectivdiopter aber vor den großen Spiegel, und drehet denselben um, bis man beide Punkte und beide Haare in einer geraden Linie siehet; so ist der Spiegel überall so genau senkrecht gegen die Ebene des Werkzeugs, als es nur immer nach dieser Methode untersucht werden kann, nämlich bis auf 3 Minuten. Findet man im Gegentheil durch eine Abweichung des Visirlochbildes von dem Haare, daß der Spiegel nicht senkrecht stehet, so muß man ihn losschrauben und die drei Körner, auf welchem er ruhet, abschleifen, bis er richtig stehet. Selten wird

dies der Fall sein, weil die Mechaniker den Stand des großen Spiegels sorgfältig auf die ebengezeigte Art vor Ablieferung ihrer Werkzeuge prüfen und berichtigen. Wäre aber auch wirklich der große Spiegel um 10 Minuten von der senkrechten Neigung abweichend, so ist überhaupt der größte Fehler, welcher dadurch entstehen kann und sich bei Messung eines Winkels von 120° am stärksten äußert = 2 Secunden.

Bei dem reflectirenden Halbkreis muß man die Dioptern, bei der Prüfung des senkrechten Standes vom großen Spiegel, anders stellen, weil man den beweglichen Schenkel, welcher den großen Spiegel bewegt, nicht über 0° hinaus drehen kann, da der bewegliche Schenkel, wenn der Vernier auf 0° stehet, dicht an dem festen Schenkel anschließt. Man setzt daher, nachdem man den Index des Verniers auf 90° gestellt hat, das Oculardiopter bei W, Fig. 69, und das Objectivdiopter bei Y. Bedeckt das Bild des Haares, das Bild des Augenlochs im großen Spiegel, so ist auch der Spiegel senkrecht zur Ebene des Halbkreises.

Den senkrechten Stand des kleinen oder halbbelegten Spiegels prüft man, nachdem man die Ueberzeugung vom richtigen Stande des großen Spiegels erlangt hat, folgendermaßen: Man stellt das Werkzeug mit dem Index auf 0°, und hält es, wenn es bloß mit einem Diopter und

Fei-

keinem Fernrohr versehen ist, so gegen das Dach eines langen Hauses, daß ein Theil der obern langen Kante (der Forst oder die Förste) desselben, in der untern belegten Hälfte des kleinen Spiegels, der andere Theil dieser Kante aber neben der belegten Hälfte direkt sichtbar wird. Bilden diese beiden Theile der oberen Dachkante eine einzige gerade Linie, so ist die Stellung des kleinen Spiegels richtig. Fände sich aber, daß das Bild der Drehkante in dem Spiegel niedriger, als die Drehkante selbst erschiene; so hat der kleine Spiegel eine falsche Neigung und hängt nach vorne über, weshalb man dessen Lage durch Anziehung der hinter dem Spiegel befindlichen senkrechten Stellschraube (z. B. P Fig. 69) verbessert, bis beide Kanten eine gerade Linie bilden. Erscheint im Gegentheil das Bild der Dachkante im Spiegel höher als in der Wirklichkeit, so ist der Spiegel nach hinten zu überhängend, und man muß ihn durch Anziehung der vor dem Spiegel befindlichen senkrechten Stellschraube (E Fig. 69) berichtigen.

Ist das Werkzeug mit einem Fernrohre versehen, so erscheinen in dessen Innern zwei vollständige Bilder des Objects, von welchem das blässere das vom großen Spiegel reflectirte Bild ist; hier kann man leicht sehen, ob der kleine Spiegel senkrecht stehet oder nicht, denn das erstere wird der Fall sein, wenn das direkte Bild mit dem reflectir-

ten Bilde (dem Gegenbilde) in einerlei Höhe stehet. Im Gegentheil, wenn das letztere Statt findet, so berichtigt man den kleinen Spiegel eben so, wie bei den mit Dioptern versehenen Spiegel-Werkzeugen.

Ist das Fernrohr astronomisch und zeigt die Gegenstände verkehrt, so hängt der kleine Spiegel nach vorn über, wenn das bläßere Bild niedriger stehet, als das andere directe, und die Schraube P dienet zur Berichtigung; zeigt sich aber das bläßere Bild höher als das directe, so hängt der Spiegel nach hinten über und der Spiegel wird durch Anziehen der Schraube E berichtigt. Bei terrestrischen Fernröhren findet das Umgekehrte Statt, weil diese die Gegenstände aufrecht zeigen; ist daher das bläßere Bild niedriger als das andere, so hängt der Spiegel nach hinten über, und die Schraube E wird angezogen; ist aber das bläßere Bild höher, so hängt der Spiegel nach vorn über, und die Anziehung der Schraube P berichtigt ihn.

Die Fenstergesimse, die Simse der Thürme, die Forste der Dächer und andere horizontal-scharf begrenzte, entfernte Gegenstände sind diejenigen, welche zu diesen Verbesserungen am zweckmäßigsten sind.

γ) Fehler in der Parallelität der Vorder- und Hinterfläche eines Spiegels. Dieser Fehler bewirkt eine Veränderung der Richtung des zurückgeworfenen oder des durchs Glas gehenden Lichtstrahls; welche durch die nicht parallelen Ober-

flächen eine, der Winkelmessung nachtheilige, Brechung erleiden. Dieser Fehler kann auf zweierlei Art gefunden werden: Erstens, wenn Bilder naher und gut erleuchteter Gegenstände, so unter einem spitzen Winkel auf den Spiegel fallen, sich mit doppelten Rändern zeigen, und zweitens, wenn vor der Belegung der Spiegel, ein Fernrohr, welches in seinem Innern mit Kreuzfäden versehen ist, so auf einen hellerleuchteten Gegenstand gerichtet wird, daß ein Punkt des Gegenstandes genau von den Kreuzfäden geschnitten wird. Man hält dann das zu prüfende Spiegelglas, vor das Objectivglas des Fernrohrs, und siehet nach, ob das vorgehaltene Glas die Lage des Punktes, welcher vorher von den Kreuzfäden genau geschnitten wurde, hinter denselben verschiebt, welches zu erkennen giebt, daß die Oberflächen des vorgehaltenen Spiegelglases gegen einander geneigt und nicht parallel sind.

d) Fehler in der Ebenheit der Spiegeloberflächen. Diese verzerren die Bilder der Gegenstände und brechen ebenfalls die zurückgeworfenen und durchgehenden Lichtstrahlen. Die Spiegel müssen bei der wegen dieses Fehlers anzustellenden Prüfung von dem Werkzeuge abgeschraubt, aus den Rahmen genommen und auf eine Ebene horizontal gelegt werden. Dann nimmt man einen Sextanten, blendet dessen Fernrohr durch das Sonnenglas ab, und bringt, auf die Weise wie im zwei-

ten Abschnitte die Messung eines Höhenwinkels durch Hülfe catadioptrischer Werkzeuge und des künstlichen Horizontes gelehrt wird, das directe und das reflectirte Sonnenbild mit ihren Rändern in dem horizontal liegenden Spiegel zur Berührung. Bewegt man den Sextanten und es bleiben auf allen Stellen des horizontal liegenden Spiegels die Sonnenränder in Berührung, so ist auch der Spiegel an allen Stellen eben oder plan. Entfernen sich hingegen auf einer Stelle des Spiegels die Ränder der Sonne, oder bedecken einander beide Bilder zum Theil, so ist der Spiegel uneben und zu solchen Werkzeugen vollkommen unbrauchbar.

ε) Parallaxe der Spiegelwerkzeuge. Diese ist ein unvermeidlicher Fehler, den die Einrichtung der Werkzeuge mit sich bringt und um welchen die mit einem Spiegelwerkzeug gemessenen Winkel jederzeit kleiner oder größer als die wahren Winkel ausfallen. Bei den meisten Spiegelwerkzeugen ist dieser Fehler, für eine gegebene Entfernung des direct sichtbaren Gegenstandes, durch alle Winkel von 0° bis 130° ꝛc. eine constante Größe, für den reflectirenden Halbkreis hingegen nicht constant, sondern von Grad zu Grad veränderlich, wie wir weiter unten sehen können.

Unter der Parallaxe verstehet man Folgendes: In Fig. 63 ist der Winkel odi, welchen der Vernier auf dem Limbus sr abschneidet, nach S. 190

No. X. die Hälfte des an der Umdrehungsaxe des großen Spiegels gemessenen Winkels LdC. Weil aber von s bis r auf dem Limbus halbe Grade für ganze Grade gelten, so enthält der Bogen oi eben so viel (halbe) Grade als der Winkel LdC. Der Scheitelpunkt des zu messenden Winkels ist aber nicht die Umdrehungsaxe d des großen Spiegels, sondern der Punkt f, wo sich in der Absehelinie (Zuversichtslinie) des Werkzeugs, der (verlängerte) einfallende Lichtstrahl Cd und der doppelt zurückgeworfene Lichtstrahl ek schneiden; folglich ist auch der Winkel LfC der Winkel, dessen Größe man hat messen wollen.

Der Winkel LfC ist für den Fall, so Fig. 63 darstellt, um den ∠ fLd kleiner, als der bereits gemessene Winkel LdC, weil:

$$\angle \text{LdC} = \angle \text{LfC} + \angle \text{fLd}$$

Folgl. $\angle \text{LfC} = \angle \text{LdC} - \text{fLd}$.

Man muß daher, um (für diesen Fall) aus dem gemessenen Winkel LdC die Größe des Winkels LfC zu finden, den Winkel fLd von dem Winkel LdC abziehen. Dieser Winkel fLd ist das, was unter dem Namen der Parallaxe zu verstehen ist; er wird aus der Entfernung fL und dem senkrechten Abstand dp der Umdrehungsaxe des großen Spiegels d folgendermaßen berechnet:

Das Dreieck Lpd ist bei p rechtwinklig, folglich

$$pL : pd = \text{Sin. tot} : \text{tang. } pLd$$

Setzt man $pL = E$, $pd = a$ und $\angle\ pLd = P$, so ist für den Sin. tot $= 1$:

$$\text{tang. } P = \frac{a}{E}$$

Nach dieser Formel wurde nachstehende Tafel für verschiedene Abstände pL des Puntes L und für den senkrechten Abstand pd des großen Spiegels von der Absehelinie $= 2''$ bei Werkzeugen von 10 Zoll Halbmesser und $= 0{,}9''$ bei Werkzeugen von 5 Zoll Halbmesser berechnet; wobei die Herren Artillerielieutenants von Frohreich und Hofmann einen Theil der Arbeit gefälligst übernahmen.

Tafel über die Parallaxe.

Entfernung in dc Fußen.	Größe des parallaktischen Winkels, in Secunden, wenn der Abstand des großen Spiegels von der Axe der Fernröhre	
	$= 2\ dc''$	$= 0{,}9\ dc''$
500	68 Sec.	37 Sec.
600	57	31
700	49	27
800	43	23
900	38	21
1000	34	19
1100	31	17
1200	29	16
1300	27	14
1400	25	13

Tafel über die Parallaxe.

Entfernung in dc Fußen.	Größe des parallaktischen Winkels, in Secunden, wenn der Abstand des großen Spiegels von der Axe der Fernröhre	
	= 2 dc″	= 0,9 dc″
1500	23 Sec.	12 Sec.
1600	21	12
1700	20	11
1800	19	10
1900	18	10
2000	17	9
2200	16	8
2500	14	7
3000	12	6
3500	10	5
4000	9	5
5000	7	4
6000	6	3
7000	5	3
8000	4	2
9000	3	2
10000	3	2
12000	2	2
17000	2	1
34000	1	1

Wird im Gegentheil die Größe des gemessenen Winkels auf dem Limbus rechts des Nullpunkts von o nach s abgeschnitten, so schneiden sich auch der (verlängerte) einfallende und der doppelt zurückgeworfene Lichtstrahl nach S. 185 und 186 nicht

links von de, sondern rechts und der an der Umdrehungsaxe d des großen Spiegels gemessene Winkel ist um den parallactischen Winkel P zu klein, weshalb in diesem Falle derselbe zu dem gemessenen Winkel addirt werden muß.

Bei der Bestimmung der Winkel zwischen nahe liegenden Gegenständen ist die Parallaxe, wie man in obiger Tafel findet, immer wichtig; bei geometrischen Bestimmungen kann man dieselbe vernachlässigen, weil man doch immer nur um Secunden fehlt, die bei den Auftragen der Winkel doch nicht berücksichtigt werden.

Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß bloß auf die Entfernung des Gegenstandes L *etwas* ankommt, welcher das directe Bild giebt, auf die Entfernung des Gegenstandes C hingegen nichts. Bei dem reflectirenden Halbkreis ist der senkrechte Abstand des großen Spiegels von der Zuversichtslinie veränderlich, deshalb auch die Tafel für die Parallaxe für dieses Werkzeug unendlich mühsam zu berechnen und überdem für dasselbe wegen der minder genauen Winkelbestimmung von 2 zu 2 Minuten völlig unnütz ist.

b. Von den Werkzeugen, mit welchen Winkel auf dem Papier verzeichnet und auf demselben gemessen werden.

Diese Werkzeuge zerfallen:

1) In solche, durch welche man die Winkel mit Hülfe der trigonometrischen Tafeln bestimmt. Hierzu rechnet man den Zirkel, tausendtheiligen Maaßstab und den geradlinigten Transporteur (Chorden- oder Sehnenmaaßstab).

2) In diejenigen, welche die Winkel durch Hülfe der Gradeintheilung der Kreislinie bestimmen. Zu letzteren gehören alle metallene, gläserne, oder hörnerne; in Grade getheilte, viereckige, runde ganz- oder halbrunde Transporteure mit oder ohne den Vernier.

Verzeichnung eines gegebenen Winkels durch Hülfe des Zirkels, des tausendtheiligen Maaßstabes und trigonometrischer Tafeln.

Der aufzutragende Winkel sei = 53° 20′; man ziehe auf dem Papier eine gerade Linie ab Fig. 74 und beschreibe aus dem Punkte a (welcher der Scheitelpunkt des aufzutragenden Winkels werden soll) mit dem von einem in 1000 Theile getheilten Maaßstabe durch Hülfe des Zirkels abgenommenen Halbmesser ab = 1000 den Kreisbogen bc. Dann suche man in den trigonometrischen Tafeln den Sinus der Hälfte des aufzutragenden Winkels von

53° 20′ = Sin. 26° 40′ = 0,4487992 und multiplicire diesen Sinus des halben Winkels mit dem doppelten des gewählten Halbmessers ab. Dieses giebt: 897,5984 = der Länge der Sehne bd, welche mit dem Zirkel von dem tausendtheiligen Maaßstabe abzunehmen und von b bis d auf den gezogenen Kreisbogen aufzutragen ist, weil die Sehne 53° 20′ = 2 Sin. $\frac{53° 20'}{2}$ ist, und man wegen des gewählten Halbmessers = 1000 den in den Tafeln gefundenen Sinus für den Halbmesser = 1 noch mit 1000 multipliciren muß.

Da man auf dem in 1000 Theile getheilten Maaßstabe nur eine durch die ersten drei Ziffern dieser Zahl 897 bestimmte Länge abnehmen kann, so muß man stets die letzte derselben (7) wenn die vierte Ziffer (5) größer als 4 ist, um eine Einheit erhöhen. Dieser Regel nach ist das von b bis d zu tragende Maaß d = 898. Ziehet man nun durch die Punkte a und d eine gerade Linie ad, so ist ∠ bad = 53° 20′.

Es ist nicht gerade nöthig, den Halbmesser ab = 1000 anzunehmen; wenn man einen kleinern Maaßstab, z. B. von 400 Theilen hat, so ist für ab = 400;

bd = 2 Sin. $\frac{53° 20'}{2}$ 400 = 800. Sin. 26° 40′

= 44,87992 × 8 = 359,03936.

Das Abmessen eines auf dem Papiere als die Neigung zweier Linien durch Zeichnung ausgedrückten Winkels wird verrichtet, indem man entgegengesetzt verfährt. Man mißt zu dem Endzweck auf beiden Seiten ab und ad des Winkels bad, dessen Größe nach Graden zu bestimmen ist, gleiche Längen ab = ad vermittelst eines Maaßstabes ab, dann untersucht man, wie groß die Entfernung der dadurch auf den Schenkeln bestimmten Punkte b und d ist. Das für bd gefundene Maaß dividirt man durch das Doppelte des gewählten Halbmessers ab = ad; so ist der Quotient der Sinus des halben Winkels bad, welchen man, um die Anzahl der Grade des halben Winkels zu finden, in den Tabellen nachschlägt.

Z. B. Es sei ab = ad = 500,

und bd = 418,

$$\text{so ist } \frac{418}{2.\ 500} = \frac{418}{1000} = 0{,}418 = \text{Sin. } \angle \frac{bad}{2}$$

$$= \text{Sin. } 24^\circ\ 42'.$$

Folglich $\angle$ bad = $49^\circ\ 24'$.

Der geradlinigte Transporteur und dessen Anwendung.

Will man sich die Berechnung der Sehnen und das Aufschlagen der Tafeln ersparen, welches nach der vorigen Methode nöthig ist; so fertigt man lieber einen sogenannten geradlinigten Transporteur oder Sehnenmaaßstab nach folgender Anleitung an.

Aus solchen trigonometrischen Tafeln, welche die natürlichen Sinusse der Winkel enthalten, nehme man die Sinusse von $\frac{1}{2}°$, $1°$, $1\frac{1}{2}°$, $2°$..... $44\frac{1}{2}°$, $45°$, und multiplicire jeden derselben mit 2, so erhält man dadurch die Sehnen der Bogen von $1°$, $2°$, $3°$, $4°$..... $89°$, $90°$ für den Halbmesser (Sin. tot), welcher den Tafeln zugehöret. Da sich aber die trigonometrischen Linien ähnlicher Bogen, wie die zu diesen Bogen zugehörigen Halbmesser verhalten, so ist es leicht aus diesen Sehnen der Bogen von $1°$, $2°$, $3°$, $4°$..... $89°$, $90°$, welche dem Halbmesser α der Tafeln zugehören, die Sehnen der Bogen von $1°$, $2°$, $3°$, $4°$ —..... $89°$, $90°$ für jeden andern beliebigen Halbmesser β zu berechnen.

Setzt man nämlich allgemein die dem Halbmesser α der Tafeln zugehörige Sehne eines Winkels von $n° = a$ und die für den Halbmesser β zu bestimmende Sehne des Winkels von $n° = b$

so ist $a : \alpha = b : \beta$.

Folglich $b = \frac{a\beta}{\alpha}$.

Diese Formel in Worten ausgedrückt, heißt: Man multiplicire die aus den Tafeln gefundene Sehne eines beliebigen Winkels mit dem Halbmesser, für welchen dieselbe gesucht werden soll, und dividire dieses Produkt durch den Halbmesser, für welchen die Tafeln berechnet worden, so ist der Quo-

tient die Sehne deſſelben Winkels für den gegebenen Halbmeſſer.

Auf dieſelbe Weiſe iſt nachſtehende Sehnentafel für den Halbmeſſer = 500 berechnet, welche zur Anfertigung eines geradlinigten Transporteurs gebraucht werden kann.

Grad.	Sehne.	Grad.	Sehne.	Grad.	Sehne.	Grad.	Sehne.	Grad.	Sehne.
1	8,7	19	165,0	37	317,3	55	461,7	73	594,8
2	17,5	20	173,6	38	325,6	56	469,5	74	601,8
3	26,2	21	182,2	39	333,8	57	477,2	75	608,8
4	34,9	22	190,8	40	342,0	58	484,8	76	615,7
5	43,6	23	199,4	41	350,2	59	492,4	77	622,5
6	52,3	24	207,9	42	358,4	60	500.	78	629,3
7	61,0	25	216,4	43	366,5	61	507,5	79	636,1
8	69,8	26	225,0	44	374,6	62	515,0	80	642,8
9	78,5	27	233,4	45	382,7	63	522,5	81	649,4
10	87,2	28	241,9	46	390,7	64	529,9	82	656,1
11	95,8	29	250,4	47	398,7	65	537,3	83	662,6
12	104,5	30	258,8	48	406,7	66	544,6	84	669,1
13	113,2	31	267,2	49	414,7	67	551,9	85	675,6
14	121,9	32	275,6	50	422,6	68	559,2	86	682,0
15	130,5	33	284,0	51	430,5	69	566,4	87	688,4
16	139,2	34	292,4	52	438,4	70	573,6	88	694,7
17	147,8	35	300,7	53	446,2	71	580,7	89	700,9
18	156,4	36	309,0	54	454,0	72	587,8	90	707,1

Bei der Anfertigung des geradlinigten Transporteurs verfährt man, wie bei Anfertigung eines Maaßſtabes, indem man zu AB, Fig. 75, ſo viel

Parallelen von unter sich gleicher Entfernung ziehet, als die Genauigkeit der Auftragens der Winkel bestimmt; will man nämlich von einem solchen Maaßstab die Sehnen der Winkel von n zu n Minuten abnehmen, so muß er $\frac{60}{n}$ Parallelen erhalten, und n muß außerdem ein Faktor der Zahl 60 sein. Da aber 60 nur überhaupt zwölf Factoren hat, so können für n nur die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, gelten. Es werden demnach bei einem Transporteur, der die Winkel bis

2′	genau	geben	soll	30	Parallelen mit AB
3′	=	=	=	20	=
4′	=	=	=	15	=
5′	=	=	=	12	=
6′	=	=	=	10	=
10′	=	=	=	6	=
12′	=	=	=	5	=
15′	=	=	=	4	=
20′	=	=	=	3	=
30′	=	=	=	2	=

gezogen. Die Länge der beiden äußersten Parallelen AB und CD macht man nach einem Maaßstabe der Sehne von 90° gleich und trägt sowohl von A nach B als auch von C nach D die in der Tafel für die Sehnen der Grade gegebenen Längen nach demselben Maaßstabe auf diese Parallelen. Dann verbindet man die dadurch auf beiden Pa-

rallelen entstehenden correspondirenden Theilpunkte 1 1, 2 2, 3 3, ꝛc. durch Transversallinien. Der in der Kupfertafel auf gleiche Weise angefertigte geradlinigte Transporteur giebt die Sehnen der Winkel von 10 : 10 Minuten, weil er nur 6 Parallelen hat.

Bei dem Auftragen der Winkel durch diesen geradlinigten Transporteur nimmt man die dem Halbmesser gleiche Sehne von 60 Grad von demselben mit dem Zirkel ab, ziehet aus einem Endpunkt a, der Linie ab, Fig. 74, über welche der bestimmte Winkel aufgetragen werden soll, mit derselben als Halbmesser einen Bogen bc und trägt sodann die Sehne des aufzutragenden Winkels (welche man zu diesem Zweck mit dem Zirkel von dem geradlinigten Transporteur abnimmt) von b nach d, auf diesen Bogen. Verbindet man die Punkte a und d durch gerade Linien, so ist bad der verlangte Winkel. Um die Sehnen der Winkel von 10 bis 50 Minuten zu erhalten, hat man die Maaße nicht auf den äußeren, sondern auf den zwischenliegenden Parallelen zu nehmen, es zeigen daher die an den Parallelen Fig. 75 stehenden kleinern Zahlen 10′, 20′, 30′, 40′, 50′ die Linien an, auf welchen die Sehnen der gegebenen Winkel von n° + 10′, n° + 20′ ..... n° + 50′ Graden abzunehmen sind, so ist EF die Sehne des Winkels von 66° 20′ und GH die Sehne des Winkels von

32. 35′ (vergl. S. 85 oben). Leicht ist es nun einzusehen, daß man, um die Größe eines in Linien gegebenen Winkels zu finden, die Schenkel ab und ad, Fig. 74, gleich der Sehne von 60° macht, mit dem Zirkel die Entfernung bd abgreift, auf den geradlinigten Transporteur trägt und nachsiehet, welcher Sehne sie an Länge gleich kömmt.

Werkzeuge, welche mit einer Eintheilung in Grade versehen sind nnd dadurch zum Auftragen und Messen der Winkel auf dem Papier gebraucht werden.

Von diesen Werkzeugen den Transporteuren sind nur wenige ihrer Einrichtung nach unbekannt. Diese werde ich kürzlich anführen:

1) Die Gradrose, ein in Grade und halbe Grade getheilter durchsichtiger Vollkreis, von englischem Horn, wird auf dieselbe Weise, wie der gemeine Transporteur gebraucht, wenn man mit der Patentboussole auf dem Felde Winkel gemessen hat, und diese Winkel an Ort und Stelle auftragen will.

2) Der Minutentransporteur mit zwei correspondirenden Vernieren *). Dieses Werkzeug wird zum genauen Auftragen der gemessenen Winkel, so wie zum Ausmessen der

*) Adams g. u. g. Versuche, Seite 370. Tafel XVII. Figur 5.

Winkel auf dem Papier vorzugsweise angewendet, wenn durch Hülfe einer Standlinie, oder einer Dreiecksseite des trigonometrischen Netzes, und der mit dem Spiegelsextanten oder reflectirenden Halbkreis gemessenen Winkel, ein geometrisches Netz angefertigt werden soll, weil der Spiegelsextant zum graphischen Niederlegen der Winkel nicht eingerichtet ist, und der dazu eingerichtete reflectirende Halbkreis nicht die erwünschte Genauigkeit gewährt.

Dieser Transporteur ist ein ganzer radförmig durchbrochener und am Rande gezähnter Kreis von 9″ ddc Durchmesser. Der Mittelpunkt desselben ist durchbrochen und mit einem Glase ausgelegt, auf welchem zwei winkelrecht stehende Linien gezogen sind. Diese Linien liegen mit 0° und 180°, ferner mit 90° und 270°, der Eintheilung des Limbus in einerlei Richtung und bestimmen da, wo sie sich durchkreuzen, den Mittelpunkt des Transporteurs.

Der Limbus des Kreises, an dessen äußerer Peripherie Zähne geschnitten sind, ist unmittelbar in ganze und halbe Grade getheilt. Auf demselben bewegen sich zwei an einem Lineal befindliche, in entgegengesetzter Richtung liegende Verniere, um einen zur Mitte des Kreises concentrisch aufgeschraubten Ring, durch deren Hülfe man die Winkel von 2 zu 2′ oder auch von 1 zu 1′ genau be-

stimmen kann. Mit den correspondirenden Vernieren ist ein Trieb verbunden, welcher in die Zähne des Limbus greift, und wenn man ihn dreht, beide Verniere um den in der Mitte aufgeschraubten Ring bewegt. An jedem Verniere befindet sich eine stählerne Spitze, welche genau mit dem Nullpunkt des Verniers und der Mitte des Kreises in gerader Linie liegt und durch eine Feder in die Höhe gehalten wird. Außerdem hat aber die Vorrichtung, welche die Spitze mit der Feder trägt, ein Gelenke, wodurch man die Spitze und Feder nach oben aufklappen und niederlegen kann.

Wenn man den Transporteur mit den durch 0° und 180° gehenden Theilstrichen an eine gerade Linie gelegt hat, dreht durch den Trieb den Vernier mit dem Nullpunkt an die Gradzahl des aufzutragenden Winkels, klappt sodann die Spitzen der Verniere nieder, und drückt mit dem Finger gelinde auf die Federn, so stechen die Spitzen zwei Punkte auf dem Papier ab. Verbindet man diese zwei Punkte genau durch eine feine Bleilinie, so schneidet diese die Linie, an welche früher der Transporteur gelegt wurde, unter den bestimmten Winkel in dem Punkte, wo früher der Durchschnittspunkt der auf das Glas gezogenen Kreuzlinien lag.

Zweiter Abschnitt.

Absteckung und unmittelbare Messung von Längen oder Linien. Verwandlung der in schiefen Ebenen gemessenen Längen oder Linien in ihre horizontale Projection. Absteckung und Messung der horizontalen, vertikalen und schiefgeneigten Winkel. Reduction der Winkel auf die Mitte des Standorts, oder das Centriren derselben. Reduction schief gegen den Horizont geneigter Winkel auf den Horizont des Scheitelpunkts.

Unmittelbare Messung der Längen oder Linien.

Begriff.

Es sei abcd Fig. 76 eine horizontale Ebene und efgh eine dieselbe schief durchschneidende Ebene; ferner sei A ein Punkt in der Durchschnittslinie beider Ebenen und B ein Punkt in der schiefgeneigten Ebene efgh. Man verbinde beide Punkte durch eine gerade Linie, fälle aus dem höheren Punkte B eine Senkrechte, welche die Ebene in einem Punkte C trifft und ziehe von A nach C die gerade Linie

AC, welche, da ihre beiden Endpunkte A und C in der Horizontalebene abcd liegen, ganz in die Horizontalebene fällt, folglich eine Horizontallinie ist; so ist:

AB die wahre Entfernung der Punkte A und B,

ferner BC die senkrechte Entfernung der Punkte A und B, oder ihr Höhenunterschied,

und AC die horizontale Entfernung der Punkte A und B, oder die horizontale Projection der Linie AB.

endlich ∠ BAC der Neigungswinkel der Linie AB gegen die durch den Scheitelpunkt A gehende Horizontalebene der Vertikal oder Höhenwinkel des Punktes B.

Da nun das Dreieck ABC bei C rechtwinklich, so ist: (Lehmus Geometrie § 77 und 353)

$$1)\ AB = \sqrt{(AC^2 + BC^2)} = \frac{BC \cdot r}{Sin.A} = \frac{AC \cdot r}{Cos.A}$$

$$2)\ AC = \sqrt{(AB^2 - BC^2)} = \frac{AB.Cos.A}{r} = \frac{BC.Cot.A}{r}$$

$$3)\ BC = \sqrt{(AB^2 - AC^2)} = \frac{AB.Sin.A}{r} = \frac{AC.Tang.A}{r}$$

Hieraus siehet man, daß immer aus zwei bekannten Entfernungen die dritte durch Zeichnung oder Rechnung gefunden werden kann. Außer diesen Entfernungen finden zuweilen zwischen zwei auf der

Oberfläche der Erde liegenden Punkten noch zwei andere Entfernungen statt, nämlich:

4) Die örtliche Entfernung oder die Länge des Weges von einem Punkte zum andern; wenn dieser Weg keine gerade Linie wie AB, sondern krumm und folglich länger wie AB ist, jedoch aber mit A und B in einer Vertikalebene zur Ebene abcd liegt, und

5) die praktikable Entfernung, die Länge des möglichen Weges von A nach B, wenn derselbe nach keiner Richtung hin eine gerade, sondern eine krumme Linie ist.

Die letzteren Entfernungen sind weder genau aufzunehmen, noch auf Karten oder Planen genau zu finden, weil sie nur näherungsweise aus kurzen Stücken, die man als gerade Linien betrachtet und mißt, rücksichtlich ihrer Länge bestimmt werden.

Die Elementargeometrie lehrt, daß unter den zur Bestimmung eines Dreiecks dienenden drei Stücken, wenigstens eine Seite enthalten sein muß; dies ist auch der Fall bei dem Aufnehmen oder Feldmessen, wo man jede drei festen Punkte (Thürme, Windmühlen, Giebel einzeln stehender Häuser, Schornsteine, einzelne durch ihre Gestalt kennbare Bäume ꝛc.) auf der Erdoberfläche, als die Scheitelpunkte der Winkel eines Dreiecks betrachtet, zu welchen in der Zeichnung oder Karte ein kleineres ähnliches Dreieck construirt wird. Daher muß die

Entfernung zweier solchen Punkte nach irgend einem bekannten Maaße gemessen werden. Diese Entfernung wendet man als Grundlinie oder Basis zur Vermessung an, indem aus derselben und durch Hülfe gemessener Winkel alle übrige Punkte bestimmt werden, und nennt sie die Standlinie.

Eine Standlinie kann zur Bestimmung aller festen Punkte dienen, und es würde bei sehr grossen, z. B. Ländervermessungen, selten, ja oft gar nicht nöthig sein, mehrere Standlinien zur Bestimmung der Hauptpunkte anzuwenden, wenn man wegen der Unvollkommenheit der Sinne und der Werkzeuge nicht mehrere zur Controle der Messung messen müßte.

Um aber wo möglich mit einer Standlinie bei einer Aufnahme auszureichen, muß man diese der Lage und Größe nach zweckmäßig wählen. Allgemeine Regeln lassen sich hierzu nicht geben, nur die Erfahrung kann dabei am besten rathen, da die Lage der Punkte in jeder Aufnahme verschieden ist, und durch die Lage der Punkte die Standlinie bestimmt wird. Doch muß man so viel als möglich von ihren End- und einem Zwischenpunkte die größtmögliche Anzahl von Richt- oder Fixpunkten, und zwar immer dieselben in der aufzunehmenden Gegend übersehen können.

Bei allen topographischen Messungen, in welchen ein trigonometrisches Netz (Canevas) zur

Grundlage angewendet wird; wird eine solche Standlinie mit Sorgfalt und der größten Genauigkeit unmittelbar gemessen, wozu man sich der im ersten Abschnitte beschriebenen Maaßstäbe bedient. Aus den Endpunkten einer solchen Standlinie des trigonometrischen Netzes werden durch die Winkel, welche entweder mit dem Theodolit, Astrolabium oder Sextanten gemessen werden, die Entfernungen der Hauptpunkte des trigonometrischen Netzes nach den Lehrsätzen der Trigonometrie als Dreiecksseiten trigonometrisch berechnet; also mittelbar gemessen.

Aus dem Vorhergegangenen in dieser Schrift folgt, daß unter unmittelbar messen, die Messung der Entfernungen durch Ketten, Maaßstäbe und Schritte; hingegen unter mittelbar messen die Bestimmung der Entfernungen aus andern bekannten Entfernungen und durch Winkelmessung; ferner durch Schallmessung u. s. w. verstanden wird.

Den Aufnehmern einer einzelnen Quadratmeile wird es selten möglich werden, mit der erforderlichen Genauigkeit eine Standlinie unmittelbar zu messen. Denn sind sie als Aufnehmer der Einzelnheiten (des Details) bei topographischen Vermessungen angestellt, so erhalten sie zur Basis ihrer aufzunehmenden Quadratmeile immer die Entfernung zweier (öfters mehrerer Punkte) aus dem trigonometrischen Netze; diese wenden sie zur Bestimmung aller übrigen Punkte an, und sind dadurch in Stand

gesetzt, (wenn das trigonometrische Netz genau bearbeitet ist) alles Uebrige nebst der genauesten Form des Bodens vollkommen richtig aufzunehmen.

Wie nun diese den Aufnehmern mitgetheilten Netzpunkte zum Anfang einer Detailmessung vortheilhaft zu benutzen sind, lehren die Elementaraufgaben der Feldmeßkunst. Es muß dann zuvörderst zwischen die trigonometrischen Netzpunkte, durch deren Hülfe ein geometrisches Netz gelegt werden.

Wenn aber der Aufnehmer eine flüchtige militairische Aufnahme liefern soll, ihn keine Netzpunkte mitgetheilt werden, die Werkzeuge zur Messung einer Länge fehlen, oder es an Zeit und Gelegenheit mangelt, die Entfernung zweier Punkte zu messen, und diese als Standlinie anzuwenden; dann bleibt ihm weiter nichts übrig, als aus der besten Specialkarte des Landes, in welchem die Aufnahme geschiehet, die Entfernung zweier Punkte als verjüngte Standlinie anzunehmen, und diese dem vorgeschriebenen Maaßstabe der Aufnahme zu proportioniren.

Bei dieser Proportionirung hilft man sich geometrisch auf folgende Weise: Auf einen Winkel ABC Fig. 77 von beliebiger Größe, der zu diesem Behuf auf Papier construirt wird, trage man aus B nach A das verjüngte Maaß von 1, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Meile nach dem vorgeschriebenen Maaßstabe der zu machenden Aufnahme. Aus B trage man nach C

das=

dasselbe Maaß aber nach dem Maaßstabe der Karte. Ferner trägt man aus B nach E die zur Standlinie gewählte Entfernung zweier Punkte aus der Karte. Verbindet man A und C durch eine gerade Linie AC, und ziehet aus E mit AC parallel die Linie ED, so schneidet diese Linie eine Länge BD auf AB ab, welche die Entfernung beider Punkte im Maaßstabe der anzufertigenden Aufnahme ist.

Der Beweis folgt aus den Anfangsgründen der niedern Geometrie.

Wenn nicht mehr als zwei solcher Punkte aus der Karte entnommen werden, so wird die darauf gegründete Aufnahme dennoch die Lage aller Punkte richtig liefern, wenn auch selbst die Entfernung der beiden gewählten Punkte falsch wäre *). Denn es ändert sich dadurch nichts, als das Verhältniß der Maaßstäbe. Die Lage der Punkte würde aber gegen einander verzerrt werden, wenn man unmittelbar aus der Karte die Punkte alle, oder doch mehrere entnehmen wollte, weil die Fehler der Entfernungen in den Karten einander nie proportional sind.

---

*) Dieses ist unbedingt bei allen jetzt existirenden Karten, den alten, neuen und neuesten Karten der Fall, weil die Aufnehmenden selten parterre sind.

Das Abstecken der Linien.

Wenn die Endpunkte einer Linie, welche unmittelbar gemessen werden soll, keine ausgezeichneten Objecte sind, so müssen sie durch aufgestellte Signale kennbar gemacht werden. Dann werden, wenn man von einem Endpunkt den andern nicht mit der vollkommensten Deutlichkeit siehet, Zwischenpunkte in der zu messenden Länge durch Meßfahnen abgesteckt. Diese Zwischenpunkte dienen der vorzunehmenden Messung als Richtpunkte, und verhindern, daß man mit derselben nicht so leicht, als es ohne dies geschehen würde, aus der durch die ausgesteckten Meßfahnen bestimmten Vertikalebene abweicht.

Die Entfernung zweier Zwischenpunkte, zwischen welchen man eine Messung anstellen will, darf man nicht größer als 20° = 100 Schritte wählen, weil man sonst nicht für die genaue Messung der Länge stehen kann. Ferner muß die Absteckung der geraden Linie mit größter Sorgfalt, Genauigkeit und Strenge verrichtet werden.

Die Absteckung der Zwischenpunkte verrichtet man am allerbesten durch Hülfe eines Dioptter-Fernrohrs (Seite 139 und Fig. 40), welches man auf den über den Endpunkt der abzusteckenden Länge aufgestellten Meßtisch setzt, und dann durch dasselbe die Einrichtung der Meßfahnen auf den andern Endpunkt besser, als mit bloßem Auge verrichtet.

Hat man kein Diopter=Fernrohr, so muß man zum genauen Abstecken der Zwischenpunkte sich der, Seite 58 beschriebenen, und aus zwei auseinander zu nehmenden Hälften bestehenden, Meßfahnen bedienen. Die Absteckung der Linie wird dann folgendergestalt am genauesten bewerkstelligt: Man richtet eine Meßfahne aus einem Endpunkt der Linie auf den andern genau ein, so daß die Entfernung derselben ungefähr nur 200 Schritt von dem Standorte beträgt. Nachdem sie senkrecht in den Erdboden gesteckt ist, gehet man zu derselben hin, nimmt ihre obere Hälfte ab, und tritt 4 bis 5 Schritt hinter den stecken gebliebenen Untertheil der Meßfahne zurück, so daß dieser Untertheil genau die Mitte des entfernten Endpunkts deckt. Dann läßt man einen Gehülfen mit einer zweiten Meßfahne wieder 200 Schritt vorwärts gehen und richtet denselben über den Untertheil der Meßfahne so ein, daß das Obertheil seiner Meßfahne genau über der Mitte des Untertheils der Meßfahne, hinter welcher man stehet, erscheint. Hierauf stellt man das Obertheil der Meßfahne wieder auf das Untertheil, gehet zur zweiten Meßfahne, nimmt ihr Obertheil ab, tritt 4 bis 5 Schritt zurück, und richtet eine dritte Meßfahne eben so wie die zweite ein; so verfährt man mit allen übrigen Meßfahnen, bis die ganze Linie abgesteckt ist.

Bei dem Einrichten der Meßfahnen hat man

außerdem noch darauf zu sehen, daß sie senkrecht aufgestellt werden, welches der Gehülfe dadurch am besten bewirkt, wenn er die Meßfahne frei schwebend zwischen dem Daumen und dem Zeigefinger hält und dann langsam niedersetzt. Außerdem muß man sich noch mit demselben über die Zeichen vereinen, wodurch man ihm in der Ferne zu erkennen giebt, wohin er die Meßfahne zu stellen hat, wenn sie noch nicht genau in der Linie stehet. Gewöhnlich bezeichnet man durch eine Bewegung der Hand rechts oder links das Verrücken der Meßfahne nach der rechten oder linken Seite, durch einen Wink niederwärts das Einstecken, und durch einen Wink aufwärts das Herausziehen derselben. Sind die Meßfahnen nicht zu dem Auseinandernehmen eingerichtet, so tritt man einige Schritt hinter den Stab, siehet bei dem Einrichten eines zweiten Stabes an den Seiten beider Stäbe vorbei, und richtet von beiden Seiten die äußeren Flächen der Stäbe genau auf die Mitte des Endpunkts ein. Wenn man nicht so verfährt, so bedeckt die erste Meßfahne a, Fig. 78, hinter sich einen Raum, der mit der Entfernung an Breite zunimmt, richtet man nun die entfernte Meßfahne b noch so genau zwischen der a, hinter welcher man bei d stehet, und den entfernten Endpunkt e der abzusteckenden Länge ein, so ist man doch ungewiß, wenn gleich in d die erste Meßfahne a die zweite b genau zu decken

scheint, ob die Meßfahne f wirklich mit a und e in eine Vertikalebene fällt, oder ob diese Meßfahne bei b, oder bei c stehet, und dieses dann nicht der Fall ist.

Wenn man aber auf dem Felde eine Linie CD, Fig. 79, zwischen zwei unzugänglichen Richtpunkten A und B abstecken soll, so muß man den Meßtisch genau über einen Punkt E, der in grader Linie zwischen diesen Richtpunkten liegt, aufstellen, und mit dem Diopterlineal oder Fernrohr die Absteckung der Linie CD verrichten. Um aber diesen Punkt E genau zu finden, verfährt man folgendergestalt: Auf dem Felde wählt man einen Punkt F, von welchem man glaubt, daß er entweder nahe bei oder in der Linie AB liegt, macht daselbst auf dem Boden ein Zeichen, schreitet von F in gerader Linie nach A, 50 oder 100 Schritt bis G fort und drehet sich um; hierauf schätzt man den Abstand BH der Visirlinie GH von dem Punkte B, welche man aus G über das gemachte Zeichen F verlängert denkt, und das Verhältniß der Abstände AG und GB. Verhielte sich nach dem Augenmaaß AG : GB = 2 : 3, und wäre ferner BH = 50 Schritte geschätzt, so ist:

$$(AG + GH) : BH = AG : GE$$

Setzt man GH = GB, welches ohne merklichen Fehler geschehen kann, so ist:

$$(AG + GB) : BH = AG : GE.$$

Folglich:

$$GE = \frac{BH \times AG}{(AG + GB)} = \frac{50 . 2}{2 + 3} = \frac{100}{5} = 20 \text{ Schritten}$$

= der Entfernung des Standpunktes G von einem in der geraden Linie AB liegenden Punkte E. Sobald man diese 20 Schritte senkrecht auf AB abgeschritten hat, so wiederholt man in E das nämliche Verfahren, wodurch der Punkt E gefunden worden ist, weil man noch nicht genau von der richtigen Lage des Punktes E überzeugt ist, da die zu dessen Bestimmung dienenden Größen nur vermittelst des Augenmaaßes bestimmt worden sind.

Ein anderes Verfahren, wenn man mit keinem Meßtisch versehen ist, zwischen zwei auf dem Felde liegenden Punkten A und B, Fig. 80, Zwischenpunkte durch Meßfahnen abzustecken, ist folgendes: Man stellt sich in C auf und richtet in einer Entfernung von 50 bis 100 Schritten einen Gehülfen in D auf B ein. Sobald derselbe eingerichtet ist, giebt man ihm ein Zeichen und läßt sich von demselben auf A einrichten. Siehet der in D stehende Gehülfe, daß man in E mit D und A in gerader Linie stehet, so giebt er ein Zeichen, worauf man ihn abermals auf B einrichtet, daß er in F zu stehen kommt. Dieses wechselseitige Einrichten wiederholt man in den Punkten F, G und H, bis man mit beiden Stäben zwischen A und B sowohl auf A als auch auf B eingerichtet ist.

Dieses langweilige Verfahren kürzt man dadurch ab, daß man jedesmal etwas über die Linie hinaus richtet oder richten läßt. Oder man marschirt mit geschulterten und angezogenen Meßfahnen, Front gegen HB nehmend, so in die Linie AB, daß C die Richtung über D nach B und D die Richtung über C nach A nimmt.

Wie man die Verlängerung einer gegebenen Linie durch einen Wald, oder jenseit eines Waldes absteckt, setzt Kenntnisse der Meßoperationen des dritten Abschnitts voraus, und kann daher dort erst gelehrt werden.

Unmittelbare Messung zugänglicher Weiten oder Standlinien.

a) Messung einer Linie mit Maaßstäben.

Bei Messung einer Linie auf dem Felde mit Maaßstäben, werden entweder schmale hölzerne Lattenbrücken oder Gerüste gebauet, auf welche die Maaßstäbe lagenweise dicht an einander gelegt werden, oder es werden die Maaßstäbe auf Schemel gelegt, welche mit einer Schraube versehen und dadurch höher oder tiefer zu stellen sind *). Wenn man die Maaßstäbe auf den bloßen Erdboden legen

*) Mayers pr. Geom. 1. Theil §. 35 S. 132 der vierten Aufl.

will, so muß zuvor eine schwere Walze über den Boden gerollt und dadurch alle kleinen Unebenheiten des Erdreichs ausgeglichen werden. Dann mißt man die Neigung eines jeden einzelnen Maaßstabes durch eine in Grade getheilte Setzwaage oder einen Quadranten, berechnet hieraus die horizontale Länge eines jeden Maaßstabes nach der S. 260 gegebenen Formel $AC = \frac{AB . Cos. A}{r}$ und bestimmt aus der Summe aller horizontalen Maaßstabslängen die horizontale Entfernung der Endpunkte der zu messenden Linie.

Dr. Benzenberg bediente sich bei Messung der Standlinien zur Bergischen Landesvermessung, welche zwischen den Thürmen von Bergheim und Merheim lag, und von welcher eine Länge von 3 Stunden gemessen wurde, zur Unterlage für die S. 66 beschriebenen Maaßstäbe, Brücken von 10 Fuß langen und 4 Zoll breiten Tannen- oder Weidenbrettern, unter deren Enden fußlange Pfähle genagelt wurden, womit man sie in den Boden drückte, so daß sie nur 3 bis 4 Zoll über der Erde blieben. Diese Brücken waren unter sich nur einen Fuß von einander entfernt, und betrugen in der Länge zusammengenommen ungefähr 1000 Fuß, weshalb sie während der Messung hinter dem Messenden ausgezogen und vor demselben aufgebauet wurden. Vor der Aufbauung der Brücken wurden ein paar

tausend Fuß mit Pikets abgesteckt, und an diesen vorbei 500 Fuß lang Schnüre gespannt, welche dann die Richtung der aufzubauenden Brücken bezeichneten. Bei der Messung dieser Länge waren 22 Personen beschäftigt, die täglich bei guter Witterung 600 Fuß maaßen; drei Personen hielten immer zugleich ihre Maaßstäbe auf den Brücken fest, an welche sodann der Letzte den vierten Maaßstab genau legte. So wie eine Länge von 10 Lagen = 480 Fuß gemessen waren, wurde ein Pfahl eingeschlagen, auf welchem das Ende des zuletzt angelegten Maaßstabes durch einen Schnitt bemerkt wurde. Diese Länge nannte Dr. Benzenberg eine Brücke. Jede solche Brücke wurde auf dieselbe Weise noch einmal zurück gemessen, und gewöhnlich nur $\frac{1}{2}$ Par. Linie Unterschied zwischen beiden Messungen bemerkt, welche im Mittel $\frac{1}{140000}$ des Ganzen beträgt.

Die Länge solcher Standlinien richtet sich immer nach der Größe und Ausdehnung der darauf zu basirenden Aufnahme, in einer Gegend, wo im Durchschnitt die Entfernungen der Kirchthürme 1 bis $1\frac{1}{2}$ Stunde betragen, kann eine Standlinie von 400° Länge zur Aufnahme von 2 — 3 Quadratmeilen dienen.

b) Messung einer Linie mit der Meßkette.

Es sei AB, Fig. 81, die mit der Meßkette zu

messende Linie, welche bereits mit Absteckstäben ausgesteckt ist. Durch die Endringe der Meßkette werden die Kettenstäbe geschoben, womit die Kette von zwei Gehülfen auf dem Felde getragen oder ausgespannt wird. Einer dieser Gehülfen, welchen ich den hintersten Kettenzieher nennen will, setzt die Spitze seines Kettenstabes in den Punkt A, wobei derselbe einen Fuß quer vor die Spitze des Kettenstabes stellt, damit bei dem Anspannen der Kette durch den vordersten Kettenzieher der Kettenstab bei A nicht aus dem Punkte A gerissen oder verrückt wird. Der vorderste Kettenzieher zieht dann die Kette locker an, steckt seinen Kettenstab in den Boden und gehet längs der Kette bis nach A zurück, siehet nach, ob etwa ein Knoten (d. h. in der Feldmesserspracbe eine Verschlingung der, die Glieder verbindenden, Ringe) in der Kette ist, welchen er herausmacht, und ob Glieder verbogen sind, welche er gerade biegt. Dann gehet er zu seinem Kettenstab zurück, setzt denselben mit ausgestrecktem Arme von sich abwärts senkrecht auf den Boden, und erwartet den Wink des hintersten Kettenziehers. Dieser visirt über seinen Stab weg nach B und giebt dann durch dieselben Zeichen, welche bereits bei Absteckung der Linien angegeben worden, zu erkennen, ob der Stab des vordersten Kettenziehers richtig stehet oder nicht, in welchem Falle dann der vorderste Ket-

tenzieher die Stellung des Kettenstabes so lange verbessert, bis derselbe genau in der Linie AB stehet. So wie dies der Fall ist, drückt er den Stab in den Boden, ziehet ihn sogleich wieder heraus, setzt die Spitze des rechten Fußes an das Loch, wo der Kettenstab gestanden. Hierauf schiebt er den Ring der Kette etwas in die Höhe, ergreift mit der einen Hand die eiserne Spitze des Stabes und mit der andern Hand den Stab oberhalb des Kettenringes, hält ihn horizontal, schleudert die Kette in die Höhe und spannt sie gehörig an. Dann drehet derselbe, die Kette angespannt haltend, den Stab in die senkrechte Richtung, schiebt den Kettenring am Stabe hinab und setzt die Spitze des Stabes, so bei C auf die Erde, daß die Kette genau über das Loch gehet, an welchen er früher die Spitze seines Fußes setzte.

Der hinterste Kettenzieher siehet nochmals nach, ob der Stab des vordersten Kettenziehers genau auf den Punkt B eingerichtet, und giebt, wenn dies der Fall ist, dem vordersten Kettenzieher durch Erhebung seines Stabes das Zeichen zum Fortgehen. Ehe aber der vorderste Kettenzieher den Punkt C verläßt, so setzt er in C an die Stelle des Kettenstabes ein Zählstäbchen, von welchen er zu diesem Zwecke 10 Stück in einer Kapsel bei sich führt. Beide Kettenzieher verlassen dann zugleich die Punkte A und C.

Wenn der hinterste Kettenzieher, welcher vorher in A gestanden hat, in dem Punkt C angelangt ist, so ziehet er das Zählstäbchen aus, setzt die Spitze des Kettenstabes in das Loch, in welchem das Zählstäbchen gestanden hat und verwahrt letzteres in dem leeren Futteral der Kette, das er umgehangen hat. Hierauf richtet er den vordersten Kettenzieher in dem Punkt D über seinen Kettenstab genau auf B ein, dieser wiederholt in D dasselbe Verfahren wie in C, worauf beide abermals zugleich C und D verlassen. Kömmt nun der hinterste Kettenzieher nach D, so nimmt er das zweite Zählstäbchen zu sich, und beide wiederholen dieselben Verrichtungen, bis auf solche Weise die Länge der ganzen Linie AB gemessen ist. So wie der vorderste Kettenzieher seine Kette über den Punkt B hinaus *) gezogen hat, so spannt er die Kette über den Punkt B weg straff an, steckt den Stab fest in den Boden, gehet bis zum hintersten Kettenzieher, und zählet an der Kette, wie viel Ruthen und Fuße von dem hintersten Kettenstabe in E bis zum Punkte B sind, die einzelnen Zolle

---

*) Wenn die Kette wegen der Beschaffenheit des Punktes B nicht über B hinaus angespannt werden kann, so setzt der vorderste Kettenzieher seinen Stab in B ein, und der hinterste spannt die Kette über das zuletzt eingestochene Zählstäbchen rückwärts ziehend an.

dabei mißt er mit einem kleinen Fußmaaßstabe, welcher sich bei den Zählstäbchen befindet.

Hierauf zählt der hinterste Kettenzieher die Anzahl der gesammelten Zählstäbe, z. B. 9, und multiplicirt diese Zahl 9 mit 5, als der Zahl der Ruthen, welche eine Kette gewöhnlich enthält. Zu den dadurch enthaltenen Ruthen addirt er dann das Maaß der Länge BE z. B. = 2° 5′ 6″; so ist die Länge der Linie AB = 9 × 5° + 2° 5′ 6″, = 47° 5′ 6″. Sobald als während der Messung einer Länge AB sich der Fall ereignet, daß der hinterste Kettenzieher alle 10 Zählstäbchen eingesammelt hat, so muß er es dem Geometer, welcher die Messung leitet, melden, dieser bemerkt es in sein Manual, nimmt ihn die Zählstäbchen ab, zählt sie genau durch, giebt sie an den vordersten Kettenzieher zurück und läßt in dem Punkte, wo sich der hinterste Kettenstab befindet, ein 2 bis 3 Fuß langes Piket so einschlagen, daß es nur wenige Zoll aus dem Boden hervorragt.

Bei einer Kettenmessung im Gebirge muß der Kettenzieher, welcher am niedrigsten stehet, den Endring der Kette an dem Stabe so hoch schieben, daß die Kette bei der Anspannung eine horizontale Lage hat. In diesem Fall wird die Kette nie eine vollkommen gerade Linie, sondern eine krumme Linie, die sogenannte Kettenlinie, bilden, mithin werden auch die Kettenstäbe eine geringere horizontale Ent=

fernung haben, als die Länge der Kette. Es ist daher nöthig, in solchen Fällen die wahre Länge der Kette bei mittler Spannung zu kennen, um den dadurch entstehenden Fehler in Rechnung bringen zu können. Würde es aber auf sehr stark abhängigem Terrain unmöglich, der Kette die erforderliche horizontale Ausspannung zu geben, so bohrt man, gleich hoch, von dem quer durch die Kettenstäbe geschobenen Träger, ein Loch durch jeden Kettenstab, um durch diese Löcher eine Schnur zu ziehen, welche mit der straff angezogenen Kette gleiche Länge hat. An dieser Schnur bemerkt man durch einen Knoten die Mitte, und hängt, wenn Kette und Schnur auf einer stark gegen den Horizont geneigten Fläche ausgespannt sind, an die mit der Kette parallele Schnur den Gradbogen der Markscheider, welcher den Neigungswinkel der Fläche gegen den Horizont angiebt, aus dem man leicht die horizontale Entfernung der Kettenstäbe, nach einer der, Seite 260, gegebenen Formeln berechnen kann.

So arg als die Kettenmessung für unzuverlässig ausgeschrieen ist, eben so fest bin ich überzeugt, daß der bei einer Kettenmessung entstehende Fehler weit geringer wird, als ihn die mehresten Schriftsteller angeben, wenn man die gehörige Vorsicht bei einer solchen Messung anwendet, und sich durchaus nie auf die Kettenzieher allein verläßt. Die Hauptpunkte, auf welche man vorzüglich sein

Augenmerk zu richten hat, sind kürzlich folgende: Man sehe auf eine genaue Einrichtung und senkrechte Stellung der Kettenstäbe, lasse in jedem Stande durch beide Kettenzieher den vordersten Kettenstab, sowohl vor- als rückwärts visirend, genau einrichten, halte streng auf eine gleichförmige Spannung der Kette, lasse sie, so viel als möglich, horizontal halten, und gebe vorzüglich darauf genau Acht, daß bei dem Anziehen der Kette kein Kettenstab aus seiner Stelle gerückt wird, daß das Zahlstäbchen genau in das Loch, wo vorher der Kettenstab gestanden hat, gesteckt, und der zweite Kettenstab genau auf derselben Stelle eingesetzt wird, wo der erste Kettenstab stand.

Mißt man auf diese Art eine Länge mehreremal mit der Kette, summirt die Resultate der einzelnen Messungen, und dividirt die Summe durch die Zahl der Messungen, so ist der Quotient das arithmetische Mittel aus allen Messungen, und nur sehr wenig von der Wahrheit entfernt. So fand ich z. B. bei der Messung einer Linie mit der Kette folgende Längen:

das erstemal = 405° 8′
= zweitemal = 406° 0′
= drittemal = 406° 3′

Folglich das Mittel = 406° 0′ 3″.

Die einzelnen Kettenmessungen weichen unter sich

$2\frac{1}{2}$ Zoll ab, dieses giebt $\frac{1}{1140}$ des Ganzen, als Mittelzahl des Unterschieds der gefundenen einzelnen Resultate.

Da bei dem Gebrauch die Ringe, welche die einzelnen Glieder der Kette verbinden, sich ausschleifen, und dadurch die Kette länger wird, so muß dieselbe vor jeder Messung geprüft und berichtigt werden.

c) Messung einer Länge durch Schritte.

Es ist hierzu nothwendig, das Verhältniß des Schrittes zur Ruthe zu suchen, weil die Schritte der Menschen so verschieden sind, daß man eine große Unrichtigkeit begehen würde, wenn man behaupten wollte, jeder Aufnehmer machte auf eine Kettenlänge = 5° auch 25 Schritte. — Um dieses Verhältniß aufzufinden, messe man eine Länge von 200 bis 300 Ruthen genau ab, schreite diese Länge 3 oder 4 mal aus, summire die für die Länge gefundenen Zahlen, und theile die Summe durch die Zahl, wie oft man geschritten, so giebt dieser Quotient die mittlere Zahl der Schritte, nach welchen man auch das Verhältniß des Schrittes zur Ruthe finden kann. Es sei z. B. eine Länge von 300 Ruthen

das erstemal = 1489 Schritte
= zweitemal = 1497 =
= drittemal = 1491 =
= viertemal = 1496 = geschritten;

so ist die Mittelzahl = $\frac{5973}{4}$ = 1493,25 Schritte.

Hieraus ergiebt sich das Verhältniß des Schrittes zur Ruthe, wie 1493,25 : 300.

Wollte man einen Maaßstab für dieses Verhältniß der Schritte zur Ruthe anfertigen, von welchem man die Schritte abnehmen kann, so muß man aus der Anzahl Ruthen, welche in der Aufnahme auf einen Zoll oder Zolltheil gerechnet werden und aus obigem Verhältnisse die Länge eines Maaßstabtheils für den Schrittmaaßstab suchen, welcher der Länge von 1000 verjüngten Schritten gleich ist; z. B.

Da sich der Schritt zur Ruthe wie 1493,25 : 300 verhält, so ist für einen verjüngten Ruthenmaaßstab wo 100 verjüngten Ruthen = 0,4″ sind, die Länge von 1000 verjüngten Schritten nach obigem Verhältnisse des Schritts zur Ruthe folgendergestalt zu berechnen:

1) 1493,25 Schritte : y Schritten = 300° : 100°

Hieraus $y = \frac{1493,25}{300}$ = 497,75 Schritten.

Folgl, 2) 497,75 Schritte : 1000 Schritten = 0,4″ : x″

Hieraus $x'' = \frac{40000}{49775} = 0{,}8036162$ dc″ = der Länge von 1000 verjüngten Schritten.

Allgemein ist, wenn:

n : m das gesuchte Verhältniß des Schrittes zur Ruthe,

a″ die Länge von b verjüngten Schritten, und

x″ die zu suchende Länge von c Schritten bezeichnet,

$$x = \frac{cam}{bn} \text{ Zoll.}$$

Verwandlung der in schiefen Ebenen gemessenen Längen oder Linien in ihre horizontale Projection.

1. Aufgabe.

In einer schief gegen den Horizont geneigten Ebene sei AB Fig. 76 die wahre Entfernung zweier Punkte A und B = 44° gemessen, der Neigungswinkel BAC der Ebene, in welcher AB gemessen, sei 15° 30′; wie groß ist die Länge der horizontalen Entfernung AC?

Auflösung.

Nach Seite 260 No. 2 ist $AC = \frac{AB \cdot \text{Cos. } A}{r}$

Also log. AC = log. AB + log. Cos. A — 10

log. AB = log. 44° = 1,6434527

log. Cos. A = log. 15° 30′ = 9,9839105 — 10

log. AC = 1,6273632

AC = 42° 3′ 9,9″.

2. Aufgabe.

Die wahre Entfernung AB, Fig. 76, zweier Punkte A und B, welche in einer schief gegen den Horizont geneigten Ebene liegen, betrage 500 Schritte, von denen 24 Schritte = 5° sind. Der Neigungswinkel BAC, der gegen den Horizont geneigten Ebene sei = 12° 15′; wie groß ist der Höhenunterschied BC beider Punkte B und C in Decimalfußen?

Auflösung.

Zuerst verwandle man folgendergestalt die Schritte in Decimalfuße: weil 5° = 50′, so verhalten sich

$$24 \text{ Schritte} : 500 \text{ Schritten} = 50' : x$$

Hieraus ist $x = \frac{25000}{24} = 1041{,}7$ dc′

Nach S. 260 No. 3 ist $BC = \frac{AB \cdot \sin. A}{r}$

und log. BC = log. AB + log. Sin. A — 10

log. AB = log. 1041,7 = 3,0177427

log. Sin. A = log. Sin. 12° 15′ = 9,3266997 — 10

log. BC = 2,3444424

BC = 221,025 dc′.

Um die Auflösung der vorstehenden Aufgaben in allen vorkommenden Fällen den Aufnehmern zu erleichtern, füge ich im Anhange Tafeln bei, welche so eingerichtet sind, daß sie durch eine einfache Sum-

mirung das Resultat geben. Die obere Zahl einer jeden Vertikalspalte der beigefügten Tafeln enthält die Zahl der in irgend einer schief gegen den Horizont geneigten Ebene gemessenen Ruthen von 1° bis zu 50°.

Die Tafeln sind für die Neigungswinkel von 0° bis zu 89° 45′ und von 15 zu 15 Minuten berechnet, wodurch sie auch zugleich zu Höhenmessungen anwendbar werden.

Die erste und letzte Vertikalspalte einer jeden Tafel enthält die Neigungswinkel, deren Gradzahlen in der linken Vertikalspalte von oben nach unten, in der rechten hingegen von unten nach oben und in der natürlichen Ordnung der Zahlen fortlaufen.

Die Gradzahl eines in der rechten oder linken vertikalen Spalte gefundenen Winkels, ergänzt die Gradzahl, welche mit ihr auf einer horizontalen Reihe aber in der andern Vertikalspalte stehet, zu 90° und umgekehrt. In den übrigen Vertikalspalten bedeutet die erste Zahl Ruthen, die zweite Fuße, die dritte Zolle, die vierte Linien.

Diese Tafeln gebraucht man folgendergestalt: Es sei unter dem Neigungswinkel von 17° 15′ eine Länge AB, Fig. 76, = 55° gemessen; wie groß ist die Horizontal-Entfernung AC?

Man suche in der rechten Vertikalspalte der Tafeln die Gradzahl 17° 15′ und in der obern

Horizontalspalte die Ruthenzahl 50. Fährt man mit dem Finger von der Zahl 50° bis zu der mit 17° 15′ horizontalen Reihe herab, so findet man die Zahl 47° 7′ 5″ 0‴. Dieses ist die Horizontal = Entfernung zweier Punkte, die in einer gegen den Horizont unter 17° 15′ geneigten Ebene liegen, deren wahre Entfernung = 50° ist; weil aber AB = 55°, so muß man zu der horizontalen Entfernung von 50° = 47° 7′ 5″ 0‴ noch die horizontale Entfernung von 5° suchen. Diese findet sich, wenn oben in der Tafel die Zahl 5° gesucht und von da bis zu der horizontalen Spalte, an welche rechts 17° 15′ stehet, herabgefahren wird = 4° 7′ 7″ 5‴.

Es war demnach die horizontale Entfernung

von 50° = 47° 7′ 5″ 0‴
und 5° = 4° 7′ 7″ 5‴

Folgl. die horiz. Entfernung v. 55° = 52° 5′ 2″ 5‴

Soll aber umgekehrt aus AB, Fig. 76, = 43° und ∠ BAC = 2½° 30′ die senkrechte Entfernung BC der Punkte A und B, oder ihr Höhenunterschied gefunden werden, so verfährt man nach folgender Weise:

Es sind 43° = 40° + 3°; man suche in der linken Vertikalspalte die Zahl der Grade, also 2½° 30′ und dann mit derselben in horizontaler Linie, die unter 40° und 3° stehenden Zahlen;

für 40° findet man 16° 5′ 8″ 4‴
= 3° = = 1° 2′ 3″ 4‴

Folglich für 43° die senkrechte
Entfernung BC = 17° 8′ 1″ 8‴.

Bei dem Gebrauch dieser Tafeln gilt überhaupt die Regel:

Man findet die Zahl des Neigungswinkels in der rechten Vertikalspalte der Tafeln, wenn man die horizontale Entfernung oder die Grundlinie des rechtwinkligen Dreiecks sucht; sobald man aber die senkrechte Entfernung, oder die Höhe des rechtwinkligen Dreiecks finden will, so ist die Zahl des Neigungswinkels in der linken Vertikalspalte zu suchen.

Sind außer den Ruthen auch noch Fuße auf einer unter 22° geneigten Ebene gemessen, so daß z. B. AB = 15° 6′ wäre, so verfährt man folgendermaßen, um die horizontale Entfernung AC zu finden

bei 22° sind 10 Ruthen = 9° 2′ 7″ 1‴
= = = 5 = = 4° 6′ 3″ 5‴

Folglich 15 = = 13° 9′ 0″ 6‴.

Es verhält sich aber die horizontale Entfernung von 10′ (= 1°) : 6′ = 9′ 2″ 7‴ (aus den Tafeln) : x, aus welcher Proportion sich sodann x = 5′ 5″ 6,2‴ findet. Mithin ist die horizontale Entfernung von 15° 6′ = 13° 9′ 0″ 6‴ + 5′ 5″ 6,2‴ = 14° 4′ 6″ 2,2‴. Kürzer verfährt man,

wenn man die Zahl der zu suchenden Fuße in der Tabelle unter den Ruthen als Ruthenzahl aufsucht, und die dafür gefundene Zahl durch 10 dividirt und in Fuße verwandelt.

Absteckung und Messung der horizontalen, vertikalen, und schiefgeneigten Winkel.

1) Messung horizontaler Winkel mit dem Meßtisch, sowohl einfach als vielfach.

Der Meßtisch kann auf zweierlei Art zur Bestimmung eines Winkels dienen, wenn entweder die Größe des gemessenen Winkels durch die Neigung zweier auf dem Meßtisch gezogenen Visirlinien ausgedrückt, oder wenn dieselbe nach Graden und Gradtheilen bestimmt werden soll. Ehe die Bestimmung eines Winkels auf eine dieser Arten gelehrt wird, ist es nöthig, die Horizontalstellung des Meßtisches zu wissen, welche bei jedem Meßtisch, welcher, so wie der S. 120 beschriebene, eingerichtet ist, auf folgende Weise verrichtet wird:

Ueber den Scheitelpunkt des zu bestimmenden Winkels wird der Meßtisch gesetzt, alle drei Schrauben, welche die Fuße mit dem Stativ verbinden, gelöst, und zwei Fuße b und c, Fig. 82, so tief als möglich in den Erdboden gedrückt. Dann setzt man die dosenförmige Wasserwage auf die Mitte des Meßtischblattes, stellt sich vor den Meßtisch,

nimmt den nicht eingedrückten Fuß a zwischen seine eigenen Füße d und e, und hebt denselben so hoch empor, damit das Meßtischblatt eine Neigung bekömmt, durch welche die Luftblase g, der Wasserwage sich an den dem Aufsteller zugekehrten Rand des Wasserwagengehäuses begiebt. Sobald dies geschehen ist, bringt man durch eine Seitenbewegung des Fußes a die Luftblase g genau mit dem Kreise f, welcher die Mitte der Wasserwage bezeichnet und der Mitte seiner Brust in eine gerade Linie. Hierauf wird der Fuß a, ohne dadurch die Neigung des Meßtischblattes gegen den Boden zu ändern, mit der Spitze dem Erdboden genähert, und nach und nach so tief in die Erde gedrückt, bis die Luftblase der Wasserwage sich von dem Rande der Wasserwage ab- und unter dem Kreis f ziehet. Sollte die Luftblase g noch nicht genau unter dem Kreise f stehen, so verbessert man die Neigung des Meßtischblattes durch sanftes Eindrücken des Fußes, welcher sich an der Seite befindet, wo die Luftblase außer dem Kreise f stehet.

Die Bestimmung eines Winkels, welcher durch die Neigung zweier auf dem Meßtisch gezogenen Visirlinien ausgedrückt ist, wird dadurch verrichtet, daß man den Meßtisch nach der so eben gegebenen Anleitung über den auf dem Erdboden befindlichen Scheitelpunkt aufstellt; den Ort dieses Scheitelpunktes mit der Gabel, (Seite 142) oder nach dem

Seite 143 gezeigten Verfahren auf dem Meßtisch-blatte aufsucht, und in diesen Punkt eine Anschlag-nadel *) sticht. An diese Anschlagnadel legt man das Diopterlineal, richtet es auf einen der Gegen-stände, welche die Schenkel des auf dem Meßtisch zu verzeichnenden Winkels bezeichnen und ziehet, wenn der Objectivdiopter-Faden (oder wenn man ein Fernrohr hat, die Kreuzfäden in dessen Innern) diesen Gegenstand genau halbirt an der Kante des Lineals eine Visirlinie, hierauf richtet man, ohne da-bei den Meßtisch zu verrücken, das Diopterlineal auf den zweiten Gegenstand, und ziehet an der Kante des Lineals die zweite Visirlinie, welche mit der ersten Visirlinie einen Winkel bildet, der dem Winkel gleich ist, welchen der Standort des Meß-

---

*) Die Anschlagnadeln sind nichts anders als die dünn-sten englischen Nähnadeln, deren Oehre man mit Knöpfchen von Siegellack versiehet Man wählt die allerdünnsten Nadeln deshalb, weil die Löcher, wel-che man damit auf den Meßtisch sticht, sich mög-lichst den Grenzen eines mathematischen Punktes nähern müssen, und drückt sie bloß mit den Fin-gern in das mit Papier überzogene Meßtischblatt. Wollte man im Gegentheil eine Packnadel durch Hülfe eines Schlüssels dem Meßtischblatt einver-leiben, so würde man auch eben so genaue Re-sultate erhalten, und dann freilich die Boussole weit genauer als den Meßtisch finden.

tischs mit den Gegenständen, welche die Schenkel auf dem Felde bezeichnen, macht.

Bei dem Einrichten des Diopterlineals und dem Ziehen der Visirlinien gelten für alle Fälle folgende Regeln, deren Befolgung ich jedem anempfehle:

Man hebe bei der Einrichtung des Diopterlineals nach einem Punkt des Feldes, dasselbe jedesmal vom Meßtisch ab, und setze es gleich in der ungefähren Richtung des Punktes, dicht an die Nadel nieder. Dann richtet man das Diopterlineal durch behutsames Drehen um die Anschlagnadel auf den Richtpunkt ein, und siehet, wenn das Haar des Objectivdiopters genau diesen Richtpunkt schneidet, ob das Diopterlineal auch genau an der Nadel liegt. Denn es findet zuweilen Statt, daß ein kleines Sandkörnchen, welches sich in dem Papier befindet, womit der Meßtisch überzogen ist, dieses verhindert. Hierauf ziehe man mit einem harten, vorn breit gespitzten Bleistift *), so dicht als es nur immer möglich ist, an der Kante des Lineals die Visirlinie, und sehe nochmals durch das Diopter-

---

*) Die besten Bleistifte, welche man zum Aufnehmen anwendet, sind unstreitig die Wiener, welche in Lindenholz gefaßt, äußerlich viereckig gehobelt, und hier in Berlin bei Arnous in der Poststraße und Kühne in der Breitenstraße das Stück für 2 Gr. käuflich zu haben sind.

lineal, ob während des Ziehens das Lineal verrückt worden ist.

Wer diese Regeln befolgt, wird über die Genauigkeit erstaunen, welche er mit dem Meßtisch bei der Bestimmung von Entfernungen oder bei der Grundlegung der Figuren erreicht.

Nachdem auf vorige Weise ein Winkel auf dem Meßtisch durch die Neigung zweier Linien genau bestimmt ist, so kann man entweder nach S. 251 die Größe dieses Winkels nach Graden oder Gradtheilen bestimmen, oder man verfährt folgender Weise:

Man ziehe die Visirlinien AB und AD, Fig. 76, so lang als es der Raum des Meßtischblattes erlaubt, schneide von einer Visirlinie AB die größtmöglichste Länge AB für den Halbmesser ab, messe die Länge dieses Halbmessers AB nach einem richtigen tausendtheiligen Maaßstabe, und messe ferner den senkrechten Abstand BC der andern Visirlinie AC von dem Endpunkte B des Halbmessers, so ist, wenn man AB = a und BC = b setzt;

$$\text{Sin. A} = \frac{\text{b . Sin. r}}{\text{a}} \text{ u. log. Sin. A} = \text{log. b} + 10 - \text{log. a}$$

Oder wenn man AB gleich der ganzen Länge des tausendtheiligen Maaßstabs, also = 1 macht.

$$\text{Sin. A} = \text{b u. log. Sin. A} = \text{log. b} + \text{log. Sin. tot} - \text{log. 1}$$

Der Logarithmus der Zahl b erhält demnach, wenn die erste bedeutende Ziffer hinter dem Kom-

ma Zehntheile enthält, die Kennziffer 9, bei Hunderttheilen die Kennziffer 8 und endlich bei Tausendtheilen die Kennziffer 7.

Es sei z. B. b = 0,816
und log. b = log. 0,816 = 0,9116902 — 1
so ist log. Sin. A = 9,9116902.
Für b = 0,081 und log. b = 0,9084850 — 2
ist log. Sin. A = 8,9084850.
Endlich für b = 0,008 und log. b = 0,9030900 — 3
ist log. Sin. A = 7,9030900.

Bei dieser Art von Winkelbestimmung wählt man der Richtigkeit wegen, die Winkel wo möglich nicht größer als 60° und bedienet sich bei Anvisiren der Richtpunkte lieber des Diopter-Fernrohrs als des Diopter-Lineals.

Genauer erhält man die Winkel nach folgender Methode, welche ich bei Winkelbestimmungen mit dem Meßtisch zuerst angewendet habe, man wird dieselbe in einem gleichzeitig erscheinenden Werk des Dr. Schulze-Montanus beschrieben finden, welchen ich im vorigen Jahre aufmerksam darauf machte:

Man ziehe die Diagonallinien des Meßtischs, so giebt deren Durchschnittspunkt c', Fig. 83, auf dem Meßtische den Mittelpunkt der Bewegung. Aus diesem Punkte ziehe man mit möglichst großem Halbmesser ca gleich der Länge eines richtigen tausendtheiligen Maaßstabs einen Kreis. Nachdem der

Punkt c über dem Scheitelpunkt C des Winkels ACB aufgestellt ist, so bestimme man nach der zuerst gezeigten Methode durch Visirlinien ca nach A, und cb nach B, den Winkel acb, welcher gleich ACB ist. Man zieht die Visirlinien bei Bestimmung dieses Winkels nicht ganz aus, sondern giebt nur durch einen kurzen Strich den Durchschnitt derselben auf dem Kreise an, und läßt das Diopter-Fernrohr unverrückt an der letzten Visirlinie cb liegen. Durch die Schraube ohne Ende dreht man dann das Meßtischblatt behutsam herum, bis das in der Richtung cb stehende Diopterfernrohr den Punkt A abschneidet, richtet das Diopterfernrohr zum zweitenmal nach dem Punkte B und ziehet in dieser Richtung an der Kante desselben die Durchschnittslinie b′ des Kreises. Der Winkel acb′, welchen die auf dem Meßtische befindlichen Punkte bilden, ist dann das Doppelte des Winkels ACB und man kann die Sehne des doppelten Bogens ab′ messen, um daraus die Größe des einfachen Winkels genauer als sonst zu finden. Allein, wenn man einmal nach dieser Methode einen Winkel so genau als möglich bestimmen will, so muß man nicht bei dem Doppelten des gesuchten Winkels stehen bleiben, sondern das Maaß des Winkels mehrfach bestimmen. Zu diesem Zweck läßt man das Diopterfernrohr abermal in der Richtung cb′ auf B eingerichtet stehen und richtet es durch die Umdrehung

des Meßtischblattes, mittelst der Schraube ohne Ende, auf A ein, so daß c, b′ und A in einer geraden Linie liegen. Hierauf richte man das Dioptterfernrohr, ohne dabei das Meßtischblatt zu verrücken, auf B, und bestimme durch die Durchschnittslinie b″ auf dem Kreise den Endpunkt b″ des Bogens ab′b″ welcher das Maaß des dreifachen Winkels ist.

Dieses Verfahren wiederholt man so oft, bis der Endpunkt b″ des Bogens, welcher das Maaß des nfachen Winkels ist, entweder nahe vor (z. B. bei b″) oder dicht hinter den Punkt a (z. B. bei e) fällt. Dann mißt man die Sehne des Bogens b″a (oder ae) und sucht hieraus nach S. 251 die Größe dieses Winkels nach Graden, so ist die Größe des zu bestimmenden Winkels

$$x = \frac{360° - \angle b''ca}{n} \text{ oder } x = \frac{360° + \angle ace}{n}$$

Dieses Verfahren nennt man, wenn es bei solchen Werkzeugen, welche mit der Gradeintheilung versehen sind, zur genauesten Bestimmung der Winkel angewendet wird, die Multiplicationsmethode der Winkel oder die Methode Winkel durch Wiederholung zu messen. Jeder zu diesem Zweck eingerichtete Vollkreis erhält daher den Namen eines Repetitionskreises.

Der Erfinder dieses für die Vermessungskunde so wichtigen Verfahrens war der berühmte Astronom Tobias Mayer, Vater des nicht minder be-

rühmten Verfassers der oft angeführten praktischen Geometrie. Nach ihm machte der Ritter von Borda in Frankreich eine Abkürzung dieses Verfahrens bekannt, weshalb man es auch die Mayer-Bordasche Multiplicationsmethode nennt.

2) Winkelmessung durch die Boussole.

Mit diesem Werkzeuge mißt man einen Winkel ACB, Fig. 84, auf folgende Weise: Ueber den Scheitelpunkt C stellt man die Boussole, durch Hülfe eines Pendels, welchen man aus ihrem Mittelpunkt auf den Scheitelpunkt C herabhängen läßt, auf, hierauf richtet man sie mit einer Wasserwage horizontal oder beurtheilt ihren horizontalen Stand dadurch, daß man sie umdrehet und nachsiehet, ob die Nadelspitze mit allen Punkten des Gradringes gleich hoch oder in einer Ebene, wenn eine horizontale Ebene ist, spielt.

Die Boussole wird mit der Absehelinie auf dem Richtpunkt A des linken Schenkels CA, Fig. 85 und 86 eingerichtet, so daß dasjenige Diopter, welches der Zahl 360 des Gradringes zunächst liegt, allemal zum Objectivdiopter dient. Wenn dies verrichtet ist und die Magnetnadel eingespielt hat, d. h. zur Ruhe gekommen ist, so liest man die von der Nordspitze der Nadel auf dem Limbus abgeschnittene Zahl (= a°) ab, welche anzeigt, wie viel Grade die Richtung SN der Magnetnadel von der

Richtung CA des Schenkels abweicht. Dann richtet man dasselbe Objectivdiopter der Bouſſole auch auf den Richtpunkt B des rechten Schenkels CB ein, und lieſt, wenn die Nadel eingeſpielt hat, an der Nordſpitze die Zahl der Grade ab. Dieſe Zahl (= b°) zeigt die Abweichung der Richtung SN der Magnetnadel von der Richtung CB des rechten Schenkels.

Wenn wie in Fig. 84 u. 85 die Nordſpitze der Magnetnadel bei der Viſirung der Schenkel CA und CB jedesmal auf einerlei Seite der Abſehelinie (entweder beidemal rechts wie Fig. 84, oder beidemal links, wie Fig. 85) einſpielt; ſo ziehet man die kleinere Zahl von der größern ab, ſo iſt der Reſt die Zahl der Grade des Winkels ACB.

Sobald als aber bei der Viſirung beider Schenkel CA und CB die Nordſpitze der Nadel, wie in Fig. 86, einmal links und das anderemal rechts der Abſehelinie einſpielt, ſo ziehet man die größere Zahl von 360° ab, und addirt zu dem Reſte die kleinere Zahl, welches dann die Zahl der Grade des Winkels ACB giebt.

Bei dem Ableſen der Gradzahl der Bouſſole, (und wenn man den Meßtiſch durch Hülfe einer

Orientir-Bouſſole einrichten will) hat man die Vorſicht, alles bei ſich tragende Eiſen oder Stahl, als den Degen, das Federmeſſer, das Taſchenfeuerzeug, die Epauletts, in denen ſich Eiſendrath befindet, die Stahlbrille u. dgl. m. auf die Seite zu legen. Sobald aber die Nadel zur Ruhe gekommen iſt, und man das erſtemal die Gradzahl abgeleſen hat, ſo wird man um ſo genauer die Größe des abgeleſenen Winkels finden, wenn man durch ein Stück Eiſen oder Stahl die ruhende Nadel unruhig macht, ſie dann wieder einſpielen läßt, zum zweitenmal die Zahl der Grade ablieſet und aus beiden Ableſungen das arithmetiſche Mittel nimmt.

3) Winkelmeſſung mit dem Aſtrolabium.

a) Meſſung eines Horizontalwinkels.

Man ſtellt das Aſtrolabium mit ſeinem Mittelpunkt eben ſo wie die Bouſſole über dem Scheitelpunkt des zu meſſenden Winkels, dreht das obere Fernrohr (oder bewegliche Diopterlineal) mit dem Index an 0° des Limbus, richtet das untere feſte Verſicherungs-Fernrohr oder die feſten Dioptern auf einem Richtpunkt des zu meſſenden Winkels. Dann ſiehet man nach, ob der Kreuzfaden des obern beweglichen Fernrohrs eben ſo genau denſelben Richtpunkt ſchneidet, oder nicht; in dem letztern Fall richtet man das bewegliche Fernrohr eben ſo genau wie das untere auf dieſen Richtpunkt ein,

und lieset auf dem Limbus den Kollimationsfehler oder den Abweichungswinkel des oberen Fernrohrs ab. Dieser Winkel ist dann entweder zu dem zu messenden Winkel zu addiren, wenn der Index rechts des Nullpunkts abweicht, oder zu subtrahiren, wenn er links abweicht.

Will man sich diese Rechnung ersparen, so muß das Werkzeug mit den Schrauben n und o, Fig. 54, versehen sein, durch welche man dann die Kollimation am Werkzeuge selbst verbessert. Hierauf richtet man das bewegliche Fernrohr genau auf den zweiten Richtpunkt des zu messenden Winkels, um welches zuvörderst durch die grobe, dann aber durch die feine Bewegung verrichtet wird; sobald dies bewerkstelliget ist, siehet man durch das feste oder Versicherungsfernrohr nach, ob bei der Bewegung des obern Fernrohrs der Stand des Werkzeugs und folglich auch das Versicherungsfernrohr eine Verrückung erlitten hat oder nicht; wenn das letztere der Fall ist, dann erst lieset man am Vernier ab, wie groß der gemessene Winkel an Graden, Minuten ꝛc. ist.

Nicht immer ist es möglich, das Versicherungsfernrohr auf einen der Schenkel des zu messenden Winkels einzurichten, weil oft nicht einer der Richtpunkte, welche die Schenkel bezeichnen, mit dem Scheitelpunkte, über welchem das Astrolabium aufgestellt ist, in einer Horizontalebene liegt. Dann

muß man in einem außerhalb der Winkelfläche liegenden Punkte, welcher mit der Ebene des Standorts gleich hoch liegt, eine Meßfahne aufstellen, und zuerst den Winkel zwischen der Meßfahne und dem nächsten Richtpunkte, dann aber den Winkel zwischen der Meßfahne und dem entfernteren Richtpunkte messen; der Unterschied beider gemessenen Winkel ist dann der Winkel zwischen beiden Richtpunkten.

b) Messung eines Vertikalwinkels.

Man verbessert zuerst die Kollimation der Fernröhren, kippt dann das Astrolabium nach S. 159 vertikal und bringt das Versicherungsfernrohr in die Richtung nach dem Punkte, dessen Höhen- oder Tiefenwinkel man messen will. Dann setzt man die Libelle auf die Fläche l, Fig. 54 und stellt diese und dadurch die Axe des Versicherungsfernrohrs horizontal; nun richtet man das bewegliche Fernrohr so auf den zu visirenden Richtpunkt, bis der horizontale Faden des Fadenkreuzes dessen Endpunkt genau abschneidet, siehet dann nach, ob die Libelle noch eben so genau wie vorher einspielet, und lieset zuletzt die Gradzahl des gemessenen Winkels ab.

4) Winkelmessung mit dem Röslerschen Theodoliten.

a) Messung eines Horizontalwinkels.

Bei der Messung eines solchen Winkels ist es nöthig, dem Werkzeuge einen festen Stand entwe-

der auf einer Mauer, Fensterbrüstung u. dgl.; oder auf dem S. 170 erwähnten Stativ zu verschaffen.

Hierauf wird der todte Gang der Mikrometerschrauben durch Hülfe der Schrauben b verbessert, die Libelle corrigirt und damit der untere Kreis horizontal gestellt; dann werden mit der Elevationsebene des Fernrohrs die Vertikalfaden parallel gestellt. Man richtet dann das Versicherungsfernrohr x auf einen beliebigen Gegenstand, welcher hell erleuchtet ist, und dessen Beleuchtung während der Winkelmessung sich nicht ändert. Der erste Vernier A wird auf den Nullpunkt des Limbus gestellt, die Gradzahl der übrigen Verniere abgelesen und ihre Angaben in dem Manuale bemerkt. Der Horizontalkreis wird *mit* dem oberen Fernrohre zugleich herum bewegt, bis die Fäden dieses Fernrohrs den Richtpunkt linker Hand genau abschneiden, wenn, wie gewöhnlich, die Theilung des Limbus von der rechten nach der linken Hand gezählt wird, sobald aber die Theilung des Limbus von der linken zur rechten fortlaufend gezählt ist, so wird auch das obere Fernohr zuerst auf den rechts liegenden Richtpunkt gerichtet. Wenn das Versicherungsfernrohr und das obere Fernrohr auf die gewählten Richtpunkte nur grob eingerichtet sind, so wird das Versicherungsfernrohr mit der an der Büchse befindlichen Mikrometerschraube, das obere Fernrohr hingegen, mit der bei w befindlichen Mikrometerschraube genauer eingerichtet. Bei diesem

Verfahren ist der Horizontalkreis mit der Vernierplatte zugleich bewegt worden, weil die Mikrometerschraube, welche letztere mit ersterem verbindet, nicht berührt wurde. Deshalb sollten die Verniere denselben Stand beibehalten haben, welchen sie früher hatten; allein man muß, ehe die Fortsetzung der Arbeit vorgenommen wird, untersuchen, ob dies auch wirklich der Fall ist. Hierauf löset man die Druckschraube c der Klammer s, wodurch die Vernierplatte von dem Horizontalkreise, auf welchem sich die Theilung befindet, gelöset wird. Diese Vernierplatte wird behutsam herumgedreht, bis der rechte Richtpunkt in dem obern Fernrohre erscheint, dann zieht man die Druckschraube c an, befestiget dadurch die Vernierplatte wieder an den Horizontalkreis, und richtet durch die Mikrometerschraube d das obere Fernrohr auf den rechten Richtpunkt genauer ein, ohne dabei die Vorrichtung w zu berühren.

Der Bogen, welchen die Verniere bei Umdrehung der Vernierplatte durchlaufen haben, ist nun das Maaß des einfachen Winkels zwischen beiden Richtpunkten, wenn das Versicherungsfernrohr noch genau den ersten Gegenstand abschneidet, auf welchen es früher gerichtet wurde. Da aber diese einfache Operation nicht hinlängliche Genauigkeit gewährt, so wiederholt man dieselbe so viel mal, bis die Verniere zuletzt nahe bei denselben Gradzahlen zu stehen kommen, bei welchen sie zu Anfange der

Operation standen, und betrachtet immer den vorhergehenden Stand der Verniere, als den Anfangspunkt der folgenden Beobachtungen.

Am Ende einer jeden vorhergehenden einzelnen Operation wird der Vernier A abgelesen, um daraus den Gang der Reihe beobachten zu können. Wenn man nun am Ende der letzten Operation die letzten Angaben der Verniere ablieset, und ziehet von denselben die früher in dem Manuale bei Anfang der Operation bemerkten Angaben der Verniere ab, so erhält man dadurch das Maaß des eben so vielfachen Winkels, als die Zahl der einzelnen Operationen Einheiten enthält, und zwar eben so viel mal, als Verniere am Kreise angebracht sind. Aus allen diesen Resultaten nimmt man das arithmetische Mittel, theilet dasselbe durch die Zahl der angestellten Operationen (Wiederholungen) und erhält dadurch den Werth des einfachen Winkels weit genauer, als durch eine einzelne Operation, weil die Fehler, welche von der Excentricität und Unrichtigkeit der Theilung bei der Messung eines einzelnen Winkels entstehen, durch die Anzahl der Beobachtungen einander fast gänzlich aufheben.

Der Winkel, welchen man auf diese Weise erhält, ist nur noch mit den Fehlern behaftet, welche die unrichtige Lage oder Bewegung des obern Fernrohrs o in den Resultaten hervorbringen kann. Die-

sen Fehler kann man dadurch wegschaffen, daß man nach Beendigung der Operation den Kreis um zwei rechte Winkel verwendet. Dadurch wird der links stehende Bock q auf die entgegengesetzte Seite, wo früher der Bock p stand, gedrehet. Bringt man nun das Fernrohr o durch die Umdrehung in einer Vertikalebene mit seinem Ocular in die entgegengesetzte Läge und wiederholt eben so viel mal wie vorher die Operation der Winkelmessung nach demselben Verfahren, so erhält man zuletzt ein zweites Resultat des einfachen Winkels. Aus diesen beiden Resultaten, das arithmetische Mittel genommen, giebt den Winkel frei von den Fehlern, welche das obere Fernrohr ,o durch seine unrichtige Lage oder Bewegung hervorbringt.

b) Messung eines Vertikalwinkels.

Bei der Messung eines solchen Winkels ist es unumgänglich nothwendig, daß der Vertikalkreis l vollkommen senkrecht steht. Diese Vertikalstellung bewirkt man dadurch, daß man die Queraxe mn durch eine sehr empfindliche lange Libelle horizontal stellt, welche durch zwei an ihren Enden befindliche Haken von gleicher Länge, an diese Axe gehangen werden kann, und mit derselben dadurch eine parallele Richtung hat. Sobald die Luftblase unter der Mitte dieser Hakenlibelle einspielt, so muß auch die Queraxe mn, welche mit ihr parallel läuft,

eine horizontale Richtung haben. Da aber jederzeit die Queraxe mn und der Kreis l zugleich auf einer Drehbank abgedreht werden, so stehet auch jederzeit der Kreis senkrecht zur Axe mn; wenn also letztere durch die Hakenlibelle horizontal gestellt worden, so muß erstere eine vertikale Lage haben. Die Hakenlibelle läßt man zur Beobachtung des senkrechten Standes der Axe während der ganzen Winkelmessung hängen.

Die Alhidade k des Vertikalkreises l ist mit einer Libelle g versehen, wodurch man die Nulltheilstriche beider Verniere dieser mit den Rahmen q aus einem Stück bestehenden Alhidade in eine horizontale Lage bringen, und in derselben erhalten kann. Durch die an dieser Alhidade angebrachte Vorrichtung a kann man sodann den Vertikalkreis l in jeder beliebigen Lage gegen die Verniere der Alhidade k erhalten.

Bei der Messung eines Vertikalwinkels macht man damit den Anfang, daß man die Queraxe mn und die Alhidade des Vertikalkreises k durch die erwähnte Hakenlibelle, und die Libelle g horizontal stellt, so daß bei jeder Vertikalwendung des Kreises l die Luftblasen der Libellen, nachdem sie zur Ruhe gekommen sind, unter den nemlichen Theilstrichen einspielen. Dann wird der Vernier A auf Null gestellt, der ihm gegenüber stehende gelesen, und sein Stand aufgeschrieben. Der Vertikalkreis mit dem

zu beobachten Richtpunkt in eine Vertikalebene gebracht, die Schraube bei i gelöset, und das Fernrohr o auf diesen Richtpunkt eingerichtet. Hierauf werden die Druckschrauben bei i und c angezogen, und der Richtpunkt in der Mitte des Zwischenraums an dem einfachen Horizontalfaden genau eingerichtet.

Diese erste Beobachtung giebt noch kein Resultat, weil sich der Stand des Vertikalkreises l gegen seine Alhidade k und beide daran befindliche Verniere nicht geändert hat. Um daher das Resultat zu finden, so wird der Horizontalkreis um zwei Rechte verwendet, wodurch das Objectiv des Fernrohrs o dem Beobachter zugekehrt wird, und in der jetzigen Lage eben so weit diesseits vom Zenith (Scheitelpunkt des Beobachters) absteht, als es am Ende der ersten Beobachtung jenseits davon entfernt war. Löset man nun die Druckschraube a, welche den Vertikalkreis l befestigt, so kann man das Fernrohr o mit diesem Kreise zugleich auf den erst visirten Richtpunkt zurückführen, wobei dieser Kreis den doppelten Winkel (die doppelte Zenithdistanz) durchläuft; liefet man, nachdem das Fernrohr o genau auf den Gegenstand eingerichtet ist, den Stand der Verniere des Vertikalkreises ab, und nimmt die Hälfte des Unterschieds des ersten und des jetzigen Standes der Verniere, so erhält man dadurch den Winkel, welchen man die Zenithdistanz des Richtpunkts von dem Scheitelpunkt des Beobachters

nennt, welche das Complement des Erhöhungswinkels des Richtpunkts über dem Horizont des Standorts ist. Wiederholt man dieses Verfahren eben so, wie bei Messung der Horizontalwinkel gezeigt wurde, so erhält man das eben so Vielfache der doppelten Zenithdistanz, als man die Winkelmessung wiederholte.

5) Winkelmessung mit den Spiegelwerkzeugen.

Messung eines terrestrischen Winkels in der Ebene seiner Schenkel.

Es ist bereits früher schon gezeigt worden, daß mit den Spiegelwerkzeugen nur dann die Messung des Horizontalwinkels zwischen zweien auf der Erdoberfläche liegenden Richtpunkten möglich ist, wenn diese zwei Punkte mit dem Standorte des Beobachters in einer Horizontalebene liegen; da dies aber nicht oft der Fall ist, so wird der gemessene Winkel entweder größer oder kleiner, als der verlangte Horizontalwinkel sein. Deshalb ist dann noch die Reduction des gemessenen Winkels auf dem Horizont des Scheitelpunktes nöthig, welche zu Ende des gegenwärtigen Abschnitts gelehrt werden wird.

Jeder einzelnen Winkelmessung muß die Berichtigung der Spiegel nach dem von Seite 234 bis 242 angegebenen Verfahren vorangehen, und der für jeden einzelnen Winkel verschiedene Kollimationsfehler entweder corrigirt oder abge-

lesen und notirt werden. Dann schreitet man zur Messung, indem man die Absehelinie des Werkzeugs auf den, dem linken Schenkel des zu messenden Winkels bezeichnenden Richtpunkt, so einrichtet, daß derselbe in unbelegtem Glase des kleinen Spiegels direct sichtbar wird. Dann bringt man durch Bewegung der Alhidade und des damit verbundenen großen Spiegels den andern Richtpunkt des zu messenden Winkels in den belegten Theil des kleinen Spiegels, wohin ihn der große Spiegel reflectirt. Hierauf befestigt man die Alhidade und bringt durch die am Werkzeuge befindliche Mikrometerschraube beide Bilder entweder zur Vereinigung oder zur vollkommnen Bedeckung *).

---

*) Wenn die Ebene des Werkzeugs nicht in die Ebene des zu messenden Winkels gebracht ist, so erscheint oft das reflectirte Bild nicht in dem kleinen Spiegel, weil es von dem großen über oder unter den kleinen Spiegel hinaus in die Luft reflectirt wird. Man darf in diesem Falle nur die Ebene des Werkzeugs um die Absehelinie drehen, so wird auch der Richtpunkt in dem kleinen Spiegel erscheinen. Ich schätze gewöhnlich, nachdem der Inderfehler bestimmt ist, die Größe des zu messenden Winkels nach dem Augenmaaße, stelle sodann die Alhidade des Werkzeugs auf die durch Schätzung gefundene Gradzahl, finde dann sogleich beide Richtpunkte in dem kleinen Spiegel, und erspare durch dieses Verfahren viel Zeit und Mühe.

Bei dem Sextanten wird das Letztere geschehen, weil derselbe mit einem Fernrohr versehen ist, in dessen Innern ganze Bilder beider Richtpunkte erscheinen. Bei denjenigen Werkzeugen aber, welche nur mit Dioptern versehen sind, siehet man in den kleinen Spiegel direct die obere Hälfte des linken Richtpunkts, und reflectirt die untere Hälfte des rechten Richtpunkts, deren senkrechte Axen man in eine Linie zu vereinigen hat.

Gewöhnlich hat dabei der darin erscheinende Gegenstand bei Werkzeugen, welche mit einem Fernrohr versehen sind, eine zu starke Beleuchtung, welche dann der Deutlichkeit des reflectirten Bildes nachtheilig ist, so daß dieses Bild im Innern der Fernröhre kaum sichtbar wird. Diesem Umstand hilft man durch die Bewegung des Fernrohrträgers ab, mit welchem man die Axe des Fernrohrs der Ebene des Werkzeugs so lange nähert, bis das reflectirte Bild so deutlich erscheint, daß man beide Bilder leicht zur Bedeckung bringen kann. Sobald beide Bilder vollkommen einander decken, lieset man die Gradzahl des gemessenen Winkels ab, addirt oder subtrahirt den Fehler der Kollimation, schätzt entweder die Entfernung des direct erscheinenden Richtpunkts nach dem Augenmaaße, oder mißt dieselbe auf einer Specialkarte der Gegend, wo man aufnimmt. Diese geschätzte oder gemessene Entfernung sucht man in der S. 246 gegebenen Tafel der Pa-

rallaxe für den Statt findenden Abstand des gro=ßen Spiegels von dem Fernrohre auf und subtra=hirt, bei allen terrestrischen Winkeln, welche links des Nullpunkts auf dem Limbus gemessen werden, die Anzahl Secunden, welche dieser Entfernung zu=kommen, von dem erhaltenen Resultate der Mes=sung; so ist die Differenz der schiefgeneigten Win=kel, welcher durch Rechnung auf den Horizontalwin=kel reducirt werden muß.

Hat man aber die schiefgeneigten Winkel nicht aus der Mitte des Standorts gemessen, so muß man noch denselben auf die Mitte des Standorts reduciren, welches ebenfalls in der Folge dieses Ab=schnitts erläutert werden wird.

Mißt man die Winkel, um sie durch Hülfe eines Transporteurs in der Aufnahme aufzutragen, so können die feinern Correctionen wegen der Pa=rallaxe der Reduction auf den Horizont und auf die Mitte des Standorts ohne alle Fehler weggelassen werden.

Folgende Umstände haben auf die mit Spie=gelwerkzeugen gemessenen Winkel einen höchst nach=theiligen Einfluß:

1. Einseitige Beleuchtung der Richtpunk=te. Diese verursacht, daß man die in Schat=ten liegende Seite des Richtpunkts nicht siehet und dadurch verleitet wird, die Mitte der hell erleuchteten Seite für die Axe des Richtpunkts

zu nehmen, wodurch der gemessene Winkel entweder zu groß oder zu klein ausfällt. Besser ist es immer, einen Winkel nur dann zu messen, wenn die Sonne die Richtpunkte ganz erleuchtet. Daher müssen auf einem und demselben Standorte, wenn man sämmtliche Winkel im Horizonte mißt, ein Theil derselben des Morgens, der andere Theil aber des Abends gemessen werden, weil die Luft bei Sonnenaufgang und bei Sonnenuntergang die größte Durchsichtigkeit hat. Im Sommer ist Mittags bei großer Hitze eine Art von Heerrauch, den, wenn man seinen Standort auf den Thurm einer Stadt wählt, von 10 bis 3 Uhr Nachmittags den Heerdrauch aus den umliegenden Schornsteinen vermehrt, dadurch die Richtpunkte um so mehr verschleiert, und die richtige Winkelmessung stört.

2. Die Farbe und Beleuchtung des Hintergrundes hinter den zu visirenden Richtpunkten. Diese Farbe des Hintergrundes, auf welchen sich die Richtpunkte darstellen, ist oft der Winkelmessung sehr nachtheilig, man hat deshalb bei der Wahl der Richtpunkte, zwischen welchen Winkel gemessen werden sollen (vorzüglich bei der trigonometrischen Netzgründung), darauf zu sehen, daß Richtpunkte, welche eine helle Lokalfarbe haben, z. B. neue

Thürme ꝛc. sich gegen einen dunkeln Hintergrund, Wald, Felsen, Erdberge u. s. w. absetzen. Bei Richtpunkten von dunkler Farbe, wie z. B. Windmühlen, altes Mauerwerk, Felsen, einzelne Bäume u. dgl. m. ist kein anderer Hintergrund als die Luft, hell beleuchteter Sandboden u. s. w. zu wählen. Wenn aber dennoch Winkel zwischen solchen Richtpunkten gemessen werden sollen, die durch ihre eigene Farbe von der des Hintergrundes nicht sehr abstechen, so ist es auch nicht anders möglich den Winkel genau zu messen, als wenn man dort Zeichen, z. B. weiß angestrichene Holzscheiben oder kleine Signale von abstechender Farbe aufstellt.

Messung der Höhen- und Tiefenwinkel.

Mit dem Sextanten kann man Höhen- und Tiefenwinkel messen, wenn derselbe mit einem Stative versehen ist, und an demselben eine lange Wasserwage A, Fig. 64 mit der Richtung des Fernrohres gleichlaufend angebracht wird. Ein gegen diese lange Libelle unter 45 Grad geneigter Spiegel B zeigt dem Beobachter am Fernrohre den Stand der Luftblase in der Libelle. Stellt man nun den Sextanten auf dem Stative mit der Wasserwage, so daß diese einspielt und die Axe des Fernrohrs horizontal ist, so darf man nur die Durchsicht des klei-

nen Spiegels abblenden und den Gegenstand, dessen Elevation oder Depression über dem Horizont man messen will, durch Reflexion vom großen Spiegel so in den kleinen Spiegel bringen, daß dieser Gegenstand genau in der Mitte des Zwischenraums zwischen den Parallelfäden des Fernrohrs erscheint, so giebt der Index der Alhidade den Höhenwinkel an. Außerdem kann man mit dem Sextanten oder den andern Spiegelwerkzeugen, welche kein Stativ haben, nur durch Hülfe eines künstlichen Horizonts Höhenwinkel messen.

Der einfachste, wohlfeilste, künstliche Horizont bestehet aus einer concaven kupfernen oder messingenen Schaale von 4 bis 6″ im Halbmesser, welche in Holz eingelassen ist. Die Höhlung dieser Schaale wird mit einer Queckfilberauflösung verquickt und bei dem Gebrauche Queckfilber hineingegossen, welches wegen der Verquickung sich gleichförmig in der Schaale verbreitet und einen von Natur horizontalen Spiegel bildet. Da aber die Oberfläche dieses Spiegels wegen der Unreinigkeit des Queckfilbers selten ein reines Bild giebt, so hat man vor dem Gebrauche die auf der Oberfläche des Queckfilbers befindliche Haut entweder durch eine Federfahne, oder ein Stück Papier am Rand zu schieben.

Einen Höhenwinkel mißt man durch Hülfe dieses Horizonts auf folgende Weise: Man mißt so dicht als möglich an der Oberfläche des Queckfilbers

z. B. in D, Fig. 87, mit einem Spiegelwerkzeuge den Winkel CDE, indem man in dem kleinen Spiegel dieses Werkzeugs, das vom großen Spiegel reflectirte Bild des Richtpunkts C, mit dem auf der Oberfläche AB des künstlichen Horizonts in E erscheinenden Bilde desselben Richtpunkts zur vollkommnen Bedeckung bringt. Der Winkel, welchen die Alhidade angiebt, ist der doppelte Höhenwinkel. Denn weil ED gegen EC sehr klein ist, so kann man ohne Fehler den Winkel CDE, welcher gemessen worden ist, gleich dem Winkel CEF annehmen, der durch die Verlängerung von DE gebildet wird; dieser Winkel ist aber das Doppelte des Höhenwinkels AEC, da ∠ BED = ∠ AEF als Scheitelwinkel und ∠ BED = ∠ AEC verm. S. 180 No. 1, folglich auch ∠ AEC = ∠ AEF ist.

Eine andere Art der künstlichen Horizonte bestehet aus einer Scheibe von schwarzem Glas oder Lava, welche vollkommen plan geschliffen ist und eine Fassung mit drei Stellschrauben hat, durch eine Libelle, welche man auf die Oberfläche der Glasscheibe setzt, kann man vermittelst der drei Stellschrauben die Horizontalstellung der Oberfläche verrichten. Da es aber sehr selten einen vollkommen ebenen Horizont dieser Art giebt, so ist der erstererwähnte wohlfeilere demselben weit vorzuziehen, da durch die Verquickung der Schale das Queckſilber ruhiger bleibt, als es bei den Queckſilberhorizonten

der Fall ist, deren Schalen nicht verquickt sind; die bloß deshalb nicht gern angewendet werden, weil jeder in der Nähe eines solchen Horizonts vorbeifahrende Wagen eine merkliche Erschütterung und Bewegung der Oberfläche des Queckſilbers hervorbringt und dadurch die Winkelmessung stört.

Die Prüfung der Ebenheit der Oberfläche eines Glas- oder Lavahorizonts geschiehet auf dieselbe Weise, wie die Prüfung der Ebenheit der Spiegeloberflächen nach S. 244.

Reduction der Winkel auf die Mitte des Standorts, oder das Centriren der Winkel.

Sobald als es nicht möglich ist, sich bei dem Winkelmessen in die Mitte des gewählten Standorts aufzustellen, und man abwärts von demselben den Standort wählen muß, so wird auch der an diesem Ort gemessene Winkel entweder größer oder kleiner sein als der Winkel, welcher aus dem wahren Mittelpunkte der Station hätte gemessen werden sollen. Da man doch aber den gemessenen Winkel nicht für den wahren in Rechnung bringen kann, so ist es nöthig, diesen erst auf jenen zu reduciren, welches man centriren nennt.

Es geschiehet das Centriren am leichtesten auf folgende Weise, und sind bei demselben überhaupt

folgende Fälle möglich. Wenn nämlich aAb, Fig. 88 der wahre Winkel ist, so kann der Standort:

1) in B zwischen dessen Schenkeln,
2) in C auf einem Schenkel vor A,
3) in D neben dem Scheitelpunkt A,
4) in E hinter dem Scheitelpunkt A,
5) in F auf einem Schenkel hinter dem Scheitelpunkt A gewählt werden.

Für jede dieser Lagen müssen wir nun aus den gemessenen Winkeln aBb, aCb, aDb, aEb oder aFb Fig. 88, die Größe des Winkels aAb durch Rechnung finden, wozu für jeden Fall eine eigene Formel entwickelt werden kann, nämlich:

1) $\angle A = \angle B - \angle a - \angle b$, Fig. 89.

Beweis. Ziehet man durch A und B eine gerade Linie, so ist

$$\angle A = \angle x + \angle y$$
$$\angle B = \angle m + \angle n$$

Es ist $\angle m = \angle x + \angle a$
und $\angle n = \angle y + \angle b$
folglich $\angle x = \angle m - \angle a$
und $\angle y = \angle n - \angle b$

daher $\angle x + \angle y = \angle m + \angle n - \angle a - \angle b$

d. i. $\angle A = \angle B - \angle a - \angle b$.

2) $\angle A = \angle C - \angle a$, Fig. 90.

Beweis. $\angle aCb = \angle aAC + \angle AaC$

Folglich $\angle aAC = \angle aCb - \angle AaC$

d. i. $\angle A = \angle C - \angle a$.

3) $\angle A = \angle D + \angle a - \angle b$, Fig. 91.

Beweis. $\angle D + \angle a = \angle m$

$\angle A + \angle b = \angle m$

Folglich $\angle A + \angle b = \angle D + \angle a$

daher $\angle A = \angle D + \angle a - \angle b$.

4) $\angle A = \angle E + \angle a + \angle b$, Fig. 92.

Beweis. $\angle A = \angle m + \angle n$; $\angle E = \angle x + \angle y$

$\angle m = \angle a + \angle x$

$\angle n = \angle b + \angle y$

$\angle m + \angle n = \angle x + \angle y + \angle a + \angle b$

d. i. $\angle A = \angle E + \angle a + \angle b$.

5) $\angle A = \angle F + \angle a$, Fig. 93.

(als Außenwinkel.)

Anmerk. Die zwischen den Schenkeln des Winkels A liegenden Winkel (a und b) sind jederzeit —, und die außerhalb den Schenkeln liegenden Winkel (a und b) +.

Die Berechnung der Größe der Winkel a und b geschiehet durch Hülfe geometrischer Proportionen auf folgende Weise: Wenn Winkel aEb, Fig. 94, der zu centrirende Winkel ist, so ist nach No. 4.

$$\angle A = \angle E + \angle a + \angle b.$$

Man mißt, um den Winkel a zu finden, den Perpendikel EH aus dem Standpunkte E auf die Rich-

tung aA, ferner um b zu finden, den Perpendikel EG aus E auf die Richtung bA. Die Gegenstände a und b, auf welche man mißt, sind gewöhnlich 1 bis 2 Stunden entfernt, und da der gemessene Perpendikel EH oder EG immer nur einige Fuß beträgt, so sind auch die Winkel a und b nur sehr klein, und betragen höchst selten eine Minute; deshalb ist es hinlänglich genau, die Entfernungen Ea und Eb entweder aus einer Karte abzugreifen, oder auch nur mit dem Auge zu schätzen, denn ein Fehler von einigen hundert Fußen, in der Entfernung Ea oder Eb, ändert die Größe der Winkel a und b, nur um einen höchst geringen Theil; und man könnte, wenn man erst durch Hülfe des so centrirten Winkels die Entfernungen Ea und Eb trigonometrisch berechnet hätte, aus diesen Entfernungen den Winkel a und Winkel b genauer berechnen, wenn es wirklich nöthig wäre. Bei Berechnung der Winkel a und b benutzt man den Satz, daß EG und EH als die Sinusse kleiner Winkel den Bogen dieser Winkel gleich sind. Folglich kann man nach Fig. 95 schließen:

EB d. i. der dem Halbmesser Ea gleiche Bogen von 57° 17′ 45″, oder von 206264 Secunden, zu den Secunden des Bogens EH oder Winkels a, wie die für den Halbmesser angenommene

Entfernung Ea, zu der Länge des Perpendikels EH, d. i.

$$206264'' : a'' = Ea' : EH'.$$

Folglich: wenn man Ea = e und EH = p setzt:

$$\angle a = \frac{206264\ p}{e}.$$

Beispiel. Es sei Ea = e = 1 Meile = 20000 Fuß geschätzt, und EH = p = 3 Fuß gemessen; so ist

$$\angle a = \frac{206264'' \cdot 3}{20000} = \frac{618792}{20000} = 30' 9''.$$

Zur Abkürzung der Rechnung dienet folgende Tafel.

Tafel der Vielfachen der Zahl 206264.

2 = 412528	6 = 1237584
3 = 618792	7 = 1443848
4 = 825056	8 = 1650112
5 = 1031320	9 = 1856376

Auf gleiche Weise würde man auch den Winkel b berechnen und dann durch Anwendung einer der 5 gegebenen Formeln den wahren Winkel A bestimmen.

Zweite Methode des Centrirens.

Eine etwas weitläuftigere trigonometrische Auflösung dieser Aufgabe ist folgende: Wenn Fig. 94 aus dem gemessenen Winkel aEb der Winkel aAb berechnet werden soll, so findet man trigonometrisch die Winkel EaA und EbA auf folgende

Weise: man messe die Entfernung AE und die Winkel aEA und bEA, so ist hieraus und aus den entweder aus der Karte abgegriffenen, oder nur geschätzten Weiten Aa und Ab

$$\text{Sin. a} : \text{Sin. aEA} = \text{AE} : \text{Aa}$$
$$\text{Sin. b} : \text{Sin. bEA} = \text{AE} : \text{Ab}$$

Folglich $\text{Sin. a} = \frac{\text{Sin. aEA} \cdot \text{AE}}{\text{Aa}}$.

und $\text{Sin. b} = \frac{\text{Sin. bEA} \cdot \text{AE}}{\text{Ab}}$

Wenn man nun wegen der Kleinheit der Winkel a und b, anstatt der Sinusse derselben, die Bogen setzt, so ist

$$\text{Bogen a} = \frac{\text{AE}}{\text{Aa}} \cdot \text{Sin. aEA}$$

$$\text{und Bogen b} = \frac{\text{AE}}{\text{Ab}} \cdot \text{Sin. bEA}$$

Für den Halbmesser = 1, ist der halbe Umkreis nach dem Verhältniß des Durchmessers zum Umkreis = 3,141592.... Der halbe Umkreis enthält aber 180°. 60 . 60 = 648000″, will man nun finden, wie viel Secunden ein in Theilen des Halbmessers 1 ausgedrückter Bogen a enthält, so schließe man:

x″ ; 648000″ = Bog. a : Bogen 3,141592....

$$x'' = \frac{648000}{3{,}141592}'' \cdot \text{Bog. a} = \text{Bogen a} \cdot 206264''.$$

Daher ist für den Fall 4, Fig. 94,

der Winkel $a = \frac{AE}{Aa} \cdot \text{Sin. } aEA \cdot 206264''$

Winkel $b = \frac{AE}{Ab} \cdot \text{Sin. } bEA \cdot 206264''$

Hieraus folgt für den Fall 1, Fig. 89,

Winkel $a = \frac{AB}{Aa} \cdot \text{Sin. } aBA \cdot 206264''$

Winkel $b = \frac{AB}{Ab} \cdot \text{Sin. } bBA \cdot 206264''$

Für 2, Fig. 90,

Winkel $a = \frac{AC}{Aa} \cdot \text{Sin. } aCA \cdot 206264''$

Für 3, Fig. 91,

Winkel $a = \frac{AD}{Aa} \cdot \text{Sin. } aDA \cdot 206264''$

Winkel $b = \frac{AD}{Ab} \cdot \text{Sin. } bDA \cdot 206264''$

Für 4, Fig. 92, wie oben.
Für 5, Fig. 93,

Winkel $a = \frac{AF}{Aa} \cdot \text{Sin. } aFA \cdot 206264''$.

Reduction der in schief geneigten Ebenen gemessenen Winkel auf dem Horizont des Scheitelpunkts.

Wenn mit einem Winkelmesser, welchen man nicht horizontal stellen kann, in einem Standorte A, Fig. 96, ein Winkel BAC gemessen wird, und die

Richtpunkte B und C mit dem Scheitelpunkte A in einer schief gegen den Horizont geneigten Ebene liegen; so muß der, in dieser Ebene gemessene Winkel BAC, durch trigonometrische Lehren auf den Horizont des Scheitelpunktes A reducirt, d. h. in seine Horizontalprojection DAC verwandelt werden.

Denkt man durch den Scheitelpunkt eines jeden schief gegen den Horizont geneigten Winkels BAC eine Horizontalebene gelegt, so können die Richtpunkte B und C gegen diese folgende drei Lagen haben:

I. Der eine Richtpunkt kann über oder unter dem Horizont, der andere Richtpunkt aber in demselben liegen, Fig. 96.

II. Können beide Richtpunkte, Fig. 97, entweder über, oder unter dem Horizonte liegen, und endlich:

III. kann einer der Richtpunkte über, der andere aber unter dem Horizonte liegen, Fig. 98.

So wie einer von diesen drei Fällen statt findet, so müssen zur Berechnung des Horizontalwinkels, außer dem schiefgeneigten Winkel, auch noch die Neigungswinkel der Schenkel AB und AC gegen den Horizont von A, d. h. die Höhen- oder Tiefenwinkel der Richtpunkte B und C, gemessen werden.

Sind diese Winkel bekannt, so kann man Formeln, welche zur Berechnung des Horizontalwin-

kels dienen, für jeden einzelnen Fall durch Hülfe der ebenen Trigonometrie entwickeln *).

Es sei für den Fall No. I. ∠ BAC = S; der Höhenwinkel des Punktes B = BAD = h und der Punkt C mit A in einer Horizontalebene. Ferner sei auf AB und AC, Ab = Ac = 1 abgeschnitten, bd senkrecht auf die Horizontalebene, bc, cd und Ad gezogen, so ist der Winkel CAD die horizontale Projection des Winkels BAC = x, folglich △ bcd bei d rechtwinklig und:

$bd = \text{Sin.}\, h$; $AD = \text{Cos.}\, h$; $bc = \sqrt{(2 - 2\,\text{Cos.}\, S)}$

(Lehmus Geom. §. 368)

$cd = \sqrt{(\text{Cos.}^2\, h + 1 - 2\,\text{Cos.}\, h\,.\,\text{Cos.}\, x)}$

(ebendaselbst.)

Es ist aber auch

$cd^2 = bc^2 - bd^2 = 2 - 2\,\text{Cos.}\, S - \text{Sin.}^2\, h.$

Beide Werthe von cd^2 geben folgende Gleichung:

$\text{Cos.}^2\,h + 1 - 2\,\text{Cos.}\,h\,\text{Cos.}\,x = 2 - 2\,\text{Cos.}\,S - \text{Sin.}^2 h;$

oder

$\text{Sin.}^2\,h + \text{Cos.}^2\,h + 1 - 2\,\text{Cos.}\,h\,\text{Cos.}\,x = 2 - 2\,\text{Cos.}\,S;$

für $\text{Sin.}^2\, h + \text{Cos.}^2\, h$ den Werth = 1 gesetzt, giebt:

---

*) Da ich nicht unbedingt voraussetzen kann, daß alle meine Leser die sphärische Trigonometrie kennen, so muß ich hier auf einem längern Wege die Formeln der sphärischen Trigonometrie durch Hülfe der ebenen entwickeln.

$2 - 2 . \text{Cos. } h . \text{Cos. } x = 2 - 2 . \text{Cos. } S;$

oder $\text{Cos. } h . \text{Cos. } x = \text{Cos. } S.$

Folglich I. $\text{Cos. } x = \frac{\text{Cos. } S}{\text{Cos. } h}$

und log. Cos. x = log. Cos. S — log. Cos. h.

Beispiel. Es sei der Winkel S = 60° 30′ und der Winkel h = 2° 35′ gemessen, so ist

log. Cos. S = 19,6923388 — 10
log. Cos. h = 9,9995584
log. Cos. x = 9,6927764 9,9927804
x = 60° 28′ 2″.

Für den Fall No. II. Fig. 97 sei:
der gemessene schiefgeneigte Winkel BAC = S;
der größere Höhenwinkel BAD = H;
der kleinere Höhenwinkel CAE = h;
und der aus demselben zu bestimmende Horizontalwinkel = x.

Man denke sich Ab = Ac = 1, so ist Ad = Cos. H, bd = Sin. H, Ae = Cos. h, ce = Sin. h. Fällt man aus c auf bd eine Senkrechte fc, so ist bf = bd — ce = Sin. H — Sin. h und bc = $\sqrt{}$ (2 — 2 . Cos. S). Hieraus läßt sich in dem bei f rechtwinkligen Dreieck bfc die Seite fc finden, welche = de ist.

Es ist nämlich

$$bc^2 - bf^2 = fc^2$$

d. i.

$2 - 2 . \text{Cos. S} - \text{Sin.}^2 \text{H} + 2 \text{Sin. H . Sin. h} - \text{Sin.}^2 \text{h} = fc^2 = de^2$

Es ist aber auch $de^2 = Ad^2 + Ae^2 - 2\,Ad . Ae . \text{Cos. x}$,

d. i. $de^2 = \text{Cos.}^2 \text{H} + \text{Cos.}^2 \text{h} - 2 \text{Cos. H . Cos. h . Cos. x}$

Beide Werthe von de^2 geben die Gleichung:

$\text{Cos.}^2\text{H} + \text{Cos.}^2\text{h} - 2\text{Cos.H,Cos.h.Cos.x} = 2 - 2\text{Cos.S} - \text{Sin.}^2\text{H} + 2\text{Sin.H.Sin.h} - \text{Sin.}^2\text{h}$

$\chi - \chi . \text{Cos. H . Cos. h . Cos. x} = \chi - \chi . \text{Cos. S} + \chi \text{ Sin. H. Sin. h}$

$\text{Cos. x . Cos. H . Cos. h} = \text{Cos. S} - \text{Sin. H . Sin. h.}$

Folglich II.) $$\text{Cos. x} = \frac{\text{Cos. S} - \text{Sin. H . Sin. h}}{\text{Cos. H . Cos. h}}$$

Diese Formel eignet sich aber noch nicht zur bequemen Berechnung mit Logarithmen, um sie dazu einzurichten, erinnere man sich, daß (nach Lehmus Geometrie S. 248 Formel VII.)

$$2 . \text{Sin.} \tfrac{1}{2} x^2 = 1 - \text{Cos. x}$$

folglich $$2 \text{ Sin.} \tfrac{1}{2} x^2 = \frac{\text{Cos. H . Cos. h} + \text{Sin. H . Sin. h} - \text{Cos. S}}{\text{Cos. H . Cos. h .}}$$ ist.

Nach Lehmus Geom. S. 248 Formel IV. ist:

$\text{Cos. H . Cos. h} + \text{Sin. H . Sin. h} = \text{Cos. (H} - \text{h)}$

Folglich: $2 . \text{Sin.} \frac{1}{2} x^2 = \frac{\text{Cos.}(H - h) - \text{Cos.} S}{\text{Cos.} H . \text{Cos.} h}$,

Setzt man aber $S = y + z$,

$H - h = y - z$,

so ist $y = \frac{1}{2}(S + H - h)$,

$z = \frac{1}{2}(S + h - H) = \frac{1}{2}(S - (H - h))$

und $\text{Cos.}(H - h) = \text{Cos.}(y - z) = \text{Cos.} y . \text{Cos.} z + \text{Sin.} y . \text{Sin.} z$,

$\text{Cos.} S = \text{Cos.}(y + z) = \text{Cos.} y . \text{Cos.} z - \text{Sin.} y . \text{Sin.} z$,

ihr Unterschied, oder

$$\text{Cos.}(H - h) - \text{Cos.} S = 2 \text{Sin.} y . \text{Sin.} z.$$

Daher

$$\text{Sin.} \tfrac{1}{2} x^2 = \text{Sin.} \tfrac{1}{2} \left(\frac{(S + H - h) \text{Sin.} \frac{1}{2}(S - (H - h))}{\text{Cos.} H . \text{Cos.} h .} \right),$$

oder

$$\text{Sin.} \tfrac{1}{2} x = \sqrt{\left[\frac{\text{Sin.} \frac{1}{2}(S + H - h) \text{Sin.} \frac{1}{2}(S - (H - h))}{\text{Cos.} H . \text{Cos.} h} \right]}$$

u. log. $\frac{1}{2} x = \frac{1}{2}$[log.Sin.$\frac{1}{2}$(S+H--h)+log.Sin.$\frac{1}{2}$(S-(H--h))--(log.Cos.H+log.Cos.h)].

Beispiel.

Es sei $S = 72° 14'$, $H = 3° 33'$ und $h = 1° 46'$ gemessen, so ist:

$\frac{1}{2} S = 36° 7'$; $(H - h) = 1° 47'$ und

$\frac{1}{2}(H - h) = 53' 30''$

$\frac{1}{2}(S + H - h) = 37° 0' 30''$; log. Sin. = 9,7795467

$\frac{1}{2}(S - (H - h)) = 35° 13' 30''$; log. Sin. = 9,7610168

log. Sin. $\frac{1}{2}(S + H - h)$ + log. Sin. $\frac{1}{2}(S - (H - h))$ = 19,5405635 — 20

log. Cos. H = log. Cos. 3° 33' = 9,9991659. 19,9989594

log. Cos. h = log. Cos. 1° 46' = 9,9997935.

log. Cos. H . Cos. h = 19,9989594. : 2) 19,5416041

9,7708020 =

log. Sin. $\frac{1}{2}$ x = log. Sin. 36° 9' 7".

Hieraus der horizontale Winkel x = 72° 18' 14".

Endlich für den dritten Fall, Fig. 98, läßt sich auf demselben Wege die Formel

III.) $\text{Cos. } x = \frac{\text{Cos. S} + \text{Sin. H . Sin. h}}{\text{Cos. H . Cos. h}}$

finden, wenn man auf den Schenkeln des schief gegen den Horizont geneigten Winkels BAC, Fig. 98, Ab = Ac = 1 abgeschnitten denkt, hierauf aus b eine Senk-

rechte bf auf die Horizontalebene DAE fället, aus c eine Senkrechte ce auf AE errichtet und cf # de ziehet. Dann ist cf der zu bestimmenden Seite de des horizontal liegenden Dreiecks Ade gleich, welcher Seite der zu bestimmende Winkel dAe = x gegenüber liegt, ferner ist DAB = H der gemessene Höhenwinkel oder die Elevation des Punktes B und EAC = h der gemessene Tiefenwinkel oder die Depression des Punktes c gegen eine durch A gelegte Horizontalebene.

Diese Formel ist aber für die Berechnung mit Logarithmen eben so unbequem, wie die für den zweiten Fall S. 324 gegebene, kann aber auf dieselbe Weise wie jene bequemer eingerichtet werden, wodurch sie folgende Gestalt erhält.

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2}\,x = \sqrt{\left(\frac{\text{Sin. } \tfrac{1}{2}\,(S + H + h)\ \text{Sin. } \tfrac{1}{2}\,(S - (H + h))}{\text{Cos. } H\ .\ \text{Cos. } h}\right)} \text{ oder}$$

$$\log. \tfrac{1}{2}x = \tfrac{1}{2}[(\log.\text{Sin.} \tfrac{1}{2}(S+H+h)+\log.\text{Sin.} \tfrac{1}{2}(S-(H+h)))-(\log.\text{Cos.}H+\log.\text{Cos.}h)]$$

Beispiel.

Es sei der Winkel S = 48° 20′, der Höhenwinkel H = 1° 45′ und der Tiefenwinkel h = 2° 15′.

So ist: $\frac{1}{2}$ S = 24° 10′, H + h = 4° und $\frac{1}{2}$ (H + h) = 2°.

Folglich $\frac{1}{2}(S+H+h) = 26°\ 10'$; log. Sin. $26°\ 10' =$ 9,6444226
und $\frac{1}{2}(S-(H+h)) = 22°\ 10'$; log. Sin. $22°\ 10' =$ 9,5766892

log. Sin. $\frac{1}{2}(S+H+h)$ + log. Sin. $\frac{1}{2}(S-(H+h)) =$ 19,2211118 — 20
log. Cos. H = log. Cos. $1°\ 45' =$ 9,9997974. — 19,9994624
log. Cos. h = log. Cos. $2°\ 15' =$ 9,9996650. 19,2216494

log. Cos. H + log. Cos. h = 19,9994624. ;2) 9,6108247 = log. Sin. $\frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2}x = 24°\ 5'\ 20''$.

Folglich der horizontale Winkel $x = 48°\ 10'\ 40''$.

Wenn man die Rechnung etwas abkürzen will, so gebraucht man bei Anwendung der zweiten und dritten Formel, anstatt der Logarithmen der Cosinusse der Winkel H und h, die dekadischen Ergänzungen dieser Logarithmen und addirt diese zugleich mit den Logarithmen der im Zähler der Formel vorkommenden Sinusse. Hierdurch würden diese beiden Formeln folgende Gestalt erhalten.

II.) $\log.\frac{1}{2}x = \frac{\log.\text{Sin.}\frac{1}{2}(S+H-h)+\log.\text{Sin.}\frac{1}{2}(S-(H-h))+\text{Def.E.log.Cos.H}+\text{Def.E. Cos.h}}{2}$

u. III.) $\log.\frac{1}{2}x = \frac{\log.\text{Sin.}\frac{1}{2}(S+H+h)+\log.\text{Sin.}\frac{1}{2}(S-(H+h))+\text{Def.E.log.Cos.H}+\text{Def.E.Cos.h}}{2}$

Nach diesen Formeln rechnet man das zweite und dritte Beispiel Seite 326 und 327 folgendergestalt:

Es ist für die im zweiten Beispiele gegebenen Data,

log.Sin.$\frac{1}{2}$(S+H—h) = 9,7795467
log.Sin.$\frac{1}{2}$(S—(H—h)) = 9,7610168
Dek. Erg. log. Cos. H = 0,0008341
Dek. Erg. log. Cos. h = 0,0002065

Die Summe derselben = 19,5416041
Deren Hälfte = 9,7708020 = log.Sin.$\frac{1}{2}$x

Hieraus $\frac{1}{2}$x = 36° 9′ 7″. Folgl. x = 72° 18′ 14″ w. o.

Für das dritte Beispiel Seite 327 ist:

log.Sin.(S+H+h) = 9,6444226
log.Sin.(S—(H+h)) = 9,5766892
Dek. Erg. d. log. Cos. H = 0,0002026
Dek. Erg. d. log. Cos. h = 0,0003350

Die Summe derselben = 19,2216494
Die Hälfte = 9,6108247 = log.Sin.$\frac{1}{2}$x

und x = 24° 5′ 20″; folgl. x = 48° 10′ 40″ wie oben.

Wenn man die dekadische Ergänzung des Logarithmus eines Sinus oder Cosinus sucht, so schlage man den Logarithmen des betreffenden Sinus oder Cosinus auf, und ziehe denselben von den Logarithmus des Sinus totus = 10,0000000 ab, so ist die Differenz die gesuchte dekadische Ergänzung.

Dritter Abschnitt.

Gebrauch der Meßkette, der Absteckestäbe und des Winkelkreuzes, zur Messung der Entfernungen und Aufnahme der Figuren oder Grundstücke.

A. Messung der Entfernungen mit der Meßkette und den Absteckstäben.

1. Aufgabe.

Die Entfernung zweier Gegenstände A und B, Fig. 99 zu bestimmen, wenn irgend ein zwischen denselben befindliches Hinderniß die unmittelbare Messung nicht gestattet.

Auflösung.

Man wähle einen Standpunkt C, von welchem man nach A und B in gerader Linie messen kann, messe die Weiten AC und BC mit der Meßkette oder den Maaßstäben. Das Maaß dieser Längen AC und BC trage man auf die rückwärts verlängerten Linien AC und BC, aus C nach E und D, so daß CE = AC und CD = CB wird; so ist die Entfernung DE, welche man messen kann, gleich der zu messenden Entfernung AB. (Lehrs Geom. §. 21.)

Zusatz. Bei dieser Auflösung ist angenommen, daß die Punkte ABCD und E in einer Horizontalebene liegen. Wäre dies aber mit den Punkten D und E nicht der Fall, oder gestattete der Raum keine Verlängerung der Linien AC und BC, so nehme man irgend einen Theil, z. B. $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{n}$ der Länge AC und BC, und trage diesen Theil rückwärts, oder, wenn es der Boden gestattet, vorwärts in die Richtung von AC und BC, aus C nach F und aus C nach G, so wird auch FG $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{n}$ der zu messenden Weite AB sein. (Lehmus Geom. §. 108.)

2. Aufgabe.

Es sei eine Entfernung AB, Fig. 100, zu messen; man kann von dem willkührlichen Standpunkt C nur nach A, jedoch nicht nach B messen, aber nach beiden Punkten sehen.

Auflösung.

Man nehme zwischen A und B, oder in der Verlängerung von A und B einen Punkt F an, der mit A und B in gerader Linie liegt; dann suche man seitwärts von A und B einen Standort C, von welchem nach A und F in gerader Linie gemessen werden, und nach B gesehen werden kann. Man messe CF und CA, verlängere rückwärts diese beiden Linien, und mache CD = CA und CG = CF.

In der Verlängerung von DG, oder von beiden gefundenen Punkten D und G, läßt man einen Stab E so einstecken, daß er zugleich mit B und C in einer geraden Linie liegt, so ist ED = AB, und kann statt der AB gemessen werden. (Lehm. G §. 31.)

Zus. Kann die Verlängerung von CF und CA nicht rückwärts getragen werden, (s. Z. d. 1. Aufg.) so nehme man, wie vorher, einen Theil, z. B. den nten Theil der Länge, von CF und CA, u. trage diesen Theil von c vorwärts in der Richtung CF u. CA nach H und I, sodann lasse man in der Verlängerung von HI und in gerader Linie mit C und B einen Stab k einstecken, so wird $KI = \frac{AB}{n}$ und $n \times KI = AB$ sein. (Lehm. Geom. §. 108.)

3. Aufgabe.

Es ist eine Entfernung AB, Fig. 101, 102 u. 103 zu messen; man kann aber von dem willkührlich gewählten Standort C zwar beide Gegenstände A und B sehen, aber nicht zu denselben hin messen.

1. Auflösung. Fig. 101.

In einer geringen Entfernung von dem willkührlich gewählten Standort C setze man ein Paar Stäbe D und E in die geraden Richtungen CA und CB; (so daß CD entweder größer oder kleiner als CE und nicht CE gleich ist) in den Verlängerungen von CD, CE, DE, mache man FD = CD, EG = CE, HD und EI = DE, und stecke in F,

G, I und H Stäbe ein. Hierauf setze man bei L einen Stab so ein, daß er sowohl mit G und I, als auch mit E und A in geraden Richtungen sich befindet, so ist GL = CA. Auf gleiche Weise setze man in K einen Stab ein, der mit H, F und DB in geraden Richtungen ist, so wird FK = CB sein. Man messe beide Längen GL und FK, und trage die dafür gefundenen Maaße auf die Verlängerungen von CA und CB, so daß CM = FK = CB und CN = GL = CA ist, so wird MN = AB sein, und anstatt AB gemessen werden können. (Lehm. Geom. §. 21 und 31.)

2. Auflösung. Fig. 102.

Man stelle, wie in der vorigen Auflösung, die Stäbe in D u. E in die Richtungen CA und CB. Zur Seite von CA und CB wähle man zwei willkührliche Punkte F und K; ferner bestimme man durch die Auflösung der zweiten Aufgabe LN = AC, und GI = BC, messe diese Längen, und trage die dafür gefundenen Maaße auf die Verlängerungen von AC u. BC, so daß CO = GI = CB u. CP = LN = AC wird, so ist OP = AB. (Lehm. Geom. §. 21 u. 31.)

3. Auflösung. Fig. 103.

Man stecke in gerader Linie und gleich weit von C zwei Stäbe G und F ein, so daß GC = CF und G, C und F Punkte einer geraden Linie sind. Aus G und F stecke man in die geraden Richtungen AG und BF zwei Stäbe D und I.

Man messe DC und CI, und trage die dafür gefundenen Maaße rückwärts auf die Verlängerungen dieser Linien, so daß DC = CE und IC = CH ist. Mit AC und FE in einerlei Richtung, stecke man den Stab L, ferner mit CB und GH in einerlei Richtung den Stab K aus, so ist LK = AB und kann dafür gemessen werden.

Zus. Die in den Zusätzen der 1. und 2. Auflösung der 1. und 2. Aufgabe angegebenen Abkürzungen können bei der ersten und zweiten Auflösung der vorstehenden Aufgabe mit Nutzen angewendet werden.

4. Aufgabe.

Es sei die Capitale einer Bastion durch einen in der Verlängerung derselben ausgesteckten Stab zu bestimmen.

Auflösung. (Fig. 104.)

Man stellt genau in die Verlängerung der Facen AB und AC zwei Stäbe E und D auf, und wendet zur Messung der Entfernungen AD u. AE die zweite Aufgabe an. Nun findet man den Abstand DF des zwischen D und E auszusteckenden Stabes F, welcher den Winkel DAE halbirt, folgendermaßen; es wird DE unmittelbar gemessen, so ist:

$$AD : DF = AE : EF$$

d. i. $$AD : DF = AE : DE - DF$$

$$AE.DF = AD.DE - AD.DF$$

$$\frac{AE.DF + AD.DF = AD.DE}{DF\,(AE + AD) = AD\,.\,DE}$$

$$DF = \frac{AD\,.\,DE}{AE + AD} = x.$$

Es sei z. B. AD = 2305′, AE = 4245′

$$\frac{DE = 4785'}{\text{so ist } x = \frac{2305\,.\,4785}{2305+4245} = \frac{11029425}{6550} = 1683'.}$$

Anleit. z. Beweise. Man verlängere AE, mache AG = AD,
so ist △ AFE ∽ △ GDE und GD ∥ AF.
folglich AG : DF = AE : EF.
Es ist aber AG = AD
folglich AD : DF = AE : EF.

5. Aufgabe.

Die Entfernung zweier Gegenstände A und B, Fig. 105, zu welchen man wegen eines Hindernisses nicht hinmessen kann, durch Hülfe zweier sehr weit entfernten Richtpunkte zu messen.

Auflösung.

Man wähle zwei weit entfernte Richtpunkte I und K, und nehme eine Standlinie CD an, deren Endpunkt C mit A und I in einer Richtung liegt. Man gehe nach c, und lasse in der Richtung Ic einen Stab i ausstecken, ferner lasse man in der Richtung cK einen Stab k ausstecken. Nun geht man in der Richtung ci mit zwei Stäben vor, (welches geschieht, wenn man mit den Stäben c

und i in einer geraden Linie bleibt) und läßt sich durch einen hinter D stehenden Gehülfen mit einem Stabe auf A einrichten, so daß dieser Stab a sowohl in der Richtung DA, als auch in der Richtung ci steht. Auf gleiche Weise gehe man auch mit dem andern Stabe in der Richtung cK vorwärts, bis b, wo der Gehülfe bei D ihn in der Richtung DB einrichtet. So steht a im Durchschnittspunkte der Richtungen DA und ci, und b im Durchschnittspunkte der Richtungen GB und cK. Man messe ab, so ist dieselbe ein solcher Theil von AB, als cD von der Standlinie CD.

Anleit. z. Beweise. Da die Objecte K u. I sehr weit entfernt sein sollen, so kann man ohne großen Fehler CA parallel ca und CB parallel cb annehmen, mithin Winkel ACD gleich Winkel acD; CDB = cDb; BCD = bcD. Folglich △ ACD ∽ △ acD und △ BCD ∽ △ bcD. Daher:

$$DA : Da = DC : Dc$$
$$BD : bD = DC : Dc$$

also $$DA : Da = BD : bD.$$

Folglich wegen des gemeinschaftlichen Winkels ADB △ ABD ∽ △ abD, mithin

$$AB : ab = BD : bD = DC : Dc,$$

folglich ist ab ein solches Stück von AB als cD von CD.

6. Auf=

B. Aufnahme von Grundstücken und krummen Linien durch Kette und Stäbe.

6. Aufgabe.

Aufnahme eines Grundstücks, (eines Feldes, einer Wiese u. dergl.)

1. Auflösung. Fig. 106.

Man stecke in den Winkelpunkten A, B, C, D, E, F und G Absteckestäbe oder Meßfahnen aus, messe sodann alle Umfangs-Linien und die Diagonalen der Figur, z. B. AB, BC, CD, DE, EF und FG, ferner BG, BF, BE und BD, so kann man nach verjüngtem Maaßstabe die Figur auf dem Papier zeichnen.

Anm. Alle solche Aufgaben, durch welche nicht allein der Flächeninhalt der Figur, sondern auch das Bild der Grenzen in der Karte oder dem Plane bestimmt werden soll, erfodern zur geometrischen Verzeichnung ein Brouillon. Unter dieseu verstehet man einen auf dem Papier, bloß nach dem Augenmaaß mit Bleistift gezeichneten rohen Entwurf, der durch die Umfangslinien der aufzunehmenden Fläche gebildeten Figur. In diesem Entwurf verzeichnet man alle wirklich gemessenen Linien, und schreibt an jede derselben ihr durch die unmittelbare Messung gefundenes Maaß, so kann man während der Messung nicht allein immer beurtheilen, ob alle zur Verzeichnung erfoderlichen Stücke wirklich gemessen worden, sondern auch nach demselben und nach S. 7 u. 8 die Verzeichnung verrichten.

Die Anfertigung dieses Brouillons geschiehet ge-

wöhnlich vor Anfang der Messung, man gehet zu diesem Zweck mit einem der Grenzen kundigen Landmann die Umfangslinien der aufzunehmenden Fläche durch und bemerkt zugleich, welche Umfangslinien unmittelbar gemessen werden können, oder welche mittelbar zu bestimmen sind, und kann sogleich beurtheilen, wie und was die Oekonomie der Messung zu messen vorschreibt.

2. Auflösung. Fig. 107.

(Wenn innerhalb der Figur ein Hinderniß nicht gestattet, die Diagonalen unmittelbar zu messen.)

Man messe alle Umfangslinien der Figur AB, BC, CD, DE, EF, FG und GA. Um die Neigung, welche diese Linien bilden, in der Zeichnung bestimmen zu können, messe man die ausspringenden Winkel entweder durch gleiche Verlängerung der Schenkel, oder durch Verlängerung eines Schenkels, oder durch das Abstecken gleicher Längen auf den Schenkeln folgendermaßen:

1) Man verlängert beide Schenkel des Winkels A, macht AH = AI: z. B. 5 oder 10°, und mißt HI, oder:

2) Man verlängert einen Schenkel des Winkels C, macht CN = CM, z. B. 5 oder 10°, und mißt MN, oder:

3) Man steckt auf beiden Schenkeln des Winkels D gleiche Längen ab, und macht OD = DP, mißt sodann OP, so ist die Größe des Winkels D bestimmt, und kann derselbe in der Zeichnung nach dem Brouillon aufgetragen werden.

Die einspringenden Winkel B und E kann man nach folgenden Methoden bestimmen, entweder:

1) Man verlängert einen Schenkel des Winkels B bis L, macht BL = BK, und mißt KL; oder

2) Man bestimmt den Winkel E durch Messung von FD, und verzeichnet die gemessenen Linien nach ihrer Lage in ein Brouillon, nach welchem sodann die Verzeichnung nach S. 7 und 8 verrichtet wird.

7. Aufgabe.

Das Ufer eines Flusses zu bestimmen. (Fig. 108.)

Auflösung.

Man stellt in die Hauptkrümmungen des Flusses Absteckstäbe auf, wählt dann zur Seite des Flusses schickliche Standlinien AB, BC, CD, mißt von diesen nach den Stäben in E, F, G, H. I und K, entwirft dann nach den dafür gefundenen Maaßen die Figur auf dem Papiere, und zeichnet die zwischen die Punkte fallenden Biegungen des Ufers entweder nach dem Augenmaaß oder nach Aufgabe 20 ein.

8. Aufgabe.

Die Breite eines Flusses Fig. 109 zu messen.

Auflösung.

Nachdem man dicht an dem jenseitigen Ufer des Flusses einen kenntlichen natürlichen Richtpunkt

B ausgesucht hat, nimmt man möglichst parallel mit dem Flusse und etwas abwärts von demselben, die Linie CD als Standlinie an, von deren Endpunkten C und D man nach B die Linien CA u. DE, ferner nach A u. E, DA u. CE mißt, durch welche man die Figur auf dem Papier zu verzeichnen im Stande ist. Dann nimmt man nach verjüngtem Maaßstabe die Flußbreite von der Zeichnung ab.

Aus diesen zwei letzten Aufgaben findet man leicht, wie man mit der Meßkette und den Absteckstäben Punkte in beiden Flußufern zugleich bestimmen und verzeichnen kann.

C. Messung unzugänglicher Weiten mit der Meßkette, den Absteckstäben und dem Winkelkreuz.

9. Aufgabe.

Es soll die Entfernung eines Gegenstandes B, Fig. 110, vom Standorte A gefunden werden.

Auflösung.

Man steckt in der geraden Richtung AB einen Stab C aus, errichtet auf A und C zwei rechte Winkel DAC und ECB durch das Winkelkreuz, den catadioptrischen Zirkel, oder einen in Grade getheilten Winkelmesser. Auf dem Schenkel AD des rechten Winkels DAB mißt man eine Länge AD (= s) ab, richtet den zu AC rechtwinklig stehenden Stab E genau in die Richtung DB ein, ohne dessen rechtwinklige Lage zu AC zu verrücken, und mißt CE (= S) und AC (= E). Bezeichnet man CB mit

x, so hat man wegen der ähnlichen Dreiecke ABD und CBE

$$AD : AB = CE : BC$$

d. i. $S : E + x = S : x$

Hieraus folgt $Sx = Es + sx$

und $Sx - sx = Es.$

$x (S - s) = Es.$

Folglich $$x = \frac{Es}{S - s}.$$

Es sei z. B. $S = 1° 2'$

$s = 1°$

$E = 1° 9'$

So ist $$x = \frac{19°}{2'} = 9° 5'.$$

10. Aufgabe.

Messung einer unzugänglichen Weite AB durch Hülfe des rechten Winkels, Fig. 111.

Auflösung.

Man errichtet in A auf AB einen rechten Winkel BAE, indem man zwei Stifte des in A aufgestellten Winkelkreuzes auf B einrichtet und nach S. 118 über die andern zwei Stifte den Stab E einrichtet, sucht dann in der Verlängerung von AE einen Punkt C, errichtet in demselben den rechten Winkel BCF auf BC, und stellt den Stab D genau der Richtungen AB und CF, so ist △ BAC s △ CAD und es verhält sich:

$$AD : AC = AC : AB.$$

Setzt man $AB = x$, so ist:

$x = \frac{AC^2}{AD}$ gleich der zu findenden Breite des Flus-

ses. Könnte man AD nicht unmittelbar messen, so messe man CD, so ist:

$AD^2 = CD^2 - AC^2$, und $AD = \sqrt{(CD^2 - AC^2)}$

Hieraus folgt nach oben:

$$x = \frac{AC^2}{AD} = \frac{AC^2}{\sqrt{(CD^2 - AC^2)}}.$$

11. Aufgabe.

Messung einer unzugänglichen Weite AB, Fig. 112, mittelst des rechten Winkels und des Winkels von 45 Graden.

Auflösung.

In A richtet man auf B das Winkelkreuz ein, und steckt in C rechtwinklig zu AB einen Stab C aus. In der Verlängerung, der durch die Stäbe A und C bestimmten geraden Linie, sucht man nach der, S. 118 beschriebenen Methode den Punkt D auf, so daß der Winkel $ADB = 45°$ ist, so ist auch der Winkel $ABD = 45°$, folglich $AD = AB$, und kann dafür gemessen werden.

Anm. Diese wirklich kurze und praktisch sehr leicht ausführbare Aufgabe, machte der berühmte Astronom, Herr von Zach 1802 im Aprilstücke der Mon. Corr., mit der Beschreibung des Fallonschen Spiegellineals, zugleich bekannt. Diese Aufgabe, welche sich mir im Praktischen sehr nützlich bewährte, gab mir den Stoff

zur Erfindung der folgenden, mit (*) bezeichneten Aufgaben, von welchen ich die 16te Aufgabe meinem Freunde, dem Dr. Schulze=Montanus, mitgetheilt habe. Ungeübte, welche die 11te Aufgabe noch nicht praktisch gelöset haben, könnten glauben, es sei mühsam den Punkt D gegen A und B unter dem Winkel von 45° zu finden; allein ich versichere, daß dieses nicht der Fall ist, und daß dieser Punkt schnell und genau zu finden ist. Wendet man aber, statt des Winkelkreuzes, das Spiegellineal, den optischen Winkel (s. Netto Beschreib. d. Spiegelwerkzeuge, Dresden bei Arnold) den Reflector, catadioptrischen Zirkel oder den Sextanten an, so gelangt man nach dieser Methode geschwinder, als nach jeder andern, zu dem gesuchten Resultate.

Ist AB beträchtlich groß, so würde man viel Zeit verlieren, wenn man AD = AB machen und dafür messen wollte, besser ist es daher, AD nur einen aliquoten Theile $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, oder $\frac{1}{n}$ von AB gleich zu machen. Deshalb gab ich dem Winkelkreuze die, S. 119 beschriebene Einrichtung des kürzern Armes, welche, wenn das Kreuz beschriebenermaßen eingerichtet ist, dazu dienet, AD = $\frac{1}{3}$ AB abzustecken, wie folgende Aufgabe lehret.

12. Aufgabe. (*)

Es sei der nte Theil der unzugänglichen Entfernung AB, Fig. 113, zu bestimmen.

Auflösung.

Man richte, eben so, wie in der vorigen Aufgabe, aus A den Stab D rechtwinklig zu AB ein, und suche in der Verlängerung von AD den Punkt

C, wo, wenn das Winkelkreuz, so wie die Figur zeigt, aufgestellt ist, die Visirlinie über die Stifte c und b nach B und über c und a nach A trifft, so ist C auf dem Erdboden unter dem Stifte c von A nur in den nten Theil von AB entfernt, folglich: $n.AC = AB$.

Bew. Der Abstand ce des Stiftes c von der Mitte e des Kreuzes, sei dem nten Theile der Entfernungen $be = ae = de$ gleich,

$$\text{so ist } be : ce = 1 : \frac{1}{n}.$$

Da aber der Bedingung nach, sowohl c, b u. B als auch c, a und A in gerader Linie und c über C liegen,

so ist $\triangle$ bce $\sim$ $\triangle$ ABC,

und $ce : be = AC : AB$,

also auch $\frac{1}{n} : 1 = AC : AB$.

$$\text{Folglich } AB = AC : \frac{1}{n} = n.AC.$$

13. Aufgabe. (*)

Es sei die Entfernung AB, zu deren Endpunkten A und B man nicht kommen kann, zu messen.

1. Auflösung. (Fig. 114.)

Man wähle zur Seite der zu messenden Entfernung AB einen Punkt D, von welchem man A und B sehen kann, und richte aus D zu AD und zu BD in G und H zwei Stäbe, mit dem Winkel-

kreuze (oder den Spiegelwerkzeugen) ein, so daß DG rechtwinklig zu AD und DH rechtwinklig zu BD ist. Bestimmt man nun in den Verlängerungen von DG und DH (nach Anleitung der 11ten Aufgabe) die Punkte C und E, und macht dadurch CD = AD und DE = BD, so ist auch CE = AB und kann dafür gemessen werden.

Bew. CD = AD und DE = BD, zufolge der nach Aufgabe 11 verrichteten Construction

$\angle$ ADC = $\angle$ p + $\angle$ o = R

$\angle$ BDE = $\angle$ o + $\angle$ m = R

also $\angle$ p + $\angle$ o = $\angle$ o + $\angle$ m daher $\angle$ p = $\angle$ m

Folglich $\triangle$ ABD $\overline{\sim}$ $\triangle$ CDE

mithin AB = CE.

2. Auflösung. (Fig. 115.)

Man wählet, wenn die Beschaffenheit des Terrains die vorige Auflösung nicht gestattet, den Punkt D nahe an der zu messenden Weite AB und richtet zu AD rechtwinklig den Stab G auf einer Seite von AD und auf der entgegengesetzten Seite von AD den Stab H zu BD rechtwinklig ein. Bestimmt man dann durch den Winkel von 45 Graden in den Verlängerungen von DG und DH die Punkte C und E nach Aufgabe 11, so ist CD = AD und DE = BD, folglich auch CE = AB und kann dafür gemessen werden.

Wenn man zu dieser und der vorigen Auflösung die Auflösung der 12ten Aufgabe anwendet,

um $CD = \frac{1}{n} AD$, und $DE = \frac{1}{n} BD$ zu machen, so ist auch dann $n.CE = AB$.

14. Aufgabe. (*)

Eine Weite AB, Fig. 116, zu deren Endpunkten A und B man von einem in der Linie AB gegebenen Punkte C nicht gelangen kann, zu messen, und durch einen zwischen A und B auszusteckenden Stab G zu halbiren.

Auflösung.

Es sei C der in gerader Linie mit A und B liegende Zwischenpunkt. Man richte aus C zu BC oder AC einen Stab D rechtwinklig ein, gehe dann in die Verlängerung von CD, suche den Punkt E unter 45° zu A und C, und den Punkt F unter 45° zu C und B, so wie die 11te Aufgabe lehrt, so ist $CE = AC$ und $CF = BC$, folglich $EF = BC - AC$. Mißt man EF und mißt von C nach B $\frac{1}{2} EF = CG$ ab, so ist G der Halbirungspunkt der Linie AB. Um die Weite AB zu bestimmen, messe man CE und EF, so ist $2 CE + EF = AB$.

Hat man aber anstatt $CE = AC$ und $CF = BC$, nach Aufgabe 12 $CE = \frac{1}{n} AC$ und $CF = \frac{1}{n} BC$ gemacht; so ist $EF = \frac{1}{n} BC - \frac{1}{n} AC$ u. $AB = 2n.CE + n.EF$.

15. Aufgabe. (*)

Aus einem Punkte C, Fig. 114, zu einer unzugänglichen und ungemessenen Weite AB eine Senkrechte CE auszustecken.

Auflösung.

Die erste Auflösung der 13ten Aufgabe dienet zur Auflösung dieser Aufgabe, nur daß man hier umgekehrt verfährt, zuerst das Winkelkreuz im Punkte C aufstellt, auf AC einrichtet, den Stab G unter den Winkel von 45° einrichtet, und dann in der Verlängerung von CG den Punkt D gegen A und C unter dem rechten Winkel aufsucht. Dann richtet man aus D zu BD rechtwinklig in H einen Stab ein und sucht in der Verlängerung von DH unter 45° gegen B und D den Punkt E auf, so ist nicht allein CE = AB, wie S. 345 bewiesen, sondern auch CE rechtwinklig zu AB.

Bew. Denkt man CE verlängert, bis dieselbe in dem Punkte F die AB schneidet, so ist ∠ AFC = R.

Denn nach S. 345 ist △ ABD ≅ △ CDE weil AD = CD, BD = DE, ∠ p + ∠ o = R und ∠ p = ∠ m, daher auch ∠ n = ∠ q.
Es ist aber ∠ n + ∠ s = 2 R (Lehm. Geom. §. 12.)

$$\frac{\angle n = \angle q}{\text{folglich. } \angle q + \angle s = 2\,R.}$$

$$\angle p + \angle o + \angle q + \angle s + \angle AFC = 4\,R$$

(Lehm. Geom. §. 122.)

und da $\angle p + \angle o + \angle q + \angle s = 3\,R.$

So ist $\angle$ AFC = R.

Hat man durch Anwendung der Auflösung der 12ten Aufgabe $DC = \frac{1}{n} AD$ und $DE = \frac{1}{n} BD$ gemacht, so ist ebenfalls $CE = \frac{1}{n} AB$ senkrecht zu AB, denn dann ist $\triangle$ CDE $\sim$ $\triangle$ ABD, weil AD : DC = BD : DE ist.

16. Aufgabe. (*)

Durch einen Punkt C zu einer unzugänglichen Entfernung AB, Fig. 114, deren Maaß unbekannt ist, eine Parallele abzustecken.

Auflösung.

Man bestimmt nach der 13ten Aufgabe den Punkt E, stellt sodann in C das Winkelkreuz, richtet es auf E ein, und richtet auf beiden Seiten von CE die Stäbe I und K rechtwinklig zu CE ein, so ist IK die durch den Punkt C gehende Parallele zu AB, weil CE senkrecht zu AB u. IK ist.

17. Aufgabe. (*)

Es sind die Punkte A, B, C, Fig. 117, welche ein Dreieck ABC bilden, auf dem Felde gegeben, es soll, weil man in A, B und C keinen Winkelmesser aufstellen kann, ein dem Dreiecke ABC ähnliches Dreieck KLM abgesteckt werden, dessen Winkel anstatt jener nicht unmittelbar meßbaren,

sodann Behufs einer Triangullrung gemessen werden sollen.

1. Auflösung
(innerhalb des Dreiecks ABC.)

Mit dem Winkelkreuz suche man zwischen AB, BC und AC die Punkte D, E und F unter den Bedingungen, daß $AD > \frac{AB}{2}$, $BE > \frac{BC}{2}$, $CF > \frac{AC}{2}$ sei. So wie auf jeder Dreiecksseite unter diesen Bedingungen die Orte der Punkte D, E, F gefunden, so steckt man auch zugleich mit dem Winkelkreuz die Stäbe G, H und I in senkrechter Richtung auf AB, BC und AB ab.

Zu der Bestimmung der Punkte D, E, F, G, H, I ist das Winkelkreuz das beste und zweckmäßigste Werkzeug, da es zu dieser Aufgabe nicht einmal richtig zu sein braucht, wenn man nur immer einerlei Lage des Werkzeugs in den Zwischenpunkten der Dreiecksseiten beibehält.

Dann bestimmt man durch Einstecken von Stäben die Durchschnittspunkte K, L, M der Linien DG und FI, DG und EH, EH und FI, so bilden die drei Punkte K, G, M ein Dreieck, welches dem Dreieck ABC ähnlich ist; in diesem Dreieck KML ist aber der $\angle p = \angle B$, $\angle r = \angle C$, $\angle s = \angle A$. Folglich können mit dem Winkelmesser, wie in den folgenden Abschnitten gelehrt werden

wird, die Winkel p, r, s anstatt der Winkel A, B, C gemessen werden.

Bew. Wenn auch ∠ o, ∠ o′ und ∠ o″ nicht = R, sondern nur unter sich gleiche Winkel sind, so ist dennoch ∠ r = ∠ C, ∠ p = ∠ B, und ∠ s = ∠ A, folglich △ KLM ∽ △ ABC.

Da ∠ o = ∠ o′ = ∠ o″

∠ o + ∠ u = 2 R.

und ∠ o + ∠ n + ∠ m + ∠ u = 4 R,

so ist ∠ n + ∠ m = 2 R,

es ist aber ∠ p + ∠ m = 2 R.

Folglich ∠ n = ∠ p.

Oder ∠ B = ∠ p

∠ o′ + q = 2 R

∠ t + ∠ C = 2 R.

∠ t + ∠ r = 2 R.

Folglich ∠ r = ∠ C.

Da B = p, C = r, so muß auch A = s sein.

2. Auflösung, Fig. 118 und 119.
(außerhalb des Dreiecks ABC.)

In dem Punkte M, Fig. 118 richte man den Stab E zu AM, ferner den Stab F zu BM und endlich den Stab D zu CM unter einem Winkel v (den die Stifte b, a und d des Winkelkreuzes, Fig. 119 bilden) ein, so daß ∠ AME = ∠ BMF = ∠ CMD, Fig. 118, = ∠ bad, Fig. 119, ist. Dann sucht man in den Verlängerungen von EM, FM und DM die Punkte G, H und I mit dem

Winkelkreuze unter den rechten Winkel zu A und EM, ferner zu B und FM und endlich zu C und DM auf, so ist △ GHI ∽ △ ABC, weil GM = $\frac{1}{n}$ AG, HM = $\frac{1}{n}$ BH und IM = $\frac{1}{n}$ CI ist.

Anm. Wenn man von M aus die Stäbe D, E und F auch unter dem rechten Winkel aussetzt, und sodann nach Aufgabe 12 die Längen MG = $\frac{1}{n}$ AM, ferner MH = $\frac{1}{n}$ BM und endlich MI = $\frac{1}{n}$ CM macht, so bilden die in I, G und H stehenden Stäbe ebenfalls ein dem △ ABC ähnliches △ GHI.

Zus. Durch Messung der Längen GM, HM, IM, GI, GH und IH kann man sogleich die Entfernungen AM, BM, CM, AC, AB und BC bestimmen, denn erstere sind die nten Theile der letzteren.

18. Aufgabe.

Einen Weg, Durchschlag oder Gestelle, durch einen Wald, Fig. 120, abzustecken, so daß derselbe von einem diesseits gegebenen Punkte A in gerader Linie nach einem jenseit des Waldes bestimmten Punkt B führt.

Auflösung.

Um durch den Wald die gerade Linie, deren Endpunkte A und B gegeben sind, abzustecken, neh-

me man zuerst in der Verlängerung von AB einen Punkt C an. Diesen Punkt C kann man nur durch Hülfe von Feuersignalen, welche des Abends oder Nachts in B gegeben werden, während man sich in der Gegend bei A befindet, bestimmen. Man trifft mit einem Gehülfen die Verabredung, daß er in B zu bestimmten Zeiten entweder nach und nach Raketen steigen läßt, oder daß er einen Pechkranz an einer langen Stange befestigt, dieselbe auf den Gipfel des höchsten B zunächst stehenden Baumes bindet und zur bestimmten Zeit den Pechkranz anzündet. Wenn diese Uebereinkunft getroffen ist, gehet man kurz vor Anzündung der Feuersignale nach A, setzt in A eine hellbrennende Laterne nieder, und gehet einige hundert Schritt von A abwärts nach der Gegend zu, wohin man die Verlängerung der Linie AB vermuthet. Sobald als man dort das Feuersignal erblickt, so richtet man sich so ein, daß die in A brennende Laterne und das in B erscheinende Feuer in eine Vertikale fallen, und bezeichnet den so gefundenen Standort C, damit man ihn am Tage wiederfinden kann, durch ein Piket, welches man daselbst einschlägt. Dieser gefundene Punkt C wird nun mit A eine solche Linie bilden, die wenigstens nur unbedeutend von der Richtung AB abweicht.

Um aber die Richtung der Linie zwischen A und B im Innern des Waldes genau zu bestim-

men, messe man von A aus, sich rückwärts auf A und C einrichtend, mit der Meßkette durch den Wald. Bei dieser Messung sucht man zuerst den von A entferntesten Punkt E, in welchen man noch A und C sehen kann, und richtet einen Stab in E in der Verlängerung von AC auf A und C ein, dann geht man so weit als A und E sichtbar sind, von E bis F fort und richtet in diesem Punkt F einen zweiten Stab G in der Verlängerung von AE ein, so verfährt man, bis man zuletzt in der Verlängerung der letzten zwei Stäbe F und G einen Punkt D findet, der außerhalb des Waldes ist und von welchem aus man B sehen kann, wenn nämlich D nicht mit B in einerlei Richtung fällt.

Trifft man bei der Absteckung dieser Linie AD auf Bäume, welche die Einrichtung auf zwei bereits abgesteckte Stäbe in irgend einem Punkte verhindern, so müssen diese gefället werden.

Während der Bestimmung der Punkte E, F, G, D läßt man durch die Gehülfen die Weiten AE, AF und AG so genau als möglich messen, die dafür gefundenen Maaße notiren und zu gleicher Zeit in den Punkten E, F, G und D Pflöcke oder Pikets einschlagen, damit, wenn während des Messens ein Stab gestohlen, oder von dem Wilde umgeworfen wird *), der Punkt, wo er gestanden hat, leicht wieder zu finden ist.

*) Wilde und zahme Sauen werfen die in Wäldern

Zwischen D und G suche man mit dem Winkelkreuze den Punkt d, wo aus B eine Senkrechte Bd auf AD hintrifft, und messe Gd und BD, so lassen sich aus dem bei d rechtwinkligem Dreieck, dessen Katheten Ad und Bd bekannt sind und den Längen AE, AF und AG die Längen EH, FI u. GK berechnen, deren Endpunkte H, I und K mit A und B in eine gerade Linie fallen, wenn man diese Längen EH, FI und GK aus E, F und G unter rechten Winkeln zu Ad abmißt.

Denn es ist $\triangle$ AEH $\backsim$ $\triangle$ AFI $\backsim$ $\triangle$ AGK $\backsim$ $\triangle$ AdB

Folglich $Ad : Bd = AG : GK$; $GK = \frac{BD \cdot AG}{Ad}$

ferner $Ad : Bd = AF : FI$; $FI = \frac{BD \cdot AF}{Ad}$

und $Ad : Bd = AE : EH$; $EH = \frac{Bd \cdot AE}{Ad}$

$\frac{BD}{Ad}$ ist ein beständiger Factor, den man, wenn viel solche Senkrechte zu berechnen sind, vorher berechnet; und, um zu einer bestimmten Länge

---

ausgesteckten Stäbe vorzüglich dann um, wenn die Stäbe selbst roth angestrichen, oder die Fahnentücher von rothem Zeuge sind; sie zerreißen dann das rothfarbige Zeug. Mir ist dieses mehrmal geschehen, und ich fand immer, daß nur der rothe Theil des Fahnentuchs, nie aber der weiße zerrissen waren.

AG (Abscisse), die dazu gehörige Senkrechte GK (Ordinate) zu finden, mit dieser Länge AG multipliciret.

Hat man Papier und Zeichenmaterialien zur Hand, so trägt man nach einem verjüngten Maaßstabe das Dreieck AdB auf, mißt auf der aufgetragenen Ad die Längen AE, AF und AG ebenfalls nach verjüngtem Maaßstabe ab, errichtet aus den Punkten E, F und G Senkrechte, und mißt deren Längen EH, FI und GK durch Hülfe des verjüngten Maaßstabes. Diese Längen sind aber nach dieser Methode durch die Zeichnung nicht so genau als nach der ersteren Methode durch Rechnung zu bestimmen.

19. Aufgabe.

Aufnahme einer Figur, Fig. 121, durch Hülfe des Winkelkreuzes und Berechnung des Inhalts derselben.

Auflösung.

Die Winkelpunkte der Figur werden abgesteckt, und mit Hülfe des Winkelkreuzes auf den Diagonalen AC und CE die Perpendikel BG, FH, FI und DK gefällt. Diese Diagonalen mißt man, desgleichen auch die Perpendikel, und berechnet den Inhalt jedes einzelnen Dreiecks als ein Produkt der halben Höhe und Grundlinie, oder umgekehrt, so giebt die Summe der Inhalte der einzelnen Dreiecke, den Inhalt der ganzen Figur. Man sucht es da-

bei so einzurichten, daß immer zwei Dreiecke eine gemeinschaftliche Grundlinie haben.

Will man die Figur zeichnen, so muß man außerdem noch die Abstände AG, AH, CI, und CK messen.

20. Aufgabe.

Es sei die krumme Linie ABCDEFGH, Fig. 122, z. B. die Richtung einer Grenze, eines Abzugsgraben ꝛc. zu bestimmen.

Auflösung.

Man wählt zur Seite der zu bestimmenden krummen Linie schickliche Standlinien aD und Di, die Winkel, welche diese mit einander bilden, mißt man nach Anleitung der 2ten Auflösung der 6ten Aufgabe. Die Punkte A, B, C, D, E, F, G, H und I, in welchen sich die krumme Linie stark krümmt, werden mit Absteckstäben besetzt, und dann auf den Standlinien aD und Di die Punkte a, b, c, d, e, f, g, h und i mit den Winkelkreuz gesucht, wo die Perpendikel von den mit Absteckstäben bezeichneten Punkten A, B, C, D ꝛc. hintreffen.

Nennt man die Stücke ab, ac, aD, De, DL, Df, Dg, Dh und Di der Standlinien aD und Di Abscissen, und die Perpendikel Bb, Cc, Ee, Ff, Gg und Ii die Ordinaten, und nimmt die einerseits liegenden positiv (+), die entgegengesetzt liegenden aber als negativ (—) an, so kann man Behufs der Zeichnung, die ganze Messung in folgende Tabelle bringen, die zur Verzeichnung der Figur nützlich ist.

Abscisse.			Ordinate.				Winkel der Standlinie.
Bezeichnung.	Länge.		Bezeichnung.	Länge.		Lage.	
	Ruthen.	Fuß.		Ruthen.	Fuß.		
ab	4°	2′	Bb	4	7	+	
ac	8	0,5	Cc	3	3,9	+	
ad	11	4,8	D	0	0	0	∠ ADi = 130° 8′ dessen Lage —.
de	14	6,8	Ee	3	9,4	—	
dL	15	1,5	L	0	0	0	
df	17	2	Ff	2	8,6″	+	Oder, wenn die Winkelbestimmung durch gemessene Schenkel und Sehne geschieht, s. Aufgabe 6, so bemerkt man in dieser Rubrik, Länge der Sehne u. der Schenkel.
dg	20	8,4	Gg	1	8,2	+	
dh	22	6	H	0	0	0	
ꝛc.	..		ꝛc.			ꝛc.	

21. Aufgabe.

Die Figur eines Sees (oder Waldes) Fig. 123 nach voriger Aufgabe zu bestimmen.

Auflösung.

Man wählet die Standlinien AB, BC, CD, DE und EA, steckt die Punkte a, b, c, d, e u. s. w., wo sich die Anfangslinien der Figur krümmen, ab, mißt deren senkrechte Abstände af, cg, dh, ie u. s. w. von AB, ferner die Abstände der Punkte f, b, g, h, i ꝛc. von dem Punkte A, und bringt das Ganze, entweder nach voriger Aufgabe, in eine Tabelle, oder schreibt die Maaße in ein von der Figur und den gemessenen Linien entworfenes Brouillon. Die Winkel, unter welchen die Standlinien gegen einander geneigt sind, bestimmt man nach der 6ten Aufgabe, und zeichnet zuletzt die krummen Linien zwischen zwei und zwei Punkten, entweder nach vorhergehenden Methoden, oder nach dem Augenmaaße an Ort und Stelle ein.

22. Aufgabe.

Eine Weite AB, Fig. 124, zu deren Endpunkt B man nicht kommen kann, durch Hülfe des Winkelkreuzes zu messen.

Auflösung.

Man richte aus A mit dem Winkelkreuz einen Stab D rechtwinkelig zu AB ein, messe AD, und stecke in gerader Linie zwischen A und D den Stab C aus, dessen Abstand CD von D $= \frac{1}{n}$ AD ge-

macht wird. In D setze man das Winkelkreuz ein, richte es mit einem Schenkel des Kreuzes nach A, und stecke rechtwinkelig zu AD in E einen Stab aus. Wenn man nun in der Verlängerung von DE den Durchschnittspunkt F der Richtungen BC und DE aufsucht, so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ABC u. CDF, $DF = \frac{1}{n} AB$ u. n. $DF = AB$.

23. Aufgabe.

Es sei die Größe eines Winkels bad, Fig. 74, mit der Meßkette und durch Hülfe der im Anhange beigefügten zweiten Tafel nach Graden und Gradtheilen zu bestimmen.

Auflösung.

Man messe auf den Schenkeln des zu messenden Winkels bad gleiche Längen $ab = ad = 30'$ ab, setze in dadurch bestimmten Punkten b und d Stäbe ein, und messe nun den Abstand bd der Stäbe auf das genaueste nach Fußen und Zollen des Decimalmaaßes, so ist das dafür gefundene Maaß die Sehne des zu messenden Winkels, für den Halbmesser von $30'$. — Für diesen Halbmesser sind nun in der 2ten Tafel die Sehnen bereits berechnet, und man kann dort finden, wie viel Grade der Winkel enthält. Fände man z. B. die Basis bd des Winkels bad $= 15'\ 8''$, so findet man, wenn diese Zahl in der Sehnentafel aufgesucht wird, neben derselben die Zahl der Grade des Winkels bad $= 30°\ 32'$.

Vierter Abschnitt.

Gebrauch des Meßtisches zur Messung unzugänglicher Weiten, zur Aufnahme der Figuren oder Grundstücke, und der Berge.

Der Meßtisch kann zu obigen Zwecken auf mannigfaltige Weise angewendet werden. Hierdurch entspringen verschiedene Methoden des Aufnehmens mit dem Meßtisch, nämlich:

1) Das Vorwärtsvisiren und Messen.
2) Das Umziehen oder aus dem Umfange aufnehmen.
3) Das Vorwärtsvisiren und Vorwärtsabschneiden.
4) Das Seitwärtsabschneiden; und
5) das Rückwärts-Einschneiden oder Stationiren.

Keine dieser Methoden kann allein zur genauen Aufnahme einer Gegend dienen; denn dieser Zweck kann nur durch eine kluge Verbindung aller Methoden am besten erreicht werden, deshalb ist es nöthig, daß der Aufnehmer alle diese verschiedenen Methoden

den kennen lernt, und jedesmal diejenige in der Praxis anwende, welche am kürzesten und richtigsten zur Erreichung seiner Absicht dienet. Ich werde daher alle diese Methoden nach obiger Ordnung erläutern, und jedesmal Winke zu ihrer zweckmäßigsten Anwendung in der Praxis geben.

Erste Methode. Entfernungen und Grundstücke durch das Vorwärtsvisiren und Messen mit dem Meßtische zu messen und aufzunehmen.

1. Aufgabe.

Die unzugängliche Entfernung AB, Fig. 125, mit dem Meßtische zu bestimmen.

Auflösung.

Der mit Papier überzogene Meßtisch wird in C aufgestellt, und senkrecht über C in c eine Nadel in das Meßtischblatt eingestochen. An diese Nadel legt man das Diopterlineal an, richtet es nach A, und ziehet dicht an der Kante des Lineals (mit einem breit gespitzten harten Bleistift) die Linie cd, auf gleiche Weise visirt man ohne das Meßtischblatt zu verrücken, nach B, und ziehet ce. Hierauf nimmt man den Meßtisch über den Punkt C weg, und läßt von C nach A und B mit der Kette messen. Die für CA und CB gefundenen Maaße nimmt man von dem bestimmten verjüngten Maaßstabe ab, trägt sie auf die, auf dem Meßtischblatt gezogenen Bleilinien cd und ce auf, so erhält

man in a und b die verhältnißmäßigen Lagen der Punkte A und B, und kann ab nach verjüngtem Maaßstabe messen. Denn △ ABC ∽ △ abc und ca : CA = ab : AB ꝛc. (Lehm. Geom. §. 108.)

2. Aufgabe.

Ein Grundstück aus einem innerhalb desselben gewählten Punkte, G Fig. 126, aufzunehmen.

Auflösung.

Ueber den innerhalb der Figur gewählten Punkt G stellt man den Meßtisch auf, sticht in den senkrecht über diesem Punkte auf dem Meßtischblatte befindlichen Punkte g eine Nadel, und visirt, das Diopterlineal an diese Nadel anlegend, nach den in den Winkelpunkten der Figur aufgestellten Stäben A, B, C, D, E, F. Nachdem man auf dem Meßtische die Richtungen der Visirlinien gn, gh, gi, gk, gl und gm mit Bleistift gezogen hat, nimmt man den Meßtisch über dem Punke G weg, und läßt GA, GB, GC, GD, GE und GF mit der Kette messen. Die für diese Längen gefundenen Maaße werden von einem verjüngten Maaßstabe abgenommen, und aus g auf die gleichnamigen Visirlinien aufgetragen, so erhält man, die Lage der Punkte A, B, C, D, E und F in a, b, c, d, e und f auf dem Meßtische, und wenn man diese Punkte mit geraden Linien verbindet, eine dem Ganzen ähnliche Figur.

Anm. Wäre der Punkt G außerhalb der Figur gewählt

worden, so würde man auf ähnliche Weise verfahren und nach allen Winkelpunkten der Figur sowohl auf dem Meßtische die Visirlinien ziehen, als auch von dem Standpunkte nach den Winkelpunkten mit der Kette messen, und die für die Entfernungen derselben gefundenen Maaße nach dem verjüngten Maaßstabe auf die gezogenen Visirlinien auftragen.

Diese Methode des Aufnehmens wird bei der Aufnahme der Gegenden zu der Bestimmung der Gassen in Dörfern, Straßen in Städten, und der Wege im Innern der Wälder angewendet. Sie dienet überhaupt bei denen Vermessungen, welche zum Behuf der Anfertigung eines Steuer-Catasters unternommen werden, zur genauesten Bestimmung der Grenzlinien eines Grundstücks, oder zur Bestimmung der Entfernungen der Winkelpunkte einer Figur aus einem Standorte, wenn man mit einem dazu besonders eingerichteten Diopter- oder Perspectivlineal, S. 139 Fig. 40, oder Diopterfernrohr versehen ist.

Vor dem Oculare eines solchen Perspectivs muß an dem gewöhnlichen Fadenkreuze der horizontale Faden nicht einfach, sondern doppelt sein. Diese beiden Horizontalfäden laufen mit einander parallel und dienen zur Bestimmung der Weiten AG, BG, CG, DG, GE und GF, Fig. 126, aus dem Standorte G. Folglich dienet das Perspectivlineal als Distanzmesser aus einer Station nur mit einer

weit erhöheten Genauigkeit, als der sogenannte Diastimeter des Prediger Romershausen.

Zu diesem Perspectivlineal muß man sich eine 10 Fuß lange, 4 Zoll breite, 1 Zoll dicke Latte anfertigen lassen, an deren schmaleren Seite in der Mitte ein gewöhnliches Diopterlineal senkrecht mit der Visirlinie auf die breitere Oberfläche der Latte befestigt ist, so daß, wenn man dieses Diopterlineal auf einen Gegenstand einrichtet, die Latte senkrecht zur Visirlinie stehet. Wenn diese Latte mit Oehlfarbe weiß angestrichen worden, so wird 2 Fuß, vom untern Ende derselben entfernt, ein schwarzer Querstrich gezeichnet, und dann dieselbe folgendermaßen, für mehrere Entfernungen, zum Gebrauch eingetheilt. Man stellt das Perspectivlineal so, daß man Gegenstände, die 600 Fuß entfernt sind, deutlich sieht, stellt den Meßtisch auf einer Ebene auf, richtet ihn horizontal und läßt einen Gehülfen die Latte in dem Endpunkt einer vorher mit der Kette genau gemessenen Weite von 300 Fußen senkrecht auf den Boden stellen. Den untern Horizontalfaden des Perspectivlineals richtet man genau auf den unten an der Latte verzeichneten Strich ein, und läßt den Gehülfen ein schwarz angestrichenes Papier langsam von unten nach oben auf der Latte verschieben, bis der obere Horizontalfaden des Perspectivlineals die obere Kante des geschwärzten Papieres genau abschneidet, dann ziehet der Gehülfe da, wo die obere Kante des Papiers

auf der Latte lag, mit Oehlfarbe einen schwarzen Strich und schreibt mit großen Ziffern die Zahl 300' an diesen Strich, u. s. w. Wenn die Latte auf einem Punkte A, Fig. 126, aufgestellt ist, der Gehülfe dieselbe mittelst des daran befindlichen Dioptrlineals nach dem Meßtisch gerichtet und den Aufnehmer den untern Horizontalfaden auf dem untern Strich der Latte eingerichtet hat, so siehet derselbe nach, welche Zahl von Fußen der obere Horizontalfaden des Perspectivlineals abschneidet; findet er z. B. 120, so nimmt er von dem verjüngten Maaßstabe 120 Fuß ab, trägt sie aus g nach a auf die nach A gezogene Visirlinie, und bestimmt auf diese Weise, ohne Kettenmessung, die Weite AG. auf dem Meßtische.

Zweite Methode des Aufnehmens mit dem Meßtische, durch Umziehen oder aus dem Umfange.

Diese Methode kann nur zur Aufnahme des Umfangs von Grundstücken, z. B. sumpfigen Wiesen, Seen, Wäldern, Abschnitten im Innern großer Wälder u. dgl. m. gebraucht werden. Sie ist, wenn man nicht die größte Genauigkeit beobachtet, vielen und großen Fehlern ausgesetzt, welche nebst ihren Ursachen in der Folge angegeben werden. Um nun denjenigen, welchen die Umstände zwingen, diese Methode anzuwenden, vor diesen Fehlern zu sichern,

sollen der Auflösung der Aufgabe die streng zu beachtenden praktischen Regeln vorangehen.

1) Ist die Figur von einer Ebene ohne Gehölz umgeben, so wähle man die möglichst geringste Zahl von Standorten, indem man diese, so weit als es nöthig ist, abwärts von der aufzunehmenden Figur aufsucht, und von denselben aus nach folgender Methode, Aufgabe 4, die Umfangslinien des Waldes bestimmt.

2) Ist dies aber nicht der Fall, sondern die Figur nur ein Abschnitt im Innern eines grösern Waldes, dann lasse man, wenn es erlaubt ist, Diagonalen EC oder EB, Fig. 127, durchlichten, und benutze diese zur Untersuchung des richtigen Standes vom Meßtische. Im Gegentheil muß auf jedem Standort der Meßtisch mit der größten Sorgfalt, mittelst der Zange über dem bemerkten Standort eingelothet, und alle Anfangslinien müssen mit der möglichsten Genauigkeit gemessen und aufgetragen werden.

3) Alle zur Bezeichnung der Standorte ausgesteckten Stäbe, müssen vollkommen senkrecht aufgestellt, nach ihrer Mitte und auf dem Meßtische dicht an der Nadel weg visirt, und vorzüglich während der Arbeit der Meßtisch vor der geringsten Verrückung in Acht genommen werden.

3. Aufgabe.

Einen Wald nach dieser Methode aufzunehmen.

Auflösung.

In No. 1 wird in A der Meßtisch aufgestellt, in a die Nadel gestochen, nach B visirt ab gezogen. Man messe AB, ab wird nach verjüngtem Maaß = AB gemacht. In No. 2 wird der Meßtisch so über B aufgestellt, daß b über B und ba in der Richtung BA liegt, in b wird die Nadel gestochen, nach C visirt und bc gezogen, nun messe man BC, und trage das Maaß von BC aus b in c. In No. 3 wird der Meßtisch so über C aufgestellt, daß c über C und cb in der Richtung CB liegt, in c wird die Nadel gestochen, nach D visirt und cd gezogen.

Man mißt ferner CD, und macht cd nach verjüngtem Maaße = CD.

So verfährt man in allen übrigen Standpunkten bis in No. 4, ea = EA ist, und ea und ab sich gemeinschaftlich im Punkte a vereinigen, welches der Beweis der genauen Arbeit ist.

Fig. 128 und 129 stellen die Fehler dar, welche bei dem Umziehen statt finden, es kann nämlich wie in Fig. 128:

1) Der Endpunkt a, von ea, mit dem Anfangspunkt a von ab, eine solche Lage haben, daß ea, und ab sich in einem Punkte schneiden;

dann sind entweder die Umfangslinien zu lang, oder die Winkel zu klein bestimmt worden.

2) Oder wenn, wie in Fig. 129, der Endpunkt a, von ea, und der Anfangspunkt a von ab, so von einander abstehen, daß sich ea, und ab nicht schneiden; dann ist entweder der Fehler in zu kurzen Umfangslinien, oder in zu großen Winkeln zu suchen.

Man kann in beiden Fällen nur an Ort und Stelle den Fehler untersuchen und ihm abhelfen.

Wenn dieser Fehler bei einer aufgenommenen Figur statt findet, so sagen die recipirten Feldmesser: die Figur schließe nicht, und hauen gewöhnlich den gordischen Knoten durch.

Dritte Methode des Aufnehmens mit dem Meßtisch, durch Vorwärtsvisiren und Vorwärtsabschneiden.

Auf dieser Methode beruhet die geometrische Netzlegung, ferner wendet man dieselbe zur Bestimmung aller unzugänglichen Objecte, zur Parcellirung der Fluren u. dgl. m. an. Sie ist zu den vorzüglichsten Methoden zu rechnen, und gewährt die größte Genauigkeit demjenigen, der vertraut mit der Behandlung des Werkzeugs ist.

4. Aufgabe.

Die Entfernung zweier Punkte A und B, Fig. 130 nach dieser Methode zu bestimmen.

Auflösung.

Zur Seite der zu bestimmenden Entfernung AB, Fig. 130, wähle man eine, der zu bestimmenden Entfernung angemessene Grund- oder Standlinie CD. Ueber den Anfangspunkt C der Standlinie CD stelle man den Meßtisch auf, stecke in den auf dem Meßtische senkrecht über C auf dem Felde bestimmten Punkt c eine Nadel, lege an diese das Diopterlineal, visire nach dem Endpunkt D der Standlinie, und ziehe die Richtung cd auf dem Meßtische aus. Nun visire man, ohne den Meßtisch im geringsten zu verrücken, sowohl nach A, als nach B, und ziehe ebenfalls die Richtungen von CA und CB in ce und cf aus. Der Meßtisch wird über c weggenommen, und CD mit der Kette oder nach Schritten ausgemessen. Von dem verjüngten Maaßstabe wird die für CD gemessene Länge abgenommen, und auf dem Meßtische auf die Linie cd aus c aufgetragen, so ist d der verhältnißmäßige Endpunkt der verjüngten Standlinie.

Nun gehet man nach D, stellt über D den Meßtisch so auf, daß d senkrecht über D ist, sticht in c und d Nadeln, legt an diese und die Standlinie cd das Diopterlineal an, und bewegt den Meßtisch so lange horizontal herum, bis der Faden des Objectivdiopters den Punkt c genau halbirt. Hierauf visirt man wie in dem ersten Standorte von d aus sowohl nach A als auch nach B, und ziehet

die Visirlinien da und db nach diesen Punkten A und B aus, so bestimmen die Durchschnittspunkte a und b der Visirlinien des ersten und zweiten Standes, die Entfernung AB nach demselben verjüngten Maaßstabe, und da:

$$ab : AB = cd : CD$$

ist, so kann die Länge von AB durch die Ausmessung von ab mit dem verjüngten Maaßstabe gefunden werden.

Anm. Bei der Wahl der Standlinie sind folgende Regeln zu beobachten. Sie ist entweder möglichst parallel mit der zu bestimmenden Weite oder so, daß sie dieselbe möglichst senkrecht durchschneidet, zu legen, ferner suche man ihre Anfangs- und Endpunkte so zu wählen, daß die von der Standlinie aus zu bestimmenden Punkte, mit derselben, Winkel zwischen 40 bis 90° bilden; denn bilden sie kleinere oder größere Winkel, so schneiden sich auch die Visirlinien unter zu stumpfen oder zu spitzigen Winkeln und bestimmen die Punkte nicht mit der nöthigen Genauigkeit auf dem Meßtische.

Die Ueberzeugung von der richtigen Bestimmung der Punkte auf dem Meßtische, ist dadurch zu erlangen, daß in der Standlinie außer den Standorten in ihren Endpunkten noch ein Standort, ungefähr in der Mitte derselben gewählt wird, wo ebenfalls Visirlinien nach den zu bestimmenden Punkten gezogen werden. Durchschneiden sich dann die drei Visirlinien, welche in drei Standorten nach einerlei Richtpunkt gezogen wurden, in einem Punkte, so ist dieser Punkt als vollkommen richtig anzunehmen, heißt ein Punkt erster Ordnung; und kann entweder di-

rect oder indirect zur Bestimmung anderer Punkte dienen, je nachdem dieser Punkt entweder als künftiger Standort des Meßtisches, oder als Hauptpunkt zur Richtung des Meßtisches und zur Bestimmung des Standorts nach der vierten und fünften Methode des Aufnehmens gebraucht wird. Punkte, die hingegen nicht von drei Visirlinien genau geschnitten worden, können nur zur Bezeichnung der Lage unbedeutender Gegenstände gebraucht werden, und heißen Punkte der zweiten Ordnung.

5. Aufgabe.

Es sei ein Grundstück ABCD, Fig. 131, nach derselben Methode mit dem Meßtisch aufzunehmen.

Auflösung.

Im Innern der Figur (oder auch außerhalb derselben) wählt man eine Standlinie XY, stellt über X den Meßtisch auf, bestimmt x senkrecht über X, sticht in x eine Nadel, legt an diese das Diopterlineal an, visirt nach Y und allen Winkelpunkten der aufzunehmenden Figur, und ziehet die Visirlinien xy, xa, xb, xc und xd. Wenn diese Visirlinien gezogen sind, nimmt man den Meßtisch über x weg, läßt XY messen, und trägt xy verjüngt auf die nach Y gezogene Visirlinie xy.

Sobald dies verrichtet ist, begiebt man sich mit dem Meßtische in den andern Endpunkt Y der Standlinie XY, sticht in y und x Nadeln, legt an diese das Diopterlineal, bringt y auf dem Meßtisch genau vertikal über Y auf dem Felde, und durch

horizontale Drehung des Meßtisches xy auf dem Meßtische, genau in die Richtung von XY auf dem Felde.

Nun visiret man aus y nach den Punkten A, B, C und D und giebt die Durchschnittspunkte a'' b'' c'' und d'' der Visirlinien ya' yb' yc' und yd' auf den aus dem ersten Standpunkte gezogenen Visirlinien xa, xb, xc und xd an, so sind diese Punkte die Winkelpunkte der Figur in der Aufnahme.

Da in No. 1 nach B die Visirlinie xb gezogen wurde, und in No. 2 nach B, yb' gezogen ist, welche xb und den Punkt b'' durchscheidet, so muß auch der Punkt b'' der zu B verhältnißmäßige Punkt sein.

Denn XY des Feldes, proportional xy des Meßtisches.

In No. 1 deckt ∠ bxy den ∠ BXY
In No. 2 = ∠ b'yx den ∠ BYX,

Folglich △ XBY ∽ △ xb'y
und xy : yb' = XY : YB
ferner xy : xb = XY : XB.

Dasselbe läßt sich für alle Dreiecke erweisen, in welche die Figur durch die gezogenen Visirlinien zerfällt wird.

6. Aufgabe.

Das Ufer eines Flusses nach dieser Methode zu bestimmen. Fig. 132.

Auflösung.

Zur Seite des Flusses wähle man eine oder

mehrere Standlinien, z. B. XY, Fig. 132, und bestimme auf dem Meßtische nach der 4ten Aufgabe von den Endpunkten dieser, durch den Durchschnitt der Visirlinien die gegenseitige Lage einiger kennbaren Objecte am Ufer, z. B. Bäume, Steine, Sträucher, oder in deren Ermangelung die am Ufer ausgesteckten Stäbe A, B, C, D, und zeichne zwischen den, auf dem Meßtische bereits bestimmten Punkten a'' b'' c'' und d'' die Form des Flußufers nach dem Augenmaaße, jederzeit an Ort und Stelle ein.

Vierte Methode des Aufnehmens mit dem Meßtische, durch Seitwärts-Abschneiden.

Diese Methode wird hauptsächlich zur Bestimmung der Lage des Standortes auf dem Meßtische, und zum proportionalen Abschneiden, der Länge unbestimmter Linien gebraucht, wenn man auf dem Felde den Standort in einem Alignement zweier Punkte wählt.

7. Aufgabe.

Die Lage zweier Punkte A und B, Fig. 133, auf dem Meßtische aus einer bereits bestimmten Entfernung CD, deren Endpunkt C zugänglich ist, nach dieser Methode zu bestimmen.

Auflösung.

Ueber C wird der Meßtisch so aufgestellt, daß der Endpunkt c der verjüngt aufgetragenen Weite cd (= CD) mit CD in einerlei Richtung ist. In

c wird eine Anschlagnadel gestochen, von diesem Punkte aus nach A visirt, und die Visirlinie cx gezogen. Im zweiten Standorte A wird der Meßtisch über A aufgestellt und cx auf C eingerichtet, so wird, weil xcC eine gerade Linie und der Winkel dcx ≅ DCA ist, auch cd parallel CD sein. Sticht man nun in d eine Anschlagnadel, legt an diese das Diopterlineal, visirt mit demselben nach D und ziehet aus d die Richtung der Visirlinie dz rückwärts, so ist der Durchschnittspunkt a der Visirlinien cx und dz der senkrecht über A liegende zu bestimmende Punkt.

Aus diesem Punkte a, in welchem nun die Anschlagnadel eingestochen wird, visirt man nach B und ziehet aus demselben die Visirlinie ay. Im B wird der Meßtisch über B aufgestellt, und ya auf A eingerichtet, so ist cd ebenfalls parallel CD. In d wird die Nadel gestochen, an diese das Diopterlineal gelegt, nach D visirt und aus d die Visirlinie dv rückwärts gezogen, so ist der Durchschnittspunkt b der Visirlinie ay, und dv der senkrecht über B liegende Punkt.

Hätte man aus C im ersten Standorte nach B visiren, und die Visirlinie cw ziehen können, so wäre es nicht nöthig gewesen, sich in B mit dem Meßtische aufzustellen, indem im zweiten Standorte die Lage des Punktes B durch den Durchschnittspunkt der Visirlinien cw und cy bestimmt wird.

Der dritte Standort würde dann nur zu einer Controle der Messung dienen.

8. Aufgabe.

Nach derselben Methode den Umfang einer Stadtmauer oder eines Waldes, mittelst eines im Innern liegenden Punktes C (eines Thurms oder ausgezeichnet hohen Baumes,) und einer außerhalb gemessenen Standlinie AB, zu bestimmen.

Auflösung.

Man wählt, zur Lösung der Aufgabe, so dicht an den Mauern, als es der zu visirende Punkt C; Fig. 134 erlaubt, die Standlinie AB. Aus den Endpunkten A und B der Standlinie AB bestimmt man durch Vorwärtsabschneiden nach Aufgabe (4) sowohl die Lage des Punktes c und ziehet zugleich nach zwei im voraus gewählten Standorten D und G aus a u. b die Visirlinien ag u. bd auf dem Meßtische. Man gehet mit dem Meßtische nach D, stellt ihn über diesem Punkt so auf, daß db in die Richtung DB kömmt, steche in c eine Nadel, visire von c nach C, und ziehe die Visirlinie cd rückwärts, so hat man, wie in der vorigen Aufgabe, die Lage des Punktes d bestimmt. So bestimmt man ferner e, f, g und erhält dadurch eine geschlossene Figur, in welcher man die Lage der Stadtmauer entweder von jeder Standlinie AB, BC, CD, DE, EF, FG und GA nach Aufgabe 20 des dritten Abschnitts, oder nach der 4. Aufgabe dieses Abschnitts bestimmt.

9. Aufgabe.

Es sind auf dem Meßtische zwei Punkte a und b, Fig. 135, gegeben, es soll durch diese ohne unmittelbare Messung irgend einer Linie, die Lage eines Standorts C in dem Alignement oder Verlängerung von AB, und durch diesen die Lage der Punkte D, E und F auf dem Meßtisch bestimmt werden.

Auflösung.

Man sucht den Punkt C, in der Verlängerung von AB aus. Ueber diesem Punkt C stellt man den Meßtisch horizontal auf, bringt ab mit AB in einerlei Richtung, verlängert ab auf dem Meßtische, und nimmt in der gezogenen Verlängerung dieser Linie einen Punkt c einstweilen als den mit C auf dem Felde übereinstimmenden Punkt an. Aus diesem falschen, bloß nach dem Augenmaaße bestimmten Punkt c ziehet man nach den zu bestimmenden Punkten E und F Visirlinien ce, cf und nach x und y visirend die Richtung cy, eines Alignements XY, in welchem man den zweiten Standort wählen will. Ist dieses verrichtet, so geht man nach No. II, stellt dort den Meßtisch horizontal auf, und bringt cy genau in die Richtung von XY. Man sticht in den Punkt a eine Nadel, legt daran das Diopterlineal, visirt nach dem festen Punkte A des Feldes, und ziehet in dieser Richtung an dem Diopterlineal aus a rückwärts die Visirli-

nie ad. Dasselbe verrichtet man in b, visirt nach B, ziehet bd aus b rückwärts, und erhält dadurch den Ort des Durchschnitts d, der den auf dem Felde gewählten zweiten Standort D auf dem Meßtische bestimmt. In diesen bestimmten Punkt d wird eine Anschlagnadel gestochen, an dieselbe das Diopterlineal angelegt, nach x visirt und auf dem Meßtische aus d die Visirlinie dh gezogen. Der Durchschnittspunkt der Visirlinie dC bestimmt auf der Linie ag den zum ersten Standorte gehörigen Standpunkt g, und es ergiebt sich, daß in der Annahme des Pmktes c nach dem Augenmaaße auf der Linie ag, um die Weite cg gefehlt worden ist, weshalb vor allen andern Arbeiten die aus dem fehlerhaften Punkte c im ersten Standorte gezogenen falschen Visirlinien ce, cf ꝛc. verbessert werden müssen.

Dieses verrichtet man dadurch, daß man aus dem für den ersten Standort nun richtig bestimmten Punkte g parallele Linien gi und gk mit den aus dem falschen Punkte c gezogenen Visirlinien ce und cf ziehet, und letztere auslöscht. Man visirt nun aus d nach E und F, und bestimmt durch die aus d gezogenen Visirlinien dlE und dmF auf den verbesserten Visirlinien gi und gk des ersten Standortes, die Lage der Punkte e′ und f′ auf dem Meßtische. Auf gleiche Weise verfährt man bei mehrern Punkten.

10. Aufgabe.

Es soll die Lage des Punktes E, Fig. 136, gegen die gegebene Standlinie AB nach dem verjüngten Maaßstabe bestimmt werden, man kann sich weder in dem Punkte A und B, noch in der Verlängerung der Standlinie AB, sondern einzig und allein zwischen den Punkten A und B in das Alignement stellen.

Auflösung.

Diese Aufgabe unterscheidet sich von der vorigen bloß durch die Aufstellung des Meßtisches im ersten Standpunkte, zwischen den Punkten A und B, aber in allen übrigen ist sie der vorigen Aufgabe völlig gleich.

Man bringe den Meßtisch nach dem Augenmaaß in die Linie zwischen A und B, lege das Visirlineal an ab, und bewege den Meßtisch horizontal herum, bis der Faden der Diopter den Punkt A deckt; nun steche man die Nadel in b und visire nach B. Fällt die Visirlinie bB mit ab zusammen, so ist ab im Alignement von AB; macht hingegen die Visirlinie bB einen Winkel mit ab, z. B. wie den Winkel afb', so zeigt derselbe, daß ab noch nicht im Alignement von AB ist, und daß man sich AB mit dem Meßtische noch mehr nähern muß. Oder man richte sich zwischen die Endpunkte nach dem Seite 269, Fig. 79 gezeigten an dem Diopter.

Sobald nun die Punkte a und b ihre richtige Lage in der Linie AB erhalten haben, so nehme man ein willkührliches Alignement MN an, gehe eine beliebige Weite fort, bis zum zweiten Standort, richte dort auf dem zweiten Standpunkte den Meßtisch gehörig ein, ziehe die Visirlinie aA und bB zurück, von a nach c und b nach C, so durchschneiden sie sich in einem einzigen Punkt c; aus diesem Punkte c visire man nach E, nehme ein neues Alignement PQ durch den Punkt C, gehe darin bis zum dritten Standort III., finde auch hier durch Zurückziehen der Visirlinie Aa und Bb den Punkt d, und visire nochmals nach E, so giebt der Durchschnitt der beiden Visirlinien ce und de die verhältnißmäßige Lage des Punktes e''.

Anm. Man hätte auch, so wie in voriger Aufgabe, aus dem willkürlich angenommenen Punkte f in I eine Visirlinie nach E ziehen und im zweiten Standort die Lage des Punktes f auf ab berichtigen, sodann aber mit der Visirlinie nach E aus dem ersten Standort eine Parallele ziehen, und auf dieser durch eine aus c nach E gezogene Visirlinie den Punkt E auf dem Meßtische bestimmen können.

In den beiden letzten Aufgaben kann man, wenn auf dem Meßtische außer der verjüngten Standlinie noch die Lage eines zur Seite derselben liegenden Punktes (D Fig. 135 oder C Fig. 136) gegeben ist, nach Anleitung der 8ten Aufgabe auf dem Meßtische die Lage des Standorts, eben so wie in Aufgabe 8 die Lage der Standorte D und E Fig. 134 mittelst

des Punktes c auf dem Meßtische finden, dann fällt die Correction der Visirlinien des ersten Standpunkts durch Parallelen, wie sich von selbst verstehet, im zweiten Standorte weg.

11. Aufgabe.

Es soll die Lage des Punktes E, Fig. 137, gegen die Standlinie AB nach verjüngtem Maaßstabe bestimmt werden, jedoch unter der Bedingung, daß man sich nicht in das Alignement der Standlinie AB einsetzen kann, sondern in einer gewissen Entfernung vor derselben bleiben muß.

Auflösung.

Es kommt hier, wie in den vorigen Aufgaben, bloß darauf an, die verjüngte Standlinie ab, mit der wirklichen Standlinie AB parallel zu stellen. In den vorhergehenden Aufgaben wurde dies durch die Alignements erlangt; allein hier ist auch dieses Hülfsmittel nicht gleich anzuwenden, und man kann in dem Standorte I. der Linie ab die parallele Richtung mit AB nur nach dem Augenmaaß geben, weshalb auch in den mehrsten Fällen ab mit AB nicht parallel sein wird, z. B. wie in I.

Man ziehe aber dennoch die Visirlinie aA und bB rückwärts, so daß sie sich in c schneiden; nehme durch den Punkt C ein Alignement MN an, in welchen man vom ersten bis zum zweiten Standorte fortgehet, und sodann mn in MN einrichtet. Nun stecke man die Nadel in a, ziehe Aa rückwärts,

so schneidet dieselbe das Alignement mn in d. Aus diesem letztern Punkte visire man nach B, so wird die im ersten Stande aus c nach B visirte Linie cb in c geschnitten. Wäre ab mit AB im ersten Stande parallel gewesen, so müßte x und b ein und derselbe Punkt sein. Obgleich dieses hier nicht der Fall ist, so hat man doch durch das letztere Verfahren so viel erlangt, daß, wenn aus a nach x eine Linie gezogen wird, ax mit AB parallel läuft *). Es muß deshalb aB in die Richtung von ax gebracht werden; dieses ist am richtigsten dadurch zu bewirken, daß man das Diopterlineal an ax legt, und in einer weiten Entfernung sich den Punkt Q merkt, wohin die Linie ax ihre Richtung hat, oder welchen der Diopterfaden zufällig abschneidet, sodann das Diopterlineal an ab legt, und den Meßtisch horizontal herum bewegt, bis ab (Nun decke man in der Figur die Klappe auf) mit dem entfernten Gegenstande Q ein Alignement ist, so können nun die aus a nach A und aus b nach B visirten Linien rückwärts gezogen

---

*) Denn es ist cd als eine Standlinie verjüngt gleich CD auf dem Felde anzusehen, von deren Endpunkten c und d man im ersten und zweiten Standorte Visirlinien nach A und B gezogen hat. Diese haben auf dem Meßtische die Punkte a und x bestimmt. Mithin ist ax parallel AB.

werden, deren Durchschnittspunkt d den verhältniß=mäßigen Ort des gegenwärtigen Standes angiebt, von welchem aus, nach Anleitung der vorhergehenden Aufgaben, durch Alignements mehrere Standorte gefunden werden können.

Außer diesen Aufgaben, welche wir jetzt kennen lernten, muß man, ehe die fünfte Methode oder das sogenannte Rückwärtseinschneiden vorgetragen werden kann, wissen, wie man die Orientirung der zu einer Vermessung nöthigen Standlinie findet, welches folgende Aufgabe lehrt.

12. Aufgabe.

Es soll die Orientirung einer in Maaß gegebenen Entfernung gegen die Mittagslinie einer ihrer Endpunkte, Behufs einer Vermessung gefunden werden.

Auflösung.

A. Wenn eine Orientirboussole vorhanden, und die Abweichung (Deklination) der Magnetnadel gegen die Mittagslinie des Punktes bereits nach Graden bestimmt ist.

Diese Aufgabe kann statt finden, wenn die in einem bestimmten Maaße gegebene Entfernung zweier Punkte als einer Standlinie gebraucht werden soll, und die Randlinien des Meßtisches genau in der Richtung der Weltgegenden Süden, Westen, Norden und Osten liegen sollen.

Ueber dem bestimmten Endpunkt der auf dem Felde bestimmten Standlinie wird der Meßtisch aufgestellt, z. B. in A, Fig. 138. Man läßt nun die am Meßtische befestigte Orientirboussole C über der Abweichung, welche bekannt ist, einspielen, so zeigen die Sections- oder Randlinien nach den bestimmten Richtungen. Wäre für einen Ort A (Berlin) die bekannte Abweichung der Magnetnadel = 17½ Grad von Norden nach Westen, so drehe man mittelst der Schraube ohne Ende den Meßtisch so lange sanft herum, bis die Spitze a der Magnetnadel genau über 342½ Grad stehet (weil 360° — 17½° = 342½° ist) *), ziehe sodann eine Visirlinie ae, von a aus nach B visirend.

Ist bekannt, daß die Entfernung AB = 2560

*) Bei der Beobachtung des Einspielens der Magnetnadel sehe man nicht allein auf das Einspielen der Nordspitze, sondern auch zugleich auf das Einspielen der Südspitze, welche für das oben gegebene Beispiel bei 162½ Graden (= 180° — 17½°) einspielen muß, denn an einer Spitze der Nadel kann man das Einspielen nicht so genau bemerken, vorzüglich wenn man das Auge nicht senkrecht über den Mittelpunkt der Nadel hält. Hat die Orientirboussole keinen Gradring und ist die Abweichung nur auf dem Boden des Gehäuses durch einen Pfeil bemerkt, so sehe man ebenfalls auf das genaue Einspielen beider Nadelenden über der auf dem Boden gezogenen Linie.

Ruthen, so trägt man nach verjüngtem Maaßstabe diese Länge auf ae, und erhält dadurch die Lage des andern Punktes B = b in der Aufnahme.

B. Wenn keine Boussole vorhanden ist, und man selbst die Mittagslinie des Orts bestimmen muß.

Man ziehe die beiden Diagonalen AC und BD Fig. 139 (so in derselben nicht gezogen sind) so giebt ihr Durchschnittspunkt I den Punkt, um welchen durch die Schraube ohne Ende der Meßtisch herumbewegt wird, oder das Centrum desselben. Durch diesen Punkt ziehet man parallel zu AB und CD die Linie EF. Dann stellt man den Meßtisch genau mit dem Punkte I über den Anfangspunkt der gegebenen Standlinie oder Entfernung, richtet ihn horizontal, und dreht ihn nach dem Augenmaaße mit dem Punkte E nach Süden. Aus I beschreibt man mit einem Halbmesser von 6 — 8 Zollen mehrere concentrische Kreisbogen. Im Punkte I, oder genau an demselben stellt man einen Stift oder die Kante eines geradstehenden prismatischen Körpers auf, (oder die Kante AB einer Piramide ABDC, wo die Kante AB senkrecht zur Grundfläche ACD ist, s. Fig. 140,) dessen Höhe etwas länger als der Halbmesser der gezogenen Kreise sein muß. Um 9 Uhr Vormittags bei hellem Sonnenschein bemerke man den Punkt G, wohin die Spi-

tze des Sonnenschattens von dem in I aufgestellten Kör-
per geworfen wird und einen der Kreisbogen berührt.
Nachmittags um 3 Uhr wird der Punkt H bemerkt,
wo die Schattenspitze denselben Kreis berührt. Beide
Punkte G und H werden mit einer geraden Linie
GH, verbunden und diese Linie durch eine Senk-
rechte MN, halbirt, so ist diese Linie MN die Mit-
tagslinie. An diese gefundene Mittagslinie wird
das Diopterlineal angelegt, und in einer beträcht-
lichen Entfernung ein Stab P so ausgesteckt, daß
er in dieser Lage des Diopterlineals von den Diop-
tern genau durchschnitten wird.

Das Diopterlineal wird genau an die Linie
EF angelegt, und mit der Schraube ohne Ende der
Meßtisch horizontal herum bewegt, bis man den
ausgesteckten Stab P genau unter dem Faden des
Diopters erblickt, so ist EF in die Richtung der
Mittagslinie gebracht, und der Meßtisch vorgeschrie-
benermaßen orientirt.

Nun legt man das Lineal an I an, visirt
nach dem Endpunkt S, der als Standlinie gegebe-
nen Entfernung, ziehet deren Richtung IO auf dem
Meßtische aus, und trägt auf diese Linie IO das
bekannte Maaß von IS nach verjüngtem Maaßsta-
be; so geben die Randlinien der Section oder des
Meßtisches genau die Richtungen der vier Haupt-
Weltgegenden.

Anm. Die Bestimmung der Mittagslinie nach der letzt-

beschriebenen Art, darf nicht so nahe an den Tagen der Frühlings- oder Herbst-Tag- und Nachtgleiche (Aequinoctium) im März, April, September und October vorgenommen werden, sonst würde die Bestimmung dieser Linie um 1 oder 2 Minuten unrichtig werden. Besser ist es, sie an den Tagen der Sommer- oder Winter-Sonnenwende (Solstitium) im Juni, Juli oder December und Januar vorzunehmen.

Fünfte Methode des Aufnehmens mit dem Meßtische durch das Rückwärtseinschneiden oder Stationiren.

Diese Methode kann jedesmal angewendet werden, wenn die Lage von dreien auf dem Felde gegebenen Punkten bereits auf dem Meßtische bestimmt ist. Stellt man über einem Punkt des Feldes, wo diese drei Punkte sichtbar sind, den Meßtisch auf, so kann dadurch der Ort des Standpunkts auf dem Meßtische gegen die drei auf demselben gegebenen Punkte gefunden werden, wenn der gewählte Standort mit den drei Punkten weder in gerader Linie, noch in einem Kreise liegt. Der gefundene Punkt bildet dann mit den drei Punkten auf dem Meßtische eine Figur, ähnlich der, welche die drei Punkte auf dem Felde, mit dem Standorte unter diesem Punkte bilden.

Nach dieser Methode werden bei der Aufnahme einer Gegend, wenn nach den vorhergegangenen Methoden das trigonometrische oder geometrische Netz derselben angefertigt worden ist, die übrigen

Punkte des einzutragenden Terrains, z. B. auf Bergen, an den Ufern der Flüsse, oder Seen, in Straßen und Wegen bestimmt, indem entweder über oder neben den zu bestimmenden Punkt der Meßtisch aufgestellt wird.

Unter dem Namen des Problems der vier Punkte ist diese Methode, welche nur aus einer Aufgabe bestehet, längst bekannt; sie soll der holländische Geometer Willebrord Snellius ums Jahr 1614 erfunden haben; nach ihm machte im Jahr 1692 der französische Geometer Pothenot *) eine Auflösung dieser Aufgabe bekannt. In spätern Zeiten haben Lambert, Kästner, Mayer, Pfleiderer, Cagnoli, Burkhard, Olbers, Langsdorf, Delambre, Vega, Lehmann u. a. m. für diese Aufgabe, theils geometrische, theils trigonometrische Auflösungen bekannt gemacht. Alle diese Auflösungen anzuführen, würde nichts nutzen, ich begnüge mich, diejenigen auszuheben, welche von wirklich praktischem Nutzen sind. In gegenwärtigem Abschnitte findet man vier verschiedene Auflösungen dieser Aufgabe mit dem Meßtische, nämlich:

---

*) Problème de géométrie pratique: Trouver la position d'un lieu, qu'on ne peut voir, des principaux points d'où l'on observe; Mémoires de l'Ac. Roy. des Sciences 1692 p. 188 der pariser Ausgabe, p. 276 der Holländ.

1) Durch Umtragung der Peripheriewinkel in einem Kreise.

2) Durch Verzeichnung zweier excentrischen Kreise, welche sich in dem zu bestimmenden Punkte schneiden.

3) Durch Annäherung:

a) Nach Lehmann, mit einem Visirliniendreieck (fehlerzeigenden Dreieck.)

b) Nach der von mir gefundenen Auflösung durch proportionale Theilung der Sehne eines Kreises, und aus zwei entgegengesetzt liegenden Visirlinien = Dreiecken.

13. Aufgabe.

Es ist auf dem Meßtische die Lage dreier auf dem Felde liegenden Richtpunkte gegeben, es soll aus diesen Punkten auf dem Meßtische die Lage des willkührlich auf dem Felde gewählten Standorts, von welchem man die drei auf dem Felde liegenden Richtpunkte siehet, gegen die drei Punkte auf dem Meßtische bestimmt werden; wenn der auf dem Felde gewählte Standort weder mit den drei auf dem Felde gegebenen Richtpunkten in gerader Linie, noch in der Peripherie eines Kreises liegt.

Untersuchung über die Lage des zu wählenden Standorts.

Die drei auf dem Felde gegebenen Punkte können entweder ein Dreieck bilden, oder in einer graden Linie liegen; wir wollen zuerst annehmen, die

drei gegebenen Punkte bildeten das Dreieck ABC, Fig. 141, und untersuchen, welche Lagen des Standorts gegen dieselben statt finden. Denkt man durch die drei Punkte A, B, C einen Kreis gelegt, so kann der Standort des Meßtisches gegen das Dreieck ABC und den Kreis folgende Lagen haben:

1) In den Winkelpunkten des Dreiecks ABC in A, B oder C.

2) In den Seitenlinien AB, BC und AC, z. B. in a.

3) In der Verlängerung dieser Seitenlinien, z. B. in b.

4) Innerhalb des Dreiecks und Kreises in D.

5) Außerhalb des Dreiecks und innerhalb des Kreises in E.

6) Außerhalb des Dreiecks und Kreises einer Seite gegenüber in F.

7) Außerhalb des Dreiecks und Kreises im Vertikalwinkel der verlängerten Seiten, oder einem Winkel des Dreiecks gegenüber in G.

8) In der Peripherie des durch die Punkte ABC gelegten Kreises in H.

Der erste, zweite und dritte Fall gehört nicht zur Aufgabe des Rückwärtseinschneidens, weil in diesen drei Fällen die Orientirung des Meßtisches und die Lage des Standorts entweder bestimmt ist, oder doch leicht nach Aufgabe 9 oder 10 bestimmt werden kann.

Im achten Falle hingegen ist aus später zu erörternden Gründen die Lage des Standorts nach allen Auflösungsarten unbestimmbar.

Liegen aber die drei auf dem Felde gegebenen Punkte in einer geraden Linie, so sind nur zwei Lagen des Standorts möglich, nämlich:

1) In der Verlängerung der geraden durch die drei Punkte auf dem Felde bestimmten Linie.

2) Zur Seite der durch die drei Punkte bestimmten Linie,

wovon der erste Fall aus leicht einzusehenden Gründen unauflösbar ist. Demnach sind überhaupt nur vier Lagen des Standorts gegen drei Punkte, welche ein Dreieck bilden, und eine Lage gegen drei in gerader Linie liegende Punkte möglich.

Erste Auflösung der Aufgabe.

Durch Umtragung der Peripheriewinkel in einem Kreise.

A) Wenn die drei Punkte ein Dreieck ABC Fig. 142 bilden.

1) Der Standort D innerhalb des Dreiecks ABC.

Wenn der Meßtisch auf dem Felde über den zu bestimmenden Punkt D Fig. 142 mit dem darauf verzeichneten △ abc, Fig. 143, welches dem △ ABC, Fig. 142 ähnlich, horizontal aufgestellt ist, so wird auf dem Meßtischblatte, ohne den Meßtisch zu orientiren, nahe an dem Orte Fig. 143 wo man

glaubt, daß der zu bestimmende Punkt hinfällt, ein Punkt d′ willkührlich angenommen und in demselben eine Nadel eingestochen.

Von dieser Nadel d′ aus, visirt man nach den Richtpunkten A, B und C, Fig. 142, und ziehet die drei Visirlinien d′a′, d′b′ und d′c′, Fig. 143 auf dem Meßtische aus, so bilden diese, zwei Winkel m″ und n″, welche einen gemeinschaftlichen Scheitelpunkt d′ haben, und den zwei Winkeln m und n, Fig. 142, welche die drei Richtpunkte A, B, C, mit dem Standorte D bilden, einzeln genommen gleich sind.

Wenn der willkührliche Punkt d′ einen ganzen Fuß von einer aus D, Fig. 142 auf dem Felde gedachten Vertikallinie abweicht, so verändert diese Abweichung dennoch nur so wenig die Größe der Winkel m″ und n″ Fig. 143, daß der Unterschied mit keiner Bleilinie zu bemerken ist, folglich ist ∠ m (Fig. 142) = ∠ m″ (Fig. 143) und ∠ n (Fig. 142) = ∠ n″ (Fig. 143) ohne Fehler anzunehmen. Der rechts der mittleren Visirlinie d′a′ liegende Winkel n″ wird über der Grundlinie bc des Dreiecks abc am linken Endpunkte b aufgetragen, so daß ∠ n′ = ∠ n″. Der links d′a′ liegende Winkel m″ wird über bc rechts aufgetragen, so daß ∠ m′ = ∠ m″. Hierauf verlängert man die Schenkel bf und cg der aufgetragenen Winkel n′ und m′ nach der Gegend hin,

wo sie sich schneiden (für diesen Fall rückwärts), so bestimmt der Durchschnittspunkt der verlängerten Schenkel einen Punkt e, welcher mit dem Punkte a und dem noch zu bestimmenden Standpunkte in gerader Linie liegt.

Hierauf wird der rechts von ae liegende ∠ p über bc links aufgetragen, so daß ∠ p' = ∠ p, dann wird der links von ae liegende ∠ q über bc rechts aufgetragen, so daß ∠ q' = ∠ q; so schneiden die verlängerten Schenkel dieser Winkel sich auf ae in dem zu bestimmenden Punkt d.

Beweis.

Es soll ∠ adb = ∠ m'', und ∠ adc = ∠ n'' sein;

wenn ∠ m' = ∠ m'', ∠ n' = ∠ n'', ∠ p' = ∠ p und ∠ q' = ∠ q ist.

Denkt man in Fig. 143 den Punkt d bereits gegen a, b und c in der richtigen Lage bestimmt, ferner durch b, d und c einen Kreis, und durch a und d eine grade Linie gezogen, so muß letztere in irgend einem Punkte den Kreis schneiden: Es sei dies im Punkte e, so denke man ferner die Linien be, ce, bd und cd gezogen und be und ce aus b und c in grader Linie bis f und g verlängert, so ist:

∠ m' = ∠ m'', ∠ n' = ∠ n'' nach der

∠ cbe = ∠ cde als Peripheriewinkel üb. d. Bogen ce
∠ bce = ∠ bde = = = = be
∠ m′ + bce = 2 R.
∠ adb + bde = 2 R.

Folgl. ∠ adb = ∠ m′ = ∠ m″ Fig. 143 = ∠ m Fig. 142.

∠ n′ + cbe = 2 R.
∠ adc + cde = 2 R.

Folgl. ∠ adc = ∠ n′ = n″ Fig. 143 = ∠ n Fig. 142.

∠ p = ∠ p′ als Peripheriewinkel über dem Bogen cd
∠ q = ∠ q′ = = = = = bd

Zus. I. Da △ ABC Fig. 142 auf dem Felde ähnlich dem △ abc Fig. 143 auf dem Meßtische und ∠ BAC = ∠ bac, ∠ ABC = ∠ abc, endlich ∠ ACB = ∠ acb ist, so wird, wenn man ebenfalls durch B, C, D einen Kreis durch A und D eine grade Linie AE, und die Linien BD, CD, BE und CE auf dem Felde gezogen denkt, wegen ∠ m = ∠ adb Fig. 143 und ∠ n = ∠ adc Fig. 143 nach vorigem erwiesen werden können, daß:

∠ CBD Fig. 142 = ∠ cbd Fig. 143
∠ BDC Fig. 142 = ∠ bdc Fig. 143
∠ ABD Fig. 142 = ∠ abd Fig. 143
und ∠ ACD Fig. 142 = ∠ acd Fig. 143 ist.

Hieraus folgt aber unmittelbar △ ABD Fig. 142

∽ △ abd Fig. 143 und △ ACD Fig. 142 ∽ △ acd Fig. 143.

Ferner AB : ab = AD : ad

AB : ab = BD : bd

AC : ac = AD : ad

und AC : ac = CD : cd.

Folglich AD : ad = BD : bd = CD : cd

und d gegen a, b und c auf dem Meßtische Fig. 143 eben so wie D Fig. 142 gegen A, B und C auf dem Felde gelegen.

Zus. II. Die Auflösung kann, wenn e bestimmt ist, bei Verzeichnung des Punktes d folgendermaßen abgeändert werden. In e′ und a′ Fig. 142, werden Nadeln gestochen, an diese das Dioptiklineal gelegt und durch Hülfe der Schraube ohne Ende das Meßtischblatt mit a′e′ nach A auf dem Felde eingerichtet, so daß der Endpunkt a′ der Linie a′e′ näher an A ist als der Endpunkt e′. Hierauf sticht man in b′ eine Nadel, visirt, ohne den Meßtisch zu verrücken, aus b′ nach B auf dem Felde, und ziehet die Visirlinie b′d′ rückwärts. Dann wird in c′ die Nadel gestochen, nach C visiret und die Visirlinie c′d′ rückwärts gezogen, so schneiden beide Visirlinien b′d′ und c′d′ auf der Linie a′e′ sich in einem Punkte d′, welcher gegen a′, b′ und c′ dieselbe Lage hat, wie D gegen A, B und C auf dem Felde.

Bew. Da wir aus dem letzten Beweise wissen, daß ae eine gerade Linie ist, welche durch den noch unbestimmt angenommenen Punkt d gehet, der die Projection vom Punkte D des Feldes auf dem Meßtische ist, und d senkrecht über D liegt, wenn durch a′e′ Fig. 142 das, dem △ ABC, ähnliche △ a′b′c′ auf A eingerichtet ist, so wird wegen der geraden Linie Aa′e′, ferner wegen ∠ BAe′ = b′a′e′ und wegen ∠ CAe′ = ∠ c′a′e′, a′b′ # AB und a′c′ # AC sein. Wenn nun durch B und b′, C und c′ die geraden Linien b′d und c′d zurückgezogen werden, so müssen sich diese in einem und demselben Punkt d, welcher senkrecht über D fällt, schneiden; weil wegen der Parallelität von AB mit a′b′, ferner von AC mit a′c′ der ∠ ABd = a′b′d und ∠ ACd = ∠ a′c′d ist, folglich ist auch △ ABd ∽ △ a′b′d, △ ACd ∽ △ a′c′d und

AB : a′b′ = AD : a′d,
AB : a′b′ = BD : b′d,
AC : a′c′ = AD : a′d,
AC : a′c′ = CD : c′d.

Folglich auch AD : a′d = BD : b′d = CD : c′d.

2) Standort außer dem Dreieck einer Seite gegenüber (innerhalb oder außerhalb des Kreises).

Der Meßtisch, Fig. 145, wird genau, so wie in der ersten Auflösung des vorigen Falls über D, Fig. 144 aufgestellt, ein willkührlicher Punkt d auf

dem Meßtische unter den in der Auflösung des vorigen Falls gegebenen Bedingungen gewählt, in denselben eine Nadel gestochen und nach A, B und C auf dem Felde die Visirlinien da', db' und dc' gezogen. Die dadurch auf dem Meßtisch verzeichneten Winkel v' und w' werden über ac und zwar in entgegengesetzter Lage aufgetragen (v' links an b'd liegend, rechts über ac in c und w' rechts an b'd liegend links über ac in a). Die Schenkel dieser Winkel werden für diesen und alle Fälle, wo man außer dem Dreieck stehet, vorwärts verlängert, bis sie sich in e schneiden.

Hierauf wird durch be eine gerade Linie bx gezogen, um dieselbe das Diopterlineal gelegt, das Meßtischblatt auf B eingerichtet, in a und c Nadeln eingestochen, von denselben aus nach A und C auf dem Felde visirt und die Visirlinien ad' und cd' rückwärts gezogen, welche dann auf dem Meßtische auf bx den Punkt d' abschneiden. Der Beweis für diesen Fall ist mit vorigen gleichlautend.

3) Standort einem Winkel des Dreiecks gegenüber.

Die Auflösung ganz so wie vorige.

Anm. Für alle Lagen die der Punkt d, außer der innerhalb des Dreiecks, gegen das Dreieck abc hat, wird man bei der Auflösung nie irren, wenn man nur jederzeit den auf dem Felde vor sich liegenden äußersten rechten Punkt, mit dem vor sich liegenden äußersten linken

Punkt, auf dem Meßtische durch eine grade Linie verbindet, über welcher man sodann die Winkel in entgegengesetzter Lage aufträgt. Stehet man in der Peripherie eines Kreises, so sind die D gemessenen Winkel v′ und w′ den Winkeln bac und bca des Dreiecks abc, einzeln genommen, an Größe gleich, und der Durchschnittspunkt e fällt auf den Dreieckspunkt b. Es kann daher, weil b und e zusammen fallen, die Richtung der Linie be nicht bestimmt ist, be nicht gezogen werden; folglich ist d nicht zu bestimmen, oder mit andern Worten: es findet in diesem Fall durchaus keine Auflösung statt.

Zusatz.

Da man nicht immer die erforderlichen Werkzeuge, zu dem genauen Auftragen der Winkel über der Grundlinie des auf dem Meßtische gegebenen Dreiecks bei sich führt, so verfährt man sicherer, wenn durch eine zweimalige Verwendung des Meßtischblattes die an b′ und c′ Fig. 142 aufzutragenden Winkel durch Visirlinien, welche aus b′ und c′ gezogen, graphisch bestimmt werden. Das dabei zu beobachtende Verfahren ist, für alle Fälle, die auflösbar sind, folgendes:

An der Grundlinie b′c′ des Dreiecks (welche, wenn man im Dreieck stehet, die hinter dem Geometer liegenden beiden Richtpunkte, in allen andern Fällen aber die äußersten vor demselben liegenden beiden Richtpunkte, bilden) wird das Diopterlineal angelegt. Durch die Drehung des

Meßtischblattes wird ferner b′c′ auf B eingerichtet, so daß b′ näher an B als c′ zu liegen kömmt; man sticht in c′ eine Nadel, visirt aus c′ nach A, und ziehet aus c′ eine Visirlinie c′e′ (für diesen Fall rückwärts, für die andern Fälle aber vorwärts), die dann im Punkte c, mit b′c′ einen Winkel bildet, welcher das Supplement des Winkels m ist.

Dann wird das Diopterlineal wiederum an b′c′ gelegt, durch Drehung des Meßtischblattes die Linie b′c′, mit dem Punkt c′ zunächst an C, auf C eingerichtet, in b′ eine Nadel gestochen, aus diesem Punkte nach A′ visirt, und die Visirlinie b′e′ rückwärts gezogen. Diese bildet mit b′c′ den Supplementwinkel zu n. Bei gehöriger Verlängerung der Visirlinien b′e′ und c′e′ schneiden sich diese in dem Punkte e′, der mit ce′ zur Einrichtung des Meßtisches auf A benutzt wird. Hierauf visirt man aus b′ und c′ nach B und C, ziehet die Visirlinien b′d und c′d rückwärts aus, und bestimmt durch deren Durchschnitt auf a′e′ den Punkt d.

Anm. Diese Auflösung der Aufgabe des Rückwärtseinschneidens ist nur für den Fall, wo man entweder im Dreiecke selbst, oder außer dem Dreiecke und Kreise einem Winkel gegenüber stehet, im Praktischen brauchbar. In den übrigen Fällen aber, wo der Standort einer Seite gegenüber liegt, ist sie selten anwendbar, weil a′ und e′ dann zu nahe zusammen

fallen, mithin die Richtung von a′e′ weniger genau bestimmt ist, als in den oben erwähnten Fällen. Jedoch ist diese Auflösungsart von mir seit 1816 zuerst bei dem Aufnehmen mit dem Reflector, anstatt des damals üblichen so sehr ungewissen Rückwärtseinschneidens mittelst Wachspapier, angewendet worden.

Zweite Auflösung.

Durch Verzeichnung zweier excentrischen Kreise, welche sich in den zu bestimmenden Punkten schneiden.

1. Standort im Dreieck.

Es sei Fig. 142 das Dreieck ABC auf dem Felde und D der gewählte Standort des Meßtisches, welcher mit den drei Punkten ABC die Winkel m und n bildet. Ferner sei abc Fig. 146 das, dem Dreieck ABC Fig. 142 auf dem Felde, ähnliche Dreieck, und m′ und n′ die auf dem Meßtisch durch Visirlinien, welche aus einem willkührlich gewählten Punkte d′ nach den Punkten A, B und C gezogen worden, gebildeten Winkel. Folglich ∠ m′ Fig. 146 = ∠ m Fig. 142 und ∠ n′ Fig. 146 = ∠ n Fig. 142.

Man ziehe durch d′ senkrecht auf a′d′ die Linie e′f′, so ist ∠ e′d′b = m′ — R und ∠ f′d′c′ = n′ — R. Der Winkel e′d′b′ = m′ — R wird über der Dreiecksseite ab, für diesen Fall außerhalb des Dreiecks abc, sowohl im Punkte b als im Punkte a aufgetragen, und dessen Schenkel so weit ver-

längert, bis sie sich in einem Punkte e schneiden. Mit dem Halbmesser ea = eb wird aus e durch a und b ein Kreisbogen adb gezogen.

Der Winkel f′d′c′ = n′ — R wird über der Dreiecksseite ac, außerhalb des Dreiecks abc, sowohl im Punkte a als auch im Punkte c aufgetragen. Beide außerhalb des Dreiecks fallende Schenkel dieser Winkel werden verlängert, bis sie sich in einem Punkte f schneiden, und aus f wird mit dem Halbmesser af = cf durch a und c der Kreisbogen adc gezogen. Dieser Kreisbogen adc durschneidet den ersten durch die Punkte a und b gezogenen Kreisbogen adb, in einem Punkte d, welcher dieselben Abstände von den Punkten a, b und c hat, wie der Punkt D auf dem Felde von den Punkten A, B und C.

Beweis.

Die Abstände des Punktes d, Fig. 146 von den Punkten a, b und c werden den Abständen des Punktes D, Fig. 142, von den Punkten A, B und C verjüngt gleich sein, wenn erwiesen werden kann, daß:

∠ adb Fig. 146 = ∠ ADB Fig. 142

und ∠ adc Fig. 146 = ∠ ADC Fig. 142 ist.

Man ziehe die Linien ab, bd und cd, es war ∠ m′ Fig. 146 = ∠ m Fig. 142, ∠ n′ Fig. 146 = ∠ n Fig. 142 und ∠ abe = ∠ bae = m′ — R = ∠ e′d′b′ nach der Verzeichnung. Folg-

lich ist der ∠ o im gleichschenkligen Dreieck aeb, = 4 R — 2 m', subtrahirt man diesen Werth des ∠ o von der Summe der um den Punkt e liegenden Winkel (= 4 R), so erhält man die Größe des Winkels x = 2 m. Das Maaß dieses Centriwinkels x ist aber der Bogen ab, über welchen auch der Peripheriewinkel adb beschrieben ist. Folglich ∠ adb = ½ ∠ x = m' weil der Peripheriewinkel jedesmal halb so groß, wie der Centriwinkel ist, der über denselben Kreisbogen beschrieben worden.

Im gleichschenkligen Dreiecke acf ist ∠ caf = ∠ acf = n' — R = ∠ c'd'f' nach der Verzeichnung, folglich ist ∠ u = 4 R — 2 n' und ∠ z = 2 n'. Der Winkel z ist als Centriwinkel über den Bogen ac doppelt so groß, als der auf demselben Bogen verzeichnete Peripheriewinkel adc. Folglich ist ∠ adc = n'.

2) Standort außer dem Dreiecke.

Für alle Fälle, wo man außer dem Kreise, nicht aber in der Peripherie des Kreises stehet, wird eben so verfahren, nur daß dann die Supplemente der erhaltenen spitzen Winkel nicht außerhalb, sondern innerhalb über die Dreiecksseiten ab und ac aufgetragen werden. Auch für diese Auflösungsart ist der Standort in der Peripherie des Kreises unbestimmbar, da die Supplemente der erhaltenen Winkel, welche innerhalb des Dreiecks

über ab und ac aufgetragen werden, die verlängerten Schenkel der vier aufgetragenen Winkel nicht in zweien, sondern nur in einem einzigen Punkte schneiden. Aus diesem einzigen Punkte kann nur ein Kreisbogen gezogen werden, welcher dann, sowohl durch alle drei Winkelpunkte des Dreiecks abc, als auch durch den Punkt d gehet; allein der Ort des Punktes d ist auf der Peripherie dieses Kreises unbestimmbar, weil jeder Punkt der Peripherie mit den drei Winkelpunkten des Dreiecks gleiche Peripheriewinkel bildet.

Zusatz. Dies sind zwei directe geometrische Auflösungsmethoden dieser Aufgabe, außer denen es noch eine giebt, welche aus dem Durchschnitt dreier excentrischen Kreise den gesuchten Punkt finden lehrt und sehr weitläuftig zum Ziele führt.

Ferner kann der Punkt durch Hülfe eines dreifüßigen Zirkels, oder durch die auf Wachspapier verzeichneten Winkel gefunden werden, zu welchen letztern Auflösungsarten ich aber durchaus niemand rathe, weil sie zu erbärmlich sind.

Dritte Auflösung der Aufgabe durch Annäherung.

a) Nach Lehmann, aus einem Visirliniendreieck (fehlerzeigenden Dreieck).

Dieses Verfahren lehrt die Lage des Standpunkts und die Parallelstellung der Seiten des auf

dem Meßtische verzeichneten Dreiecks gegen die Seiten des auf dem Felde befindlichen ähnlichen Dreiecks versuchsweise, oder durch Annäherung zu finden. Diese Art der Auflösung mag wohl die Ursache sein, daß die meisten Schriftsteller, z. B. der Herr Hofrath Mayer in der neuesten Ausgabe seiner praktischen Geometrie, ihrer nicht erwähnen. Der wirklich praktische Geometer, der auf Ausführbarkeit, Kürze und Genauigkeit zugleich siehet, und alles streng prüfet, ehe er urtheilt, wird bestimmt der Annäherungsmethode mehr Aufmerksamkeit schenken, als der Mathematiker, dem es immer nur auf Strenge der Beweise ankommt, und der gemeinhin alles zu verwerfen pflegt, was sich von dem gewöhnlichen Wege entfernt.

Das Verfahren, den Standpunkt näherungsweise zu finden, hat, so viel mir bekannt, zuerst der sächsische Major Lehmann bekannt gemacht *), in dessen trefflichen Werken überhaupt viel Gutes und der Aufmerksamkeit Würdiges über das Aufnehmen mit dem Meßtische und die Theorie der Situationszeichnung zu finden ist.

Ehe das Verfahren, auf diesem Wege den Standort zu bestimmen, gezeigt werden kann, müs-

*) Die Lehre der Situationszeichnung von J. G. Lehmann, 2ter Theil. Dresden bei Arnold.

sen einige Lehrsätze, auf welche dasselbe gegründet ist, demselben vorausgehen. Diese sind folgende:

1. Lehrsatz.

Werden von einem in oder außerhalb eines Dreiecks ABC Fig. 147 liegenden Punkte D, nach den Winkelspitzen A, B, C dieses Dreiecks die graden Linien AD, BD und CD gezogen, so wird durch die zwischen diesen Linien AD, BD u. CD, mit AB, und BC parallel gezogenen Linien ab und bc, wenn man ac zieht, ein Dreieck abc gebildet, welches dem Dreieck ABC ähnlich ist, und es verhält sich ab : AB = bc : BC = ac : AC.

Beweis.

△ abc ∽ △ ABC und

ab : AB = ac : AC = bc : BC

Voraussetzungen: ab ∥ AB; bc ∥ BC.

Man ziehe ac.

Da ab ∥ AB; bc ∥ BC u. △ abD ∽ ABD;

△ bcD ∽ △ BCD,

so ist ab : AB = bc : BC.

∠ DBA = ∠ Dba.

∠ DBC = ∠ Dbc.

∠ DBA + ∠ DBC = ∠ Dba + ∠ Dbc.

das ist ∠ ABC = ∠ abc.

Folglich △ ABC ∽ △ abc.

Also AB : ab = AC : ac = BC : bc;

∠ BAC = ∠ bac,

und ∠ BCA = ∠ bca.

Daß die durch a und c gezogene Linie ac eine Parallele zu AC ist, wenn aus b, die Linien ba und bc mit BA und BC parallel gezogen werden, ergiebt sich folgendermaßen:

Da ab # AB und AD eine gerade Linie ist, so ist ∠ BAD = ∠ baD,
es war ∠ BAC = ∠ bac.

Folgl. ∠ BAD — ∠ BAC = ∠ baD — ∠ bac
das ist ∠ CAD = caD

Folglich AC # ac.

Aus diesem Lehrsatze ergiebt sich der folgende.

2. Lehrsatz.

Wenn zwei ähnliche Dreiecke abc und ABC, Fig. 147 mit zwei Seitenlinien parallel liegen, so werden die drei durch die gleichnamigen Winkelpunkte zurückgezogenen geraden Linien AD, BD u. CD in einem einzigen Punkte D sich schneiden.

Directer Beweis.

Man ziehe durch B und b, ferner durch C und c die Linien BD und CD, welche sich in einem Punkte D schneiden, verbindet man A und a, ferner a und D durch gerade Linien, so kann folgendergestalt erwiesen werden, daß Aad eine gerade Linie ist, und sich folglich die drei zurückgezogenen Visirlinien Aa, Bb, Cc in einem und demselben Punkte D schneiden.

Weil △ ABC ∽ △ abc und BC # bc, so ist auch △ BCD ∽ △ bcD.

Folglich BD : bD = BC : bc.

Da ∠ ABD = ∠ abD,

ferner AB : ab = BC : bc,

folglich BD : bD = AB : ab.

So ist auch △ ABD ∽ △ abD.

Folglich ist AaD als Seite des △ ABD eine gerade Linie, und aD und AD müssen zusammen fallen und sich decken.

Indirecter Beweis.

Gesetzt, die durch die gleichnamigen Punkte zweier parallel liegenden Dreiecke ABC und abc, Fig. 148, zurückgezogenen Visirlinien Aae, Bbd und Ccd schnitten sich in drei Punkten d, e und f, so ziehe man Ad und aus g, gc; da gb # AB; bc # BC, so muß gc # AC sein; es ist aber nach der Voraussetzung ac # AC, folglich gc # ac, welches sich widerspricht, da zwei Parallelen nicht in einem Punkt c zusammen treffen können. Folglich können sich die Visirlinien nicht in drei, sondern nur in einem einzigen Punkte schneiden.

3. Lehrsatz.

Wenn man den Meßtisch mit dem darauf verzeichneten Dreieck abc, Fig. 149, welches dem Dreiecke ABC auf dem Felde ähnlich ist, in einem

Punkte D, mit der Seite bc gegen die Seite BC nicht parallel aufstellt, so schneiden sich die durch die gleichnamigen Punkte zurückgezogenen Visirlinien in einem Punkte, wenn der Punkt D mit den Punkten A, B und C in der Peripherie eines Kreises liegt.

Beweis.

Wenn das Dreieck a′b′c′ mit seinen Seiten, den Seiten des auf dem Felde befindlichen Dreiecks ABC parallel gestellt ist, und es werden durch die gleichnamigen Punkte A, a′, B, b′ und C, c′ Visirlinien rückwärts gezogen, so schneiden sich nach vorigem Lehrsatze diese Visirlinien in einem Punkte d, senkrecht über D auf dem Felde, und es ist dann

Viereck ABDC ∽ a′b′de′.

Weil aber, der Voraussetzung gemäß, die vier Punkte A, B, C und D in der Peripherie eines Kreises liegen, so müssen auch die Punkte a′b′c′d in einem Kreise liegen, und wegen der Eigenschaften des im Kreise des verzeichneten Vierecks ist

$$\angle BAC + \angle BDC = \angle b'a'c' + \angle b'dc' = 2R.$$

Wird zwischen AD und BD eine Linie ab = a′b′ in einer mit AB nicht parallelen Lage verzeichnet, an diese ein Winkel bac = b′a′c getragen und bc gezogen, so ist:

$$\angle bac = \angle b'a'c'$$
$$\angle bdc = \angle b'dc'$$

also ∠ bac + ∠ bdc = ∠ b′a′c′ + ∠ b′dc′ = 2 R.
Folglich läßt sich auch um das Viereck acdb ein Kreis beschreiben, und es ist:

∠ adc = ∠ a′dc′.
∠ adc = ∠ abc
∠ a′dc = ∠ a′b′c
} als Peripheriewinkel über einerlei Bogen.

Ferner war ab = a′b′
und ∠ bac = ∠ b′a′c
} nach der Verzeichnung.

Folglich △ abc ⩭ a′b′c.

Es ist daher das Dreieck abc auch dem Dreiecke ABC ähnlich, nur aber mit seinen Seiten jenen des auf dem Felde befindlichen nicht parallel, und folglich dadurch erwiesen, daß, wenn der Punkt D mit A, B und C in der Peripherie eines Kreises liegt, sich bei der nicht parallelen Lage der Seiten des Dreiecks abc gegen die Seiten des Dreiecks ABC dennoch die durch die gleichnamigen Punkte zurückgezogenen Visirlinien in einem einzigen Punkte d schneiden.

4. Lehrsatz.

Wird über einem Punkte D, Fig. 150, welcher mit drei andern ein Dreieck ABC bildenden Punkten auf dem Felde, weder in einer geraden Linie, noch in der Peripherie eines Kreises liegt, ein auf dem Meßtische verzeichnetes Dreieck abc, welches dem Dreieck ABC ähnlich ist, mit seinen Seiten gegen die des Dreiecks ABC nicht parallel aufgestellt,

gestellt, so schneiden sich die zurückgezogenen Visirlinien nicht in einem, sondern in drei Punkten m, n, o.

Beweis.

Wenn man annimmt, es sei das Gegentheil möglich, das Dreieck abc, Fig. 150, ähnlich dem Dreieck ABC, im Punkte d mit seinen Seitenlinien nicht parallel gegen die Seiten des Dreiecks ABC aufgestellt, und es hätten sich die durch die gleichnamigen Punkte A, a, B, b, C und c zurückgezogenen Visirlinien in einem Punkte D geschnitten, so kann man, nach dem ersten Lehrsatz, ein dem Dreieck ABC ähnliches Dreieck ab′c′ zwischen die Visirlinien verzeichnen, wenn aus a mit AB und AC Parallelen ab′ und ac′ gezogen, und b′ und c′ durch eine grade Linie b′c′ verbunden werden. Da es demnach erwiesen ist, daß:

$$\triangle\ ab'c' \backsim \triangle\ ABC,$$

und da $\triangle\ abc \backsim \triangle\ ABC$

nach der Voraussetzung sein soll, so muß auch folglich:

$$\triangle\ ab'c' \backsim \triangle\ abc$$

sein.

Läßt sich das Gegentheil erweisen, so ist die Annahme, daß das $\triangle\ abc \backsim \triangle\ ABC$, falsch; folglich können sich dann auch nicht die durch gleichnamige Punkte zurückgezogenen Visirlinien in einem Punkte schneiden, wenn ein dem Dreieck ABC ähn-

liches Dreieck abc in einer nicht parallelen Lage gegen dasselbe liegt.

Denkt man durch ab′c′ einen Kreis gelegt, so muß dieser Kreis die Linie b′d oder deren Verlängerung, außer b′ noch in einem andern Punkte e schneiden, welcher, weil D mit A, B und C nicht in der Peripherie eines Kreises liegt, ein der Lage nach von d verschiedener Punkt ist.

Ziehet man von e nach a und c′ Linien, so muß die von e nach c′ gezogene Linie die Linie bc und ac in zwei Punkten f und g schneiden, und wird nicht durch c gehen, weil dc′ eine grade Linie ist, und eine andere grade Linie ec′ mit derselben, außer im Punkte c′, nirgends zusammen treffen kann.

Man ziehe bf, so ist:

$$\angle\ b'ac' + b'ec' = 2\ R.$$

Nach der Annahme ist $\angle$ baf $=$ $\angle$ b′ac′,

also auch $\angle$ baf $+$ bef $= 2$ R.

Folglich kann man um das Viereck bafea einen Kreis beschreiben, der durch die Punkte b, a, f und e gehen wird. In diesem Kreise ist alsdann:

$\angle$ abf $=$ $\angle$ aec′ als Peripheriewinkel über af.

Es ist $\angle$ aec′ $=$ $\angle$ ab′c′ als Peripheriewinkel über ac′,

da $\angle$ ab′c′ $=$ $\angle$ abc nach der Annahme,

so ist $\angle$ aec′ $=$ abc

und $\angle$ abc $=$ $\angle$ abf.

Es ist aber ∠ abc > ∠ abf, weil das Ganze größer als ein Theil ist. Folglich ist die Annahme, daß △ abc ∽ △ ab'c' sei, falsch, daher auch △ abc dem △ ABC nicht ähnlich, weil nach dem ersten Lehrsatz erwiesen ist, daß das △ ab'c' ∽ △ ABC ist. Mithin kann das Schneiden der durch die gleichnamigen Punkte zurückgezogenen Visirlinien bei ähnlichen Dreiecken, deren Seiten einander nicht parallel liegen, nie in einem Punkte Statt finden, sondern wird in drei Punkten geschehen, welche dann das sogenannte fehlerzeigende oder Visirlinien-Dreieck mno, Fig. 151, bilden.

5. Lehrsatz.

Wenn durch die gleichnamigen Punkte A, a' B, b', C, c' Fig. 151, zweier ähnlichen Dreiecke ABC und a'b'c', welche mit ihren Seitenlinien nicht parallel liegen, Visirlinien Aa'', Bb'', Cc'' zurückgezogen werden, und sich diese in drei Punkten m, n, o schneiden, so liegt der zu findende Standort d in dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte dreier excentrischen Kreise, welche durch a', m, b' durch b', n, c' und durch a'oc' gezogen werden können.

Beweis.

Denkt man den Punkt d in seiner richtigen Lage bereits gegen das nicht parallel liegende Dreieck a'b'c' bestimmt und die Linien a'd, b'd und c'd gezogen, so werden diese mit den Visirlinien

Ad, Bd und Cd zusammen fallen, wenn das Dreieck $a'b'c'$ in eine parallele Lage gegen ABC gebracht wird. Es sind aber die Winkel $z = z'$, $x = x'$ anzunehmen, weil die Entfernungen der Punkte m und n vom Punkte d, gegen die Entfernungen Ad, Bd und CD als unendlich klein zu betrachten sind.

Also $\angle z = \angle z'$, $\angle x = x'$

$$\frac{\angle z = \angle y}{\text{Folglich } \angle y = \angle z'}$$

$$\frac{\angle w = \angle y + \angle x}{\text{Folglich } \angle w = \angle z + \angle x = \angle x' + \angle z'.}$$

Hieraus folgt aber:

1) wegen $\angle x' + \angle z' = \angle w$ über einerlei Seite $a'c'$, daß durch die vier Punkte a', c', o, d ein Kreis,

2) wegen $\angle x' = \angle x$ über einerlei Seite $a'b'$, daß durch die vier Punkte a', b', m, o der zweite Kreis, und

3) wegen $\angle z' = \angle z$ über einerlei Seite $b'c'$, daß durch die vier Punkte $b'c'$nd der dritte Kreis, gezogen werden kann; und daß alle drei Kreise einen gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt haben, welcher der zu bestimmende Standort d ist.

I. Zusatz. Alle in einerlei Standort d aus der nicht parallelen Lage des $\triangle$ $a'b'c$ gegen das $\triangle$ ABC durch Zurückziehen der Visirlinien erhaltenen Visirlinien-Dreiecke sind einander ähnlich.

II. Zusatz. Aus obigen Beweis ergiebt sich eine Auflösungsart dieser Aufgabe, nämlich die durch Umtragung der Peripheriewinkel in dreien excentrischen Kreisen. Diese Auflösung ist aber im Praktischen höchst unbrauchbar.

6. Lehrsatz.

Durch die nicht parallele Aufstellung des Dreiecks a′b′c gegen das Dreieck ABC auf dem Felde haben die Punkte a′, b′ und c′ gegen Ad, Bd Cd eine solche Lage, daß

$$\angle\ dAa' = \angle\ dBb' = dCc'$$

ist, und es beschreiben bei der horizontalen Herumdrehung des Meßtisches die Visirlinien Aa″, Bb″ und Cc″ Peripheriewinkel $dAa'' = dBb'' = dCc''$.

Beweis.

Wenn das Dreieck a′b′c′ mit irgend einer Seite, z. B. mit a′d auf A eingerichtet wird, und daher in die mit dem Dreieck ABC parallele Lage abc kömmt, so ist leicht einzusehen, daß die Winkelpunkte a′, b′ und c′ in der Natur bei der Bewegung des Meßtisches ähnliche Bogen gleicher Winkel ada′, bdb′, cdc′ durchlaufen, weil alle in der Lage a′b′c′ gezogenen Visirlinien a′d, b′d, c′d um einen und denselben Abweichungswinkel aus der parallelen Lage gegen ABC verwendet sind.

Da $\angle\ ada' = bdb' = cdc'$

und $Ad : a'd = Bd : b'd = Cd : c'd$

so ist $\triangle$ Aa′d $\backsim$ $\triangle$ Bb′d $\backsim$ $\triangle$ Cc′d.
Folglich $\angle$ dAa′ $=$ $\angle$ dBb′ $=$ $\angle$ dCc′.

7. Lehrsatz.

Die senkrechten Abstände dp, dq und dr des zu suchenden Punktes d, von den das Visirliniendreieck mno bildenden Visirlinien Aa″, Ab″ und Ac″ verhalten sich rücksichtlich ihrer Längen, wie die Entfernungen Ad, Bd und Cd; folglich auch wie a′d : b′d : c′d.

Beweis.

Da $\angle$ dAa′ $=$ $\angle$ dBb′ $=$ dCc′ nach vorigem Lehrsatz
und $\angle$ dpA $=$ $\angle$ dqB $=$ drC $=$ R nach der Annahme, so ist

$\triangle$ dAp $\backsim$ $\triangle$ dBq $\backsim$ $\triangle$ dCr
Folglich Ad : dp $=$ Bd : dq $=$ Cd : dr.
Es ist aber Ad : a′d $=$ Bd : b′d $=$ Cd : c′d.
Mithin auch a′d : dp $=$ b′d : dq $=$ c′d : dr.

Erfahrungssatz.

Wenn man ein Dreieck abc, Fig. 153, auf dem Meßtische, welches einem auf dem Felde von drei Richtpunkten gebildeten Dreieck ABC ähnlich ist, in den vier der Lage nach verschiedenen Standorten D, E, F, G, deren Lage auf dem Meßtische bestimmbar ist, nicht parallel gegen dasselbe aufstellt, und man ziehet Visirlinien durch die gleichnamigen Punkte zurück, so hat der zu suchende Standort d auf dem Meßtische gegen das in jedem

Falle entstehende fehlerzeigende Dreieck mno folgende wohl zu unterscheidende Lagen:

1) Im Standorte D, Fig. 152, innerhalb des Dreiecks abc und des um dasselbe beschriebenen Kreises, ist der zu bestimmende Punkt d innerhalb des Visirliniendreiecks mno zu suchen.

2) Außerhalb des Dreiecks abc, aber innerhalb des umschriebenen Kreises, im Standorte E, liegt der zu bestimmende Punkt d′ jedesmal außerhalb des Visirliniendreiecks m′n′o′, und zwar neben der Seite desselben, welche durch die aus dem mittlern Punkte a gezogene Visirlinie n′o′ entstanden ist.

3) Wenn der Standort F außerhalb des Dreiecks abc und Kreises einer Seite bc gegenüber liegt, so fällt der zu bestimmende Punkt d″ auch außerhalb des Visirliniendreiecks m″n″o″, neben der Spitze desselben, welche der Durchschnittspunkt m″, der von den äußersten Punkten b und c zurückgezogenen Visirlinien m″n″ und m″o″ bildet.

4) Im Standorte G einem Winkel bac des Dreiecks abc gegenüber oder zwischen den Verlängerungen von ac und bc fällt der zu bestimmende Punkt d‴ eben so wie im zweiten Falle außerhalb des Visirliniendreiecks m‴n‴o‴

neben die vom mittlern Punkte c zurückgezogene Visirlinie n'''o'''.

Anm. In welchem Falle man sich befindet, kann auf dem Meßtische aus der Lage des entstandenen Visirliniendreiecks gegen die drei Punkte a, b, c auf dem Meßtische, wenn man durch letztere einen Kreis gezogen denkt, am kürzesten und sichersten beurtheilt werden. Welches aber der mittlere Punkt für jeden Fall ist, findet man leicht, wenn man in dem zweiten, dritten oder vierten Falle so Front gegen die drei auf dem Felde befindlichen Richtpunkte macht, daß man alle drei zugleich erblickt.

Praktisches aus den vorhergehenden Lehrsätzen abgeleitetes Verfahren, den Punkt d in allen auflösbaren Fällen auf dem Meßtische zu bestimmen.

Der Meßtisch wird nach dem Augenmaaße oder durch Hülfe einer Orientirboussole mit dem darauf verzeichneten Dreieck abc, Fig. 153, über dem Punkt D, dessen Lage man auf dem Meßtische gegen das Dreieck abc bestimmen will, so aufgestellt, daß die gleichliegenden Seitenlinien der beiden ähnlichen Dreiecke abc auf dem Meßtische und ABC auf dem Felde wenig von der parallelen Lage gegen einander abweichen. Sobald dies geschehen ist, werden, indem man aus a nach A, dann aus b nach B, endlich aus c nach C visirt, aus a, b und c die Visirlinien aa', bb' und cc' zurückgezo-

gen. Aus der Lage des durch diese zurückgezogenen Visirlinien gebildeten Visirliniendreiecks mno wird der Fall beurtheilt, in welchem man sich rücksichtlich des Standortes gegen das Dreieck abc und den um dasselbe gedachten Kreis befindet. Hieraus ergiebt sich, daß der dritte Fall Statt findet, und man sich außer dem Dreiecke und Kreise befindet. An dem Orte, wo nach der für den dritten Fall, Seite 415 gegebenen Regel der zu bestimmende Punkt hinfallen muß, nehme man einstweilen einen Punkt x willkührlich an, und schätze nach dem Augenmaaße *) die Entfernungen xa, xb und xc rücksichtlich ihres gegenseitigen Verhältnisses. Hierauf werden mit dem Bleistifte, ohne Gebrauch eines andern Werkzeugs, nach dem Augenmaaße drei Senkrechte dp, dq und dr auf die zurückgezogenen Visirlinien gezeichnet, die nicht allein sich in einem Punkte d vereinen **), sondern auch dasselbe Ver-

*) Dem Anfänger rathe ich, solches durch Hülfe des Zirkels zu bewerkstelligen, und nur nach erlangter Fertigkeit im Schätzen diesen wegzulegen.

**) Das Zusammentreffen der auf die zurückgezogenen Visirlinien aa′, bb′ und cc′ gezeichneten drei Senkrechten dq, dp und dr von gegebenem Verhältnisse, kann nur in einem einzigen Punkte geschehen, ein Satz, den immer Anfänger bezweifeln, der aber leicht einzusehen ist, wenn man Fig. 152* betrachtet, wo wegen der Unähnlichkeit der Dreiecke

hältniß unter sich haben, wie die Entfernungen ax, bx und cx, das heißt: es muß ax : bx : cx = dq : dp : dr sein.

Ist auf diese Weise der Punkt d bestimmt, so legt man an d und den am weitesten davon entfernten Punkt (a für den gewählten Fall) das Diopterlineal an, dreht durch die Schraube ohne Ende das Meßtischblatt so lang herum, bis der diesem Punkte zugehörige Richtpunkt A des Feldes genau von dem Diopterfaden des an d und a liegenden Diopterlineals genau geschnitten wird.

Werden nun von b und c aus die Richtpunkte B und C anvisirt und von b und c rückwärts Visirlinien gezogen, so schneiden sich diese entweder in einem einzigen Punkte d; oder in drei Punkten und bilden dadurch ein viel kleineres Visirliniendreieck, durch welches auf dieselbe Weise der Standort d bestimmt wird.

In dem ersten, zweiten und vierten Falle verfährt man eben so, wie in diesem Falle, nur daß dabei die Lage der Senkrechten allemal aus der Lage des Standorts gegen das Visirliniendreieck bestimmt wird.

---

dmh, efh und dhn, ehg sich auch ef : eh : eg nicht verhalten wie dm : dh : dn.

Regeln für die praktische Anwendung dieser Auflösungsart.

Wenn auf dem Meßtische die Lage von mehr als drei Richtpunkten bestimmt ist, so wähle man diejenigen drei aus, welche zur Bestimmung des Standorts am schicklichsten liegen. Am schicklichsten werden aber drei Punkte den Standort bestimmen, je rechtwinkliger sich die äußersten zurückgezogenen Visirlinien durchschneiden. Man wähle daher von den bereits auf dem Meßtische bestimmten Punkten drei solche Punkte aus, welche von dem gewählten Standorte nicht allein verschiedene Abstände, sondern auch unter sich ziemliche Entfernungen haben; zu diesem Zweck betrachte man die vor sich liegenden Richtpunkte des Feldes, und wähle entweder zwei nahe und einen entfernten, oder zwei entfernte und einen nahen Richtpunkt zur Bestimmung des Standorts.

Es sind aber auch nicht alle vier möglichen Lagen des Standorts gegen drei Richtpunkte gleich gut zur Bestimmung des Standorts, denn der Standort wird genauer, innerhalb des Dreiecks, ferner außerhalb des Dreiecks und innerhalb des Kreises, als außerhalb des Dreiecks und Kreises bestimmt, wenn anders in den genannten ersten zwei Fällen die drei Punkte an sich zur Bestimmung des Standorts geschickt liegen.

Innerhalb des Dreiecks bestimmt sich der Standort genau, wenn keine der drei zurückge-

zogenen Visirlinien die andern, unter einen kleinern Winkel als 45°, oder unter einen größern Winkel als 135° schneidet.

In den Kreisabschnitten außerhalb des Dreiecks bestimmt sich der Standort weniger genau, wenn man nahe der Peripherie des Kreises, als wenn man nahe der Dreiecksseite steht; steht man der letzteren aber zu nahe, so erhält man oft sehr ungeschickte Visirliniendreiecke.

Außer dem Dreieck und Kreise einer Seite gegenüber ist es besser nahe an der Seite, als entfernt von derselben zu stehen, weil sich dann die Visirlinien unter zu spitzen Winkeln schneiden.

Außer dem Dreieck und Kreise einem Winkel gegenüber bestimmt sich der Standort am genauesten, wenn man nahe dem Winkelpunkte stehet, denn wenn dies auch der Fall ist, so schneiden sich doch immer in diesem Falle die Visirlinien unter weit spitzern Winkeln, als in allen andern Fällen, und diese Winkel würden noch spitzer ausfallen, je entfernter man sich von dem nächsten Richtpunkte aufstellte.

Der Standort innerhalb des Dreiecks zeichnet sich von den übrigen möglichen Lagen desselben dadurch aus, daß die Seiten des Visirliniendreiecks den Raum begrenzen, innerhalb dessen der zu bestimmende Punkt zu suchen ist; dadurch wird für diesen speciellen Fall derselbe leichter bestimmbar/

als in den andern Fällen, wo man mehr Uebung haben muß, um sogleich den Punkt durch die auf die zurückgezogenen Visirlinien, gezeichneten Senkrechten zu finden.

Dieser letzte Umstand veranlaßte mich, über eine sichere Bestimmung des Punktes in den übrigen drei Lagen des Standorts nachzudenken, und der zufällige Umstand, daß ich bei der Verwendung des Meßtischblattes in einem zu bestimmenden Standorte ein Visirliniendreieck erhielt, welches der Lage nach dem ersten entgegengesetzt war, leitete mich auf folgende Auflösung, die einer geometrischen Construction fähig ist. In der zweiten Auflage des Lehmannischen Werkes habe ich zwar schon 1816 dieselbe dem Publikum, aber ohne das Verfahren, die richtige Zeichnung und den richtigen Beweis mitgetheilt, welche ich jetzt genau und richtig liefere.

b) Auflösung durch Hülfe zweier entgegengesetzt liegenden Visirliniendreiecke, und der proportionalen Theilung einer Sehne des Kreises, welcher durch den zu bestimmenden Standort und die äußersten vor sich liegenden Richtpunkte auf dem Meßtische gehet. (Vorzüglich anwendbar in den drei letzten Lagen.)

Wenn ein Visirliniendreieck durch die Zurückziehung der Visirlinien entstanden ist, so verwende man den Meßtisch nach der Seite, wo der zu bestimmende Punkt liegt, damit bei Zurückziehung an

derer Visirlinien, in dieser Lage des Meßtisches ein zweites Visirliniendreieck entstehe, welches der Lage nach dem ersten entgegengesetzt liegt.

Es sei nun abc, Fig. 154, das auf dem Meßtisch gegebene Dreieck, durch welches der Punkt d bestimmt werden soll, ferner mno das in der ersten Lage des Meßtischblattes, und pqr das in der zweiten Lage, nach der Verwendung des Meßtischblattes erhaltene Visirliniendreieck. Man ziehe durch die homologen Winkelpunkte o und q beider Visirliniendreiecke mno und pqr die Linie uv, welche in u und v die homologen Seiten mn und pr durchschneiden muß. Aus o errichte man über uv die Senkrechte ow ⊥ ou, und aus q, fälle man unter uv die Senkrechte qx ⊥ qv, man ziehe wx; so schneidet wx die Linie uv im Punkte t. An t und a lege man das Diopterlineal, richte durch Drehung des Meßtischblattes die Linie at auf den Richtpunkt A des Feldes ein, und ziehe aus b und c, nach B und C auf dem Felde visirend, die Visirlinien bb′ und cc′ rückwärts, so schneiden diese sich auf der Verlängerung von at in einem Punkte d, welcher der zu bestimmende Standort ist.

Beweis.

Da nach der Verzeichnung ow ⊥ uo und qx ⊥ vq, ferner △ wot ∽ △ xqt, so ist

ow : ot ⊥ qx : qt

und uo : ot ⊥ vq : qt.

Kann nun erwiesen werden, daß die Linie oq in dem Verhältniß uo : vq getheilt wird, wenn man von dem bereits bestimmt angenommenen Punkt d nach a eine Gerade ziehet, welche den Punkt t bestimmt, so ist auch die Richtigkeit des angewendeten Verfahrens erwiesen.

Demnach soll sich uo : ot = vq : qt verhalten, wenn die gerade Linie ad im Punkte t die Linie uv schneidet. Da ∠ boc = ∠ bdc = ∠ bqc ist, so liegen auch die Punkte c, b, o, d und q in der Peripherie eines Kreises; ferner ist nach Lehrsatz 6 ∠ obd = ∠ nad und ∠ dcq = ∠ dar. Man ziehe os # na und verbinde q und s durch eine Gerade, so ist:

∠ osd = ∠ nad = ∠ obd;

folglich s ein Punkt in der Peripherie des Kreises, der durch b, c, q, d und o gehet.

Weil ∠ dcq = ∠ dar und s in der Peripherie eines Kreises mit d und q liegt, so ist auch:

∠ dcq = ∠ dsq; folglich ∠ dsq = ∠ dar.

Wegen ∠ osd = ∠ nad

und ∠ dsq = ∠ dar

---

ist △ uat ∽ △ ost

und △ vat ∽ △ qst

Folglich I) ut : at = ot : st

II) vt : at = qt : st.

Mithin auch ut : ot = vt : qt

und (ut — ot) : ot = (vt — qt) : qt,

das ist: uo : ot = vq : qt.

q. e. d.

Anm. Aus diesem Beweise findet sich, daß nur aus o und q mit mn und pr Parallelen gezogen werden dürfen, um den Punkt s zu bestimmen, welcher mit dem in Fig. 145 durch e bezeichneten Punkte ein und derselbe Punkt ist. Dadurch würde eine andere Auflösungsart möglich werden, die aber aus den, S. 398 Anm. angegebenen Ursachen eben so wenig genau ist, wie die erste Auflösung durch Umtragung der Peripheriewinkel in einem Kreise, von welcher diese Auflösungsart nur im praktischen Verfahren abweichet.

Auflösung der Aufgabe, wenn die drei Richtpunkte in einer geraden Linie liegen.

In diesem Falle verfährt man bei allen gezeigten Auflösungsarten eben so, wie bei der Bestimmung des Standorts gegen drei ein Dreieck bildende Punkte, in der Lage außerhalb des Dreiecks und im Kreise, gelehrt worden. Löset man durch die Annäherungsmethode diese Aufgabe auf, so liegt der zu suchende Punkt, eben so wie in jenem Falle, neben der mittleren Visirlinie, außerhalb des Visirliniendreiecks.

Dieser Fall kann besonders bei Aufnahmen im Gebirge nutzen, wo Standlinien nur in Gründen, an den Ufern der Flüsse gemessen werden können, von deren Endpunkten man nicht so viele Objekte sehen kann, als auf den nächsten Grundrändern.

Selbst wenn die Standlinie im ebenen Lande mit den zu visirenden Objekten zu große Winkel bildet, und sich dadurch die Visirlinien unter zu spitzen Winkeln schneiden würden, ist es besser, sich in drei verschiedenen Punkten vor der Standlinie aufzustellen; diese Standorte, aus der auf dem Meßtisch verzeichneten Standlinie durch Rückwärtseinschneiden zu bestimmen, und von ihnen aus die Objekte zu visiren.

Aufnahme der Berge.

Mit dem Schmalcalderschen Höhenmesser werden in verschiedenen Höhen um den Berg herum, mehrere Horizontalen durch Pikets abgesteckt, dann wird am Fuße des Berges eine Standlinie gemessen und von derselben aus die Lage der sichtbaren Pikets, in den verschiedenen Horizontalen, auf dem Meßtische bestimmt. Um die Lage der übrigen Pikets, welche von der Standlinie aus nicht gesehen wurden, zu bestimmen, wird entweder ein auf dem Meßtische gut bestimmtes Piket zum Standorte gewählt und der in demselben aufgestellte Meßtisch nach bereits bestimmten Punkten eingerichtet, oder man bestimmt den Standort auf dem Meßtische, nach der vierten oder fünften Methode. Wenn alle die Punkte, welche auf der Oberfläche des Berges abgesteckt worden, bestimmt sind, so werden mit dem Schmalcalderschen Höhenmesser alle Böschungs-

winkel, die zwischen zwei Horizontalen statt finden, gemessen, die Gradzahlen gehörigen Orts auf dem Meßtische notirt, und dann der Berg nach Lehmanns Theorie, aber nicht nach der Manier des sächsischen Ingenieurcorps ausgezeichnet.

So muß der Anfänger verfahren, um zu lernen, wie man Berge richtig aufnimmt; wenn er dies wirklich verrichtet, nach und nach weniger Horizontalen absteckt, so lernt er sehen, und Berge ohne abgesteckte Horizontalen aufnehmen, so bald Punkte, z. B. auf der Kuppe, in den Schluchten und auf dem Rücken bestimmt sind.

Zum Abstecken der Horizontalen, wozu künftig eine ausführlichere Anleitung gegeben wird, kann kein Werkzeug sicherer und schneller angewendet werden, als Schmalcalders Höhenmesser, der S. 210 beschrieben und Fig. 70 abgebildet ist. Bei dem Hofmechanikus Herrn Maywald hieselbst, erhält man denselben für 15 Thlr. preuß. Cour. angefertigt.

Fünfter Abschnitt.

Gebrauch des reflectirenden Halbkreises (Reflectors), des catadioptrischen Zirkels, oder des Dosensextanten zu geometrischen Aufnahmen.

1. Aufgabe.

Eine unzugängliche Entfernung AB zu messen.

Auflösung.

Soll z. B. die Breite eines Flusses gemessen werden, so verfährt man eben so wie S. 342 bei der 11ten Aufgabe des dritten Abschnitts gelehrt worden, sucht ein jenseit des Flusses liegendes kennbares Objekt B, Fig. 155, stellt sich diesseits bei A auf, stellt den Winkelmesser mit dem Zeiger auf 90°, visirt von A nach B, und untersucht, welches Objekt zu A und B rechtwinklig liegt. Wird gefunden, daß X zur Linie AB rechtwinklig lieget, so rückt man den Zeiger des Werkzeugs auf 45°, schreitet mit dem so gestellten Werkzeug von A nach X fort, bis sich in einem Punkte C findet, daß, wenn nach A zurückvisirt wird, auch zugleich das Objekt B unter dem Faden oder im Spiegel er-

scheint, und daher der Winkel ACB = 45° ist. Hat man im Fortschreiten von A nach C die Schritte gezählt, so hat man auch durch die Zahl dieser Schritte die Weite von A nach B in Schritten, weil ∠ CBA = ∠ ACB und daher AB = AC ist.

Anm. Wenn aber BC = $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ AB gemacht werden soll, so hätte man zuvor erst die Größe des Winkels ACB, oder dessen Supplementwinkels XCB für diese Fälle trigonometrisch zu berechnen, welche Winkel die dritte Tafel des Anhanges enthält.

Außer dieser Aufgabe können noch die 12te, 13te, 14te, 15te, 16te und 17te Aufgabe des dritten Abschnitts bei dem Aufnehmen mit den Spiegelwerkzeugen angewendet werden.

2. Aufgabe.

Es ist die Größe der Standlinie AB, Fig. 156 gegeben; es können von deren Endpunkten aus die Winkel w, x, y und z gemessen werden; es sollen die Punkte C und D rücksichtlich ihrer Lage und Entfernung hieraus bestimmt und aufgetragen werden.

Auflösung.

Man messe in A, Fig. 156, die Winkel w und x, welche die Richtung der Standlinie mit den Punkten C und D bildet. Auf dem kleinen, mit Papier bespannten Reißbrette, oder Kartenblatte, welches in der Aufnehmetasche mitgeführt wird, trägt man an die schon früher aufgetragene Standlinie ab, Fig. 157, mit Hülfe eines Transporteurs,

durch Sinustafeln, oder auch mit dem Winkelmeß-instrumente selbst, wenn es dazu eingerichtet ist, an dem Endpunkte a die Winkel w und x = w′ u. x′ auf. Nun wird nach dem zweiten Endpunkt B gegangen, in demselben die Winkel y und z gemessen, und an dem Endpunkte b von ab, y uud z = y′ und z′ aufgetragen. Verlängert man die Schenkel dieser vier aufgetragenen Winkel, bis sie sich in c undd schneiden, so sind diese Durchschnittspunkte c und d die verlangten verhältnißmäßig zu ab liegenden Punkte.

3. Aufgabe.

Es ist die Länge einer Standlinie AB gegeben, man kann jedoch nur mit einem einzigen Endpunkt derselben, z. B. in B, Fig. 158, den Winkel o messen, man soll hierdurch die Lage des Punktes D bestimmen.

Auflösung.

Nachdem in B, Fig. 158, der Winkel o gemessen, und, nach Anleitung der vorigen Aufgabe, an die verjüngte Standlinie ab, Fig. 159, aufgetragen ist, so gehe man nach D, messe dort den Winkel y, und trage nun folgendermaßen auf:

Man verlängere ab, Fig. 159, vom Punkte a aus, trage an dieser Verlängerung, so wie die Figur zeigt, die Summe der beiden gemessenen Winkel, als einen äußern Winkel auf, der den beiden innern gegenüber liegenden Winkeln gleich ist, so

bleibt dadurch der Nebenwinkel v übrig. Die Schenkel der Winkel v und o verlängert man, bis sie sich schneiden, so ist durch deren Durchschnitt der gesuchte Punkt d = D bestimmt.

Es könnte der Fall eintreten, daß der zu bestimmende Punkt so beschaffen wäre, daß von demselben aus kein Winkel gemessen werden könnte; dann verfährt man folgendermaßen:

Angenommen, der zu bestimmende Punkt von erwähnter Beschaffenheit sei der Punkt E, so wird zuerst von B aus ein schickliches Alignements-Objekt, z. B. C ausgesucht, und aus B die Winkel o und CBE = x gemessen. Von dem Standort B aus gehet man in der Richtung des Alignements BC fort, bis in irgend einem willkührlich gewählten Punkte D, (der in der Richtung dieses Alignements liegt) gefunden wird, daß man die Punkte C, B, A und E sehen kann. Von diesem Standort D werden die Winkel ADB = y u. ADE = t gemessen, und damit nach Anleitung des Vorhergegangenen, zuerst die richtige Lage des Punktes d bestimmt, sodann aber an bd von b aus der Winkel x und an ad aus dem Punkt d der Winkel t aufgetragen, so giebt die Verlängerung der Schenkel, welche außer ab und ad fallen, einen Durchschnittspunkt e, der die Lage des gesuchten Punktes bestimmt.

Ob man genau in dem Alignement sich befindet, erfährt man durch Messung und Summirung

der beiden Nebenwinkel, welche bekanntermaßen 180 Grad betragen müssen. Auch dient dazu, um sich diese Mühe zu ersparen, ein von mir angegebener Alignementssucher. Will man die Richtigkeit des Punktes E genau prüfen, so wird in dem Alignement BC ein dritter Standort, z. B. C gewählt, dort der Winkel z gemessen, und mittelst z + o die Lage von c bestimmt. Trägt man an den Winkel z den Winkel w auf, und es schneidet der verlängerte Schenkel des Winkels w gleichfalls den Punkt e, so ist die Lage von e richtig; schneidet er aber neben e weg, so hat man in der Messung einen Fehler begangen, der zu berichtigen ist.

4. Aufgabe.

Die Endpunkte A und B, Fig. 160, der gegebenen Standlinie AB sind so beschaffen, daß von ihnen aus kein Winkel gemessen werden kann, man wählt in der Verlängerung einen Standort C, dessen Abstand BC von B unbekannt ist, und will die Lage dieses Standorts C und des Punktes D bestimmen.

Auflösung.

In dem mit A und B in einer geraden Linie liegenden Punkte C mißt man den Winkel u, und trägt ihn, wie Fig. 161 zeigt, an die verjüngte Standlinie ab, in b, und deren Verlängerung in a auf. Sobald dies verrichtet ist, wird von C in dem Alignement CE nach D gegangen.

Hier wird der Winkel v und o gemessen. Der Winkel o wird in b an u die Summe der Winkel (o + v) aber in a an u getragen. Verlängert man die Schenkel ad und bd der Summe der in a und b aufgetragenen Winkel, so wird ihr Durchschnittspunkt d der mit D correspondirende Punkt sein. In d wird auf die Linie bd der Winkel o aufgetragen, und dessen Schenkel dc verlängert, bis er auf der Verlängerung von ab den ersten Standort c abschneidet.

5. Aufgabe.

Die Endpunkte A und B der gegebenen Standlinie AB, Fig. 162, sind unzugänglich, es kann nur zwischen beiden Endpunkten auf der Linie AB der Punkt C zum Standort gewählt werden, dessen Abstand AC (oder BC) von A (oder B) unbekannt ist; es soll die Lage des Punktes C und E bestimmt werden.

Auflösung.

In C, welcher Punkt, wie in der Aufgabe bestimmt worden, in dem Alignement von A und B liegt, wird der Winkel u gemessen, dessen Nebenwinkel = 180° — u = o ist. In der Zeichnung wird die verjüngte Standlinie ab, Fig. 163, auf beiden Enden verlängert und, wie die Figur zeigt, die Winkel o und u ihrer Lage nach auf die Verlängerung von ab in a und b aufgetragen. Der Standort c wird in dem Punkte E und die Winkel

kel x und v gemessen. Diese beiden Winkel werden an die Winkel o und u auf der Verlängerung von ab in a und b, wie die Figur zeigt, aufgetragen. Da in a auf der Verlängerung von ab die Summe der Winkel o + x durch das Aneinandertragen der Winkel o und x gebildet worden, ferner in b mit den Winkeln u und v ein Gleiches geschehen, so darf man nur die Schenkel ae und be der Summe der Winkel o + x und u + v so weit verlängern, bis sie sich in dem zu bestimmenden Punkte e schneiden.

Trägt man nun auf den Schenkel ae in e den dorthin gehörigen Winkel x, und verlängert dessen Schenkel ec, bis er in c die Linie ab durchschneidet, so ist auch die Lage des verlangten Punktes c auf ab und dessen Abstand ac und bc in der Aufnahme bestimmt.

6. Aufgabe.

Die gegebene Standlinie AB, Fig. 164, ist so beschaffen, daß man weder zu einem Endpunkte, noch in deren Verlängerung, noch in das Alignement zwischen den Endpunkten gelangen kann; es ist bloß möglich, seitwärts dieser Linie Standorte zu wählen. Es soll die Lage der Punkte F und G gegen die gegebene Standlinie AB bestimmt werden.

Auflösung.

In C, Fig. 164, werden die Winkel o und u gemessen, aus dem Endpunkte a, Fig. 165, und

auf dem Krokis eine Linie am so gezogen, daß nach bloßem Augenmaaße ∠ bam nicht viel grö-ßer oder kleiner als ∠ BAC ist. An am wird der Winkel o′ = ∠ o so aufgetragen, daß der eine Schenkel desselben auf am fällt, und die Verlän-gerung des andern Schenkels durch b gehet, hier-auf trägt man den ∠ u′ = ∠ u im Punkte m unter bm auf, verlängert dessen Schenkel mg und gehet nach D.

In D werden die Winkel v und x gemessen, und ∠ v′ = ∠ v über mg so aufgetragen, daß ein Schenkel desselben auf mg fällt, und die Ver-längerung des andern Schenkels durch a schneidet, so bestimmt sich dadurch auf mg der Punkt n, in welchem über an der Winkel x′ = ∠ x aufgetra-gen wird. Verlängert man den außerhalb an fal-lenden Schenkel des zuletzt aufgetragenen Winkels x′, so muß derselbe entweder durch b schneiden, oder er muß die Linie bm (oder deren Verlänge-rung) in irgend einem Punkte schneiden. Ge-schieht das erstere, was wohl höchst selten der Zu-fall fügen könnte, so sind m und n die mit C und D correspondirenden Punkte und abmn ähnlich ABCD. Findet aber das letzte Statt, so wird aus dem Punkte e, wo nh die Linie bm (oder deren Verlängerung) schneidet, eine Gerade ae nach a ge-zogen. Die Linie ea bildet dann mit ab den Win-kel bae = z, um welchen man die Linien am, an

und bm zu verbessern hat, man trägt nämlich, wenn der Verbesserungswinkel z unter ab liegt, denselben in a und b an am und an rechts, liegt er aber im Gegentheil über ab, so wird er in a und b an am, an und bm links getragen, so ergiebt sich dadurch die Lage des Punktes c und der durch d gehenden Diagonale ad, ziehet man durch b mit en die Parallele bf und trägt für den in der Figur dargestellten Fall in b rechts an bf den Winkel z auf, so ist auch durch dessen Schenkel bd auf ad die Lage des Punktes d bestimmt und

abcd ∽ ACBD

Denn da ∠ o′ + ∠ u′ = ∠ o + u

∠ v′ = ∠ v

so ist △ mna ∽ △ ACD

Da ∠ v′ + ∠ x′ = ∠ v + ∠ x.

und ∠ u′ = ∠ u

so ist △ mne ∽ △ BCD.

Beide Dreiecke haben aber eine Grundlinie mn.

Folglich amne ∽ ACDB

∠ mae = ∠ cab

weil ∠ t = ∠ z

∠ nae = ∠ dab

weil ∠ w = ∠ z

∠ aem = ∠ abc

weil ∠ z = ∠ y

∠ aen = ∠ abd

weil en ≠ bf
und ∠ z = ∠ s.

Hieraus folgt amne ∽ acdb
Folglich auch acdb ∽ ACDB.

7. Aufgabe.

Die, S. 388, gegebene 13te Aufgabe mit dem reflectirenden Halbkreis, catadioptrischen Zirkel oder Dosensextanten aufzulösen.

Auflösung.

Eben so wie S. 390 bis 399 gelehrt worden, nur mit folgender Abänderung:

Die im Standorte D, Fig. 144, gemessenen Winkel v und w werden, wo möglich, mit dem Werkzeuge sogleich in w'' und v'' Fig. 145, über ac in verwechselter Lage aufgetragen und dadurch e bestimmt, ferner wird durch be, bx gezogen, in e die Nadel gestochen, mit dem Werkzeuge der ∠ z' abgenommen und unter ac in z aufgetragen, so bestimmt sich durch af und bx der Punkt d'.

Zur Prüfung der richtigen Construction nehme man ebenfalls mit dem Werkzeuge den ∠ aex ab und trage ihn in c unter ac auf, so muß auch der eine Schenkel dieses Winkels durch den Punkt d' schneiden, wenn die Construction richtig verrichtet worden.

Sechster Abschnitt.

Gebrauch der Boussole zur Bestimmung der Entfernungen und zur Aufnahme von Grundstücken.

Die Boussole giebt die Winkel unter den allervortheilhaftesten Umständen nur höchstens bis auf Viertheilgrade *) an, und dienet deshalb nicht zu den genauesten Bestimmungen; allein ihr so sehr einfacher Gebrauch erspart den damit arbeitenden Feldmessern das Nachdenken, weshalb auch diese sie als das unfehlbarste Werkzeug preisen.

In Wäldern ist die Boussole nicht ganz unbrauchbar, wenn der Boden, worauf sie gebraucht wird, nicht eisenhaltig ist, weshalb man jederzeit vorsichtig bei ihrer Anwendung sein muß.

Bei ihrer Anwendung werden die Sätze, daß die astronomischen Mittagslinien nicht weit von einander entfernter Orte unter sich parallel, und daß

*) Die Patentboussole giebt die Winkel bis auf halbe Grade.

ferner die Abweichungswinkel dieser nicht weit von einander entfernten Orte gleich, mithin die magnetischen Mittagslinien derselben einander ebenfalls parallel sind, angenommen.

Diese Sätze sind nun wohl nicht als unbedingt wahr anzunehmen, können aber doch für Wahrheit gelten, wenn die mit der Boussole aufzunehmende Gegend nicht von großem Umfange ist.

Gewöhnlich werden mit der Boussole die aufzunehmenden Wege durch Vorwärtsvisiren und Messen, die Grundstücke aber aus dem Umfange aufgenommen, weshalb hier nur einige Aufgaben folgen.

Man mißt bei der Aufnahme eines Grundstücks mit der Boussole die Winkel, und mit der Kette die Umfangslinien, nach Anleitung des dritten Abschnitts. Die gemessenen Winkel und Linien trägt man sodann in der Stube auf Papier und entwirft dadurch den Grundriß des Ganzen.

Da die Gradringe der Boussole mehrentheils auf Theilscheiben, nicht aber auf Theilmaschinen getheilt werden, so sind sie auch immer etwas unrichtig, weshalb man den Transporteur, womit aufgetragen werden soll, ebenfalls von dem Verfertiger der Boussole anfertigen, und an den Theilstrichen mit Zahlen bezeichnen läßt, welche mit den auf dem Gradringe an denselben Theilstrichen gestochenen Zahlen übereinstimmen.

Außerdem kann man jeden auf dem Felde ge-

messenen Winkel mit der Boussole selbst auf dem Papiere bestimmen. Man schraubt zu diesem Ende die Platte der Boussole von der Dille ab, setzt an die, in den Punkt, wo der Winkel aufgetragen werden soll, eingestochene Nadel die Seitenkante der Boussole an, und drehet dieselbe um diese Nadel, bis die Magnetnadel die auf dem Felde aufnotirte Abweichung dieses Schenkels zeigt. Dann ziehet man an der, an der Nadel liegenden Seitenkante, eine Linie mit Bleistift. Ohne das Papier zu verrücken, verfährt man bei Bestimmung des andern Schenkels eben so, und erhält dadurch den zu bestimmenden Winkel.

Soll der Winkel an eine auf dem Papier verzeichnete Linie aufgetragen werden, so muß man erst durch Hülfe der an die Linie gesetzten Boussole, der Linie in der Stube eine parallele Lage gegen die Linie auf dem Felde geben, oder das Reisbrett so drehen, bis die Magnetnadel der an der Linie liegenden Boussole über der Gradzahl des Abweichungswinkels der Linie des Feldes einspielt.

1. Aufgabe.

Einen Weg im Innern eines Waldes oder die Grenze eines Grundstücks aufzunehmen.

Auflösung.

Der aufzunehmende Weg sei abcde, Fig. 166, denkt man durch alle Winkelpunkte des Weges Parallelen, welche die Richtung der magnetischen Mit-

tagslinie bezeichnen, gezogen, so ist leicht einzusehen, welche Stücke zur Verzeichnung des Weges zu messen nöthig sind. Es sind nämlich außer den Längen ab, bc, cd und de, noch die Winkel s und t in b, und r und q in d zu messen, denn wegen der Parallelität der magnetischen Mittagslinie ist ∠ o = ∠ t, ∠ n = ∠ s, ∠ m = ∠ r und ∠ p = ∠ q, folglich sind bei der Aufnahme eines Weges, oder eines Grundstücks aus dem Umfange, die Winkel nicht in allen Winkelpunkten mit der Boussole, sondern nur in einem um den andern zu messen nöthig.

Die Maaße der Winkel und Linien werden in ein Brouillon, welches zu diesem Behuf entworfen wird, gehörigen Ortes notirt, und nach diesen die Figur des Weges aufgetragen.

Bei dem Auftragen ziehet man durch den auf dem Papier bestimmten oder angenommenen Anfangspunkt a des Weges die Richtung der magnetischen Mittagslinie fg, trägt an diese den ∠ q = ∠ p durch die Boussole selbst, oder mittelst des Transporteurs, und auf dem Schenkel ed das für ed gemessene Maaß nach verjüngtem Maaßstabe, so ist dadurch die Lage des Punktes d bestimmt. Durch d wird mit der durch e gezogenen magnetischen Mittagslinie fg eine Parallele gezogen, an diese im Punkte d der ∠ r getragen, dc gezogen, und auf diese Linie das verjüngte Maaß derselben

getragen, so bestimmt sich ihr Endpunkt c, durch welchen ebenfalls eine Parallele mit der magnetischen Mittagslinie fg gezogen wird. An diese Parallele mit fg trägt man ∠ s = ∠ n an, erhält dadurch die Richtung von cb und hat auf diese Richtung von cb das verjüngte Maaß dieser Linie aufzutragen. Durch den dadurch erhaltenen Endpunkt b ziehet man eine Parallele mit fg, trägt an diese den Winkel t und bestimmt dadurch die Richtung ba, auf welche man zuletzt das verjüngte Maaß von ab trägt und so die Lage des Punktes a bestimmt.

Anm. Wenn man eine Gradrose besitzt, so werden an einem Ende des Papiers sämmtliche bei der Messung beobachtete Winkel, aus einem Punkte aufgetragen, an die Schenkel derselben die Gradzahlen getragen, und bei dem Auftragen der Figur mit den entsprechenden Schenkeln der Winkel durch die Endpunkte der verjüngt aufgetragenen Linien Parallelen gezogen, so giebt eine solche Parallele die Richtung der neuen verjüngt aufzutragenden Linie.

2. Aufgabe.

Ein Grundstück mit der Bouffole aus dem Umfange aufzunehmen.

Auflösung.

Die Aufnahme eines Grundstücks wird ebenfalls wie die Aufnahme eines Weges verrichtet, sind die Grenzen krumme Linien, so werden dicht an denselben Standlinien gewählt, ihr Abweichungswinkel

mit der Boussole bestimmt und sodann die krummen Linien durch Abscissen und Ordinaten, wie im dritten Abschnitte gelehrt worden, bestimmt.

3. Aufgabe.

Das Rückwärtseinschneiden durch Hülfe der Boussole zu verrichten.

Auflösung.

Da die magnetische Mittagsline eine bestimmte Richtung ist, so kann man durch Hülfe der Boussole aus zwei bestimmten Punkten den willkührlich gewählten Standort bestimmen.

Durch die Punkte A und B, Fig. 167, werden die magnetischen Mittagslinien ef und gh auf dem Papiere gezogen, und der im Standorte D auf dem Felde beobachtete Abweichungswinkel m des Punktes A von der magnetischen Mittagslinie NS des Punktes D in o an ef getragen, so daß ∠ o = ∠ m. An gh trägt man den im Punkte D beobachteten Abweichungswinkel n des Punktes B von NS und verlängert auf dem Papier die Schenkel der aufgetragenen Winkel, bis sie sich im Punkte D schneiden, so ist D auf dem Papiere der mit D auf dem Felde übereinstimmende Punkt.

Anm. Außer diesen drei Aufgaben können mehrere der Aufgaben des 5ten Abschnitts mit der Boussole gelöst werden, wenn es den Aufnehmern auf genaue Bestimmungen nicht sonderlich viel ankommt.

Ende der ersten Abtheilung.

I.

Reductionstafel,

um aus schief gemessenen Längen und deren Neigung gegen den Horizont den horizontalen oder vertikalen Abstand der Endpunkte dieser Längen zu finden.

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
	15	0,004	0,008	0,012	0,017	0,021	0,025	0,030
	30	0,008	0,017	0,026	0,034	0,043	0,052	0,060
	45	0,013	0,026	0,039	0,052	0,065	0,078	0,091
1		0,017	0,034	0,052	0,069	0,087	0,104	0,121
1	15	0,021	0,043	0,065	0,087	0,109	0,130	0,152
1	30	0,026	0,052	0,078	0,104	0,130	0,156	0,182
1	45	0,030	0,061	0,091	0,122	0,152	0,183	0,213
2		0,034	0,069	0,104	0,139	0,174	0,208	0,243
2	15	0,039	0,078	0,117	0,156	0,196	0,235	0,274
2	30	0,043	0,087	0,120	0,174	0,218	0,261	0,305
2	45	0,047	0,095	0,143	0,191	0,239	0,287	0,335
3		0,052	0,104	0,156	0,209	0,261	0,313	0,366
3	15	0,056	0,113	0,169	0,226	0,283	0,339	0,396
3	30	0,061	0,122	0,183	0,244	0,305	0,366	0,427
3	45	0,065	0,130	0,196	0,261	0,327	0,392	0,457
4		0,069	0,139	0,209	0,278	0,348	0,418	0,487
4	15	0,074	0,148	0,222	0,296	0,370	0,444	0,518
4	30	0,078	0,156	0,235	0,313	0,392	0,470	0,548
4	45	0,082	0,165	0,248	0,331	0,414	0,496	0,579
5		0,087	0,174	0,261	0,348	0,435	0,522	0,609
5	15	0,091	0,183	0,274	0,366	0,457	0,549	0,640
5	30	0,095	0,191	0,287	0,383	0,479	0,574	0,670
5	45	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700
6		0,104	0,209	0,313	0,418	0,522	0,627	0,731
6	15	0,108	0,217	0,326	0,435	0,544	0,652	0,761
6	30	0,113	0,226	0,339	0,452	0,566	0,679	0,792
6	45	0,117	0,235	0,352	0,470	0,587	0,705	0,822
7		0,121	0,243	0,365	0,487	0,609	0,730	0,852
7	15	0,126	0,252	0,378	0,504	0,630	0,756	0,882
7	30	0,130	0,261	0,391	0,522	0,652	0,783	0,913
7	45	0,134	0,269	0,404	0,539	0,674	0,808	0,943
8		0,139	0,278	0,417	0,556	0,695	0,834	0,973
8	15	0,143	0,286	0,430	0,573	0,717	0,860	1,003
8	30	0,147	0,295	0,443	0,591	0,739	0,886	1,034
8	45	0,152	0,304	0,456	0,608	0,760	0,912	1,064
9		0,156	0,312	0,469	0,625	0,782	0,938	1,094

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
0,034	0,038	0,043	0,086	0,129	0,172	0,215	89	45
0,069	0,078	0,087	0,174	0,261	0,348	0,435	89	30
0,104	0,117	0,130	0,260	0,390	0,520	0,650	89	15
0,139	0,156	0,174	0,348	0,522	0,696	0,870	89	
0,174	0,196	0,218	0,436	0,654	0,872	1,090	88	45
0,208	0,234	0,261	0,522	0,783	1,044	1,305	88	30
0,244	0,274	0,305	0,610	1,015	1,220	1,525	88	15
0,278	0,313	0,348	0,696	1,044	1,392	1,740	88	
0,313	0,352	0,392	0,784	1,176	1,568	1,960	87	45
0,348	0,392	0,436	0,872	1,208	1,744	2,180	87	30
0,383	0,431	0,479	0,958	1,437	1,916	2,395	87	15
0,418	0,470	0,523	1,046	1,569	2,092	2,615	87	
0,452	0,509	0,566	1,132	1,698	2,264	2,830	86	45
0,488	0,549	0,610	1,220	1,830	2,440	3,050	86	30
0,523	0,588	0,654	1,308	1,962	2,616	3,270	86	15
0,557	0,627	0,697	1,394	2,091	2,788	3,485	86	
0,592	0,666	0,741	1,482	2,223	2,964	3,705	85	45
0,627	0,705	0,784	1,568	2,352	3,136	3,920	85	30
0,662	0,745	0,828	1,656	2,484	3,312	4,140	85	15
0,696	0,783	0,871	1,742	2,613	3,484	4,355	85	
0,732	0,823	0,915	1,830	2,745	3,660	4,575	84	45
0,766	0,862	0,958	1,916	2,874	3,832	4,790	84	30
0,800	0,900	1,001	2,002	3,003	4,004	5,005	84	15
0,836	0,940	1,045	2,090	3,135	4,180	5,225	84	
0,870	0,979	1,088	2,176	3,264	4,352	5,440	83	45
0,905	1,018	1,132	2,264	3,396	4,528	5,660	83	30
0,940	1,057	1,175	2,350	3,525	4,700	5,875	83	15
0,974	1,096	1,218	2,436	3,654	4,872	6,090	83	
1,008	1,134	1,261	2,522	3,783	5,044	6,305	82	45
1,044	1,174	1,305	2,610	3,915	5,220	6,525	82	30
1,078	1,213	1,348	2,686	4,044	5,392	6,740	82	15
1,112	1,251	1,391	2,782	4,173	5,564	6,955	82	
1,147	1,290	1,434	2,868	4,302	5,736	7,170	81	45
1,182	1,330	1,478	2,956	4,434	5,912	7,390	81	30
1,216	1,368	1,521	3,042	4,563	6,084	7,605	81	15
1,251	1,407	1,564	3,128	4,692	6,256	7,820	81	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
9	15	0,160	0,321	0,482	0,642	0,803	0,964	1,124
9	30	0,165	0,330	0,495	0,660	0,825	0,990	1,155
9	45	0,169	0,338	0,507	0,677	0,846	1,015	1,185
10		0,173	0,347	0,520	0,694	0,868	1,041	1,215
10	15	0,177	0,355	0,533	0,711	0,889	1,067	1,245
10	30	0,182	0,364	0,546	0,728	0,911	1,093	1,275
10	45	0,186	0,373	0,559	0,746	0,932	1,119	1,305
11		0,190	0,381	0,572	0,763	0,954	1,144	1,335
11	15	0,195	0,390	0,585	0,780	0,975	1,170	1,365
11	30	0,199	0,398	0,597	0,797	0,996	1,195	1,395
11	45	0,203	0,407	0,610	0,814	1,018	1,221	1,425
12		0,207	0,415	0,623	0,831	1,039	1,247	1,455
12	15	0,212	0,424	0,636	0,848	1,060	1,272	1,484
12	30	0,216	0,432	0,649	0,865	1,082	1,298	1,514
12	45	0,220	0,441	0,661	0,882	1,103	1,323	1,544
13		0,224	0,449	0,674	0,899	1,124	1,349	1,574
13	15	0,229	0,458	0,687	0,916	1,146	1,375	1,604
13	30	0,233	0,466	0,700	0,933	1,167	1,400	1,633
13	45	0,237	0,475	0,712	0,950	1,188	1,425	1,663
14		0,241	0,483	0,725	0,967	1,209	1,451	1,693
14	15	0,246	0,492	0,738	0,984	1,230	1,476	1,722
14	30	0,250	0,500	0,750	1,001	1,251	1,501	1,752
14	45	0,254	0,509	0,763	1,018	1,273	1,527	1,782
15		0,258	0,517	0,776	1,036	1,294	1,552	1,811
15	15	0,263	0,526	0,789	1,052	1,315	1,578	1,841
15	30	0,267	0,534	0,801	1,068	1,336	1,603	1,870
15	45	0,271	0,542	0,814	1,085	1,357	1,628	1,899
16		2,275	0,551	0,826	1,102	1,378	1,653	1,929
16	15	0,279	0,559	0,839	1,119	1,399	1,678	1,958
16	30	0,284	0,568	0,852	1,136	1,420	1,704	1,988
16	45	0,288	0,576	0,864	1,152	1,440	1,728	2,016
17		0,292	0,584	0,876	1,169	1,461	1,753	2,046
17	15	0,296	0,593	0,889	1,186	1,482	1,779	2,075
17	30	0,300	0,601	0,902	1,202	1,503	1,804	2,104
17	45	0,304	0,609	0,914	1,219	1,524	1,828	2,133
18		0,309	0,618	0,927	1,236	1,545	1,854	2,163

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
1,285	1,446	1,607	3,214	4,821	6,428	8,035	80	45
1,320	1,485	1,650	3,300	4,950	6,600	8,250	80	30
1,354	1,523	1,693	3,386	5,079	6,772	8,465	80	15
1,388	1,562	1,736	3,472	5,208	6,944	8,680	80	
1,423	1,601	1,779	3,558	5,337	7,116	8,895	79	45
1,457	1,639	1,822	3,644	5,466	7,288	9,110	79	30
1,492	1,678	1,865	3,730	5,595	7,460	9,325	79	15
1,526	1,717	1,908	3,816	5,724	7,632	9,540	79	
1,560	1,755	1,950	3,900	5,850	7,800	9,750	78	45
1,594	1,793	1,993	3,986	5,979	7,972	9,965	78	30
1,628	1,832	2,036	4,072	6,108	8,144	10,180	78	15
1,663	1,871	2,079	4,158	6,237	8,316	10,395	78	
1,696	1,908	2,121	4,242	6,363	8,448	10,605	77	45
1,731	1,947	2,164	4,328	6,492	8,656	10,820	77	30
1,764	1,985	2,206	4,412	6,618	8,824	11,030	77	15
1,799	2,024	2,249	4,498	6,747	8,996	11,245	77	
1,833	2,062	2,292	4,584	6,876	9,168	11,460	76	45
1,867	2,100	2,334	4,668	7,002	9,336	11,670	76	30
1,900	2,138	2,376	4,752	7,128	9,504	11,880	76	15
1,935	2,177	2,419	4,838	7,2571	9,676	12,095	76	
1,968	2,214	2,461	4,922	7,383	9,844	12,305	75	45
2,002	2,252	2,503	5,006	7,509	10,012	12,515	75	30
2,036	2,291	2,546	5,092	7,638	10,184	12,730	75	15
2,070	2,329	2,588	5,176	7,764	10,342	12,940	75	
2,104	2,367	2,630	5,260	7,890	10,52	13,150	74	45
2,137	2,404	2,672	5,344	8,016	10,688	13,260	74	30
2,171	2,442	2,714	5,428	8,142	10,856	13,570	74	15
2,204	2,480	2,756	5,512	8,268	11,024	13,480	74	
2,238	2,518	2,798	5,596	8,394	11,192	13,990	73	45
2,272	2,556	2,840	5,680	8,520	11,360	14,200	73	30
2,304	2,592	2,881	5,762	8,643	11,524	14,405	73	15
2,338	2,630	2,923	5,846	8,769	11,692	14,615	73	
2,372	2,668	2,965	5,930	8,895	11,860	14,825	72	45
2,405	2,706	3,007	6,014	9,021	12,028	15,035	72	30
2,438	2,743	3,048	6,096	9,144	12,192	15,240	72	15
2,472	2,781	3,090	6,180	9,270	12,360	15,450	72	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
18	15	0,313	0,626	0,939	1,252	1,565	1,878	2,191
18	30	0,317	0,634	0,951	1,269	1,586	1,903	2,221
18	45	0,321	0,642	0,964	1,285	1,607	1,928	2,249
19		0,325	0,651	0,976	1,302	1,627	1,953	2,278
19	15	0,329	0,659	0,988	1,318	1,648	1,977	2,307
19	30	0,333	0,667	1,001	1,335	1,669	2,002	2,336
19	45	0,337	0,675	1,013	1,351	1,689	2,027	2,365
20		0,342	0,684	1,026	1,368	1,710	2,052	2,394
20	15	0,346	0,692	1,038	1,384	1,730	2,076	2,422
20	30	0,350	0,700	1,050	1,400	1,751	2,101	2,451
20	45	0,354	0,708	1,062	1,416	1,771	2,125	2,479
21		0,358	0,716	1,074	1,433	1,791	2,149	2,508
21	15	0,362	0,724	1,087	1,449	1,812	2,174	2,536
21	30	0,366	0,733	1,099	1,466	1,832	2,199	2,565
21	45	0,370	0,741	1,111	1,482	1,852	2,223	2,593
22		0,374	0,749	1,123	1,498	1,873	2,247	2,622
22	15	0,378	0,757	1,135	1,514	1,893	2,271	2,650
22	30	0,382	0,765	1,147	1,530	1,913	2,295	2,678
22	45	0,386	0,773	1,160	1,546	1,933	2,320	2,706
23		0,390	0,781	1,172	1,562	1,953	2,344	2,734
23	15	0,394	0,789	1,184	1,578	1,970	2,368	2,762
23	30	0,398	0,797	1,196	1,594	1,993	2,392	2,790
23	45	0,402	0,805	1,208	1,610	2,013	2,416	2,818
24		0,406	0,813	1,220	1,626	2,033	2,440	2,946
24	15	0,410	0,821	1,232	1,642	2,053	2,464	2,874
24	30	0,414	0,829	1,243	1,658	2,073	2,487	2,902
24	45	0,418	0,837	1,255	1,674	2,093	2,511	2,930
25		0,422	0,845	1,267	1,690	2,113	2,535	2,958
25	15	0,426	0,853	1,279	1,706	2,132	2,559	2,985
25	30	0,430	0,861	1,291	1,722	2,152	2,583	3,013
25	45	0,434	0,868	1,303	1,737	2,172	2,606	3,040
26		0,438	0,876	1,314	1,753	2,191	2,629	3,068
26	15	0,442	0,884	1,326	1,768	2,211	2,653	3,095
26	30	0,446	0,892	1,338	1,784	2,230	2,676	3,122
26	45	0,450	0,900	1,350	1,800	2,250	2,700	3,150
27		0,453	0,907	1,361	1,815	2,269	2,723	3,177

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
2,504	2,817	3,131	6,262	9,393	12,524	15,655	71	45
2,638	2,855	3,173	6,346	9,519	12,692	15,865	71	30
2,671	2,892	3,214	6,428	9,742	12,856	16,070	71	15
2,604	2,929	3,255	6,510	9,765	13,020	16,275	71	
2,636	2,966	3,296	6,592	9,888	13,184	16,480	70	45
2,670	3,004	3,338	6,676	10,014	13,352	16,690	70	30
2,703	3,041	3,379	6,758	10,137	13,516	16,895	70	15
2,736	3,078	3,420	6,840	10,260	13,680	17,100	70	
2,768	3,114	3,461	6,922	10,383	13,844	17,305	69	45
2,801	3,151	3,502	7,004	10,506	14,008	17,510	69	30
2,833	3,187	3,542	7,084	10,626	14,168	17,710	69	15
2,860	3,224	3,583	7,166	10,749	14,332	17,915	69	
2,899	3,261	3,624	7,248	10,872	14,496	18,120	68	45
2,932	3,298	3,665	7,330	10,995	14,660	18,325	68	30
2,964	3,334	3,705	7,410	11,115	14,820	18,525	68	15
2,996	3,371	3,746	7,492	11,238	14,984	18,730	68	
3,028	3,407	3,786	7,572	11,353	15,144	18,930	67	45
3,060	3,443	3,826	7,652	11,478	15,304	19,130	67	30
3,093	3,480	3,867	7,734	11,601	15,468	19,335	67	15
3,125	3,516	3,907	7,814	11,721	15,628	19,535	67	
3,157	3,552	3,947	7,894	11,841	15,788	19,735	66	45
3,189	3,588	3,987	7,974	11,961	15,948	19,935	66	30
3,221	3,624	4,027	8,054	12,081	16,108	20,135	66	15
3,253	3,660	4,067	8,134	12,201	16,268	20,335	66	
3,285	3,696	4,107	8,214	12,321	16,428	20,535	65	45
3,316	3,731	4,146	8,292	12,438	16,584	20,730	65	30
3,348	3,767	4,186	8,372	12,558	16,744	20,930	65	15
3,380	3,803	4,226	8,452	12,778	16,904	21,130	65	
3,412	3,838	4,265	8,530	12,795	17,060	21,325	64	45
3,444	3,874	4,305	8,610	12,915	17,220	21,525	64	30
3,475	3,909	4,344	8,688	13,032	17,376	21,720	64	15
3,506	3,944	4,383	8,766	13,149	17,532	21,915	64	
3,537	3,979	4,422	8,844	13,266	17,688	22,110	63	45
3,568	4,014	4,461	8,922	13,383	17,844	22,305	63	30
3,600	4,050	4,500	9,000	13,500	18,000	22,500	63	15
3,631	4,085	4,539	9,078	13,617	18,156	22,695	63	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
27	15	0,457	0,915	1,373	1,831	2,289	2,746	3,204
27	30	0,461	0,923	1,385	1,846	2,308	2,770	3,231
27	45	0,465	0,931	1,396	1,862	2,328	2,793	3,259
28		0,469	0,938	1,408	1,877	2,347	2,816	3,285
28	15	0,473	0,946	1,419	1,893	2,366	2,839	3,313
28	30	0,477	0,954	1,431	1,908	2,385	2,862	3,339
28	45	0,480	0,961	1,442	1,923	2,404	2,885	3,366
29		0,484	0,969	1,454	1,939	2,424	2,908	3,393
29	15	0,488	0,977	1,465	1,954	2,443	2,931	3,420
29	30	0,492	0,984	1,477	1,969	2,462	2,954	3,446
29	45	0,496	0,992	1,488	1,981	2,481	2,977	3,473
30		0,500	1,000	1,500	2,000	2,500	3,000	3,500
30	15	0,503	1,007	1,511	2,014	2,518	3,022	3,525
30	30	0,507	1,015	1,522	2,030	2,537	3,045	3,552
30	45	0,511	1,022	1,533	2,044	2,556	3,067	3,578
31		0,515	1,030	1,545	2,060	2,575	3,090	3,605
31	15	0,518	1,037	1,556	2,074	2,593	3,112	3,630
31	30	0,522	1,044	1,567	2,089	2,612	3,134	3,656
31	45	0,526	1,052	1,578	2,140	2,631	3,157	3,683
32		0,529	1,059	1,589	2,117	2,649	3,179	3,709
32	15	0,533	1,067	1,600	2,134	2,668	3,201	3,735
32	30	0,537	1,074	1,611	2,148	2,686	3,223	3,760
32	45	0,540	1,081	1,622	2,163	2,704	3,245	3,786
33		0,544	1,089	1,633	2,178	2,723	3,267	3,812
33	15	0,548	1,096	1,644	2,192	2,741	3,289	3,837
33	30	0,551	1,103	1,655	2,207	2,759	3,311	3,863
33	45	0,555	1,111	1,666	2,222	2,777	3,333	3,888
34		0,559	1,118	1,677	2,236	2,795	3,354	3,913
34	15	0,562	1,125	1,688	2,251	2,814	3,376	3,939
34	30	0,566	1,132	1,699	2,265	2,832	3,398	3,964
34	45	0,569	1,139	1,709	2,279	2,849	3,419	3,989
35		0,573	1,147	1,720	2,294	2,867	3,441	4,014
35	15	0,577	1,154	1,731	2,308	2,885	3,462	4,039
35	30	0,580	1,161	1,742	2,322	2,903	3,484	4,064
35	45	0,584	1,168	1,752	2,336	2,921	3,505	4,089
36		0,587	1,175	1,763	2,350	2,938	3,526	4,113

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
3,662	4,120	4,578	9,156	13,734	18,312	22,890	62	45
3,693	4,155	4,617	9,234	13,851	18,468	23,085	62	30
3,724	4,190	4,656	9,312	13,968	18,624	23,280	62	15
3,755	4,224	4,694	9,388	14,082	18,776	23,470	62	
3,786	4,259	4,733	9,466	14,199	18,932	23,665	61	45
3,816	4,293	4,771	9,542	14,313	19,084	23,855	61	30
3,847	4,328	4,809	9,618	14,427	19,236	24,045	61	15
3,878	4,363	4,848	9,696	14,544	19,392	24,240	61	
3,908	4,397	4,886	9,772	14,658	19,544	24,430	60	45
3,939	4,431	4,924	9,848	14,772	19,696	24,620	60	30
3,969	4,465	4,962	9,924	14,886	19,848	24,810	60	15
4,000	4,500	5,000	10,000	15,000	20,000	25,000	60	
4,029	4,533	5,037	10,074	15,111	20,148	25,185	59	45
4,060	4,567	5,075	10,150	15,225	20,300	25,375	59	30
4,089	4,600	5,112	10,224	15,336	20,448	25,560	59	15
4,120	4,635	5,150	10,300	15,450	20,600	25,750	59	
4,149	4,668	5,187	10,374	15,561	20,748	25,935	58	45
4,179	4,701	5,224	10,448	15,672	20,896	26,120	58	30
4,209	4,735	5,262	10,524	15,786	21,048	26,310	58	15
4,239	4,769	5,299	10,598	15,897	21,196	26,495	58	
4,268	4,802	5,336	10,672	16,008	21,344	26,680	57	45
4,297	4,834	5,372	10,744	16,116	21,488	26,860	57	33
4,327	4,868	5,409	10,818	16,227	21,636	27,045	57	15
4,356	4,901	5,446	10,892	16,338	21,784	27,230	57	
4,385	4,933	5,482	10,964	16,446	21,928	27,410	56	45
4,415	4,967	5,519	11,038	16,557	22,076	27,595	56	30
4,444	4,999	5,555	11,110	16,665	22,220	27,775	56	15
4,472	5,031	5,591	11,182	16,773	22,364	27,955	56	
4,502	5,065	5,628	11,256	16,884	22,512	28,140	55	45
4,531	5,097	5,664	11,328	16,992	22,656	28,320	55	30
4,559	5,129	5,699	11,398	17,097	22,796	28,495	55	15
4,588	5,161	5,735	11,470	17,205	22,940	28,675	55	
4,616	5,193	5,771	11,542	17,313	23,084	28,855	54	45
4,645	5,226	5,807	11,614	17,421	23,228	29,035	54	30
4,673	5,257	5,842	11,684	17,526	23,368	29,210	54	15
4,701	5,289	5,877	11,754	17,631	23,508	29,385	54	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
36	15	0,591	1,182	1,773	2,365	2,956	3,547	4,139
36	30	0,594	1,189	1,784	2,379	2,974	3,568	4,163
36	45	0,598	1,196	1,794	2,393	2,991	3,589	4,188
37		0,601	1,203	1,805	2,407	3,009	3,610	4,212
37	15	0,605	1,210	1,815	2,420	3,026	3,631	4,236
37	30	0,608	1,217	1,826	2,434	3,043	3,652	4,260
37	45	0,612	1,224	1,836	2,448	3,061	3,673	4,285
38		0,615	1,231	1,846	2,462	3,078	3,693	4,309
38	15	0,619	1,238	1,857	2,746	3,095	3,714	4,333
38	30	0,622	1,245	1,867	2,490	3,112	3,735	4,357
38	45	0,625	1,251	1,877	2,503	3,129	3,755	4,381
39		0,629	1,258	1,887	2,517	3,146	3,775	4,405
39	15	0,632	1,265	1,898	2,530	3,163	3,796	4,428
30	30	0,636	1;272	1,908	2,544	3,180	3,816	4,452
39	45	0,639	1,278	1,918	2,557	3,197	3,836	4,475
40		0,642	1,285	1,928	2,570	3,213	3,856	4,498
40	15	0,646	1,292	1,938	2,584	3,230	3,876	4,522
40	30	0,649	1,298	1,948	2,597	3,247	3,896	4,545
40	45	0,652	1,305	1,958	2,610	3,263	3,916	4,568
41		0,656	1,312	1,968	2,624	3,280	3,936	4,592
41	15	0,659	1,318	1,977	2,637	3,296	3,955	4,615
41	30	0,662	1,325	1,987	2,650	3,313	3,975	4,538
41	45	0,665	1,331	1,997	2,663	3,329	3,994	4,660
42		0,669	1,338	2,007	2,676	3,345	4,014	4,683
42	15	0,672	1,344	2,016	2,689	3,361	4,033	4,706
42	30	0,675	1,351	2,026	2,702	3,377	4,053	4,728
42	45	0,678	1,357	2,036	2,715	3,394	4,072	4,751
43		0,681	1,363	2,045	2,727	3,409	4,091	4,773
43	15	0,685	1,370	2,055	2,740	3,425	4,110	4,795
43	30	0,688	1,376	2,064	2,753	3,441	4,129	4,818
43	45	0,691	1,383	2,074	2,766	3,457	4,149	4,840
44		0,694	1,389	2,083	2,778	3,473	4;167	4,862
44	15	0,697	1,395	2,093	2,790	3,488	4,186	4,883
44	30	0,700	1,401	2,102	2,803	3,504	4,205	4,906
44	45	0,704	1,408	2,112	2,816	3,520	4,224	4,928
45		0,707	1,414	2,121	2,828	3,535	4,242	4,949

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
4,730	5,321	5,913	11,826	17,739	23,652	29,565	53	45
4,758	5,353	5,948	11,896	17,844	23,792	29,740	53	30
4,786	5,384	5,983	11,966	17,949	23,932	29,915	53	15
4,814	5,416	6,018	12,036	18,054	24,072	30,090	53	
4,841	5,446	6,052	12,104	18,156	24,208	30,260	52	45
4,869	5,478	6,087	12,174	18,251	24,348	30,435	52	30
4,897	5,509	6,122	12,244	18,366	24,488	30,610	52	15
4,924	5,540	6,156	12,312	18,468	24,624	30,780	52	
4,952	5,571	6,190	12,380	18,570	24,760	30,950	61	45
4,980	5,602	6,225	12,450	18,675	24,900	31,125	51	30
5,007	5,633	6,259	12,518	18,777	25,036	31,295	51	15
5,034	5,663	6,293	12,586	18,879	25,172	31,465	51	
5,061	5,694	6,327	12,654	18,981	25,308	31,635	50	45
5,088	5,724	6,360	12,720	19,080	25,440	31,800	50	30
5,115	5,754	6,394	12,788	19,182	25,576	31,970	50	15
5,141	5,784	6,427	12,854	19,281	25,708	32,135	50	
5,168	5,814	6,461	12,922	19,383	25,844	32,305	49	45
5,195	5,844	6,494	12,988	19,482	25,976	32,470	49	30
5,221	5,874	6,527	13,054	19,581	26,108	32,635	49	15
5,248	5,904	6,560	13,120	19,680	26,240	32,800	49	
5,274	5,933	6,593	13,186	19,779	26,372	32,965	48	45
5,300	5,963	6,626	13,252	19,878	26,504	33,130	48	30
5,326	5,992	6,658	13,316	19,974	26,632	33,290	48	15
5,352	6,021	6,691	13,382	20,073	26,764	33,455	48	
5,378	6,050	6,723	13,446	20,169	26,892	33,615	47	45
5,404	6,079	6,755	13,510	20,265	27,020	33,775	47	30
5,430	6,109	6,788	13,576	20,364	27,152	33,940	47	15
5,455	6,137	6,819	13,638	20,457	27,276	34,095	47	
5,480	6,165	6,851	13,702	20,553	27,404	34,255	46	45
5,506	6,194	6,883	13,766	20,649	27,532	34,415	46	30
5,532	6,223	6,915	13,830	20,745	27,660	34,575	46	15
5,556	6,251	6,946	13,892	20,838	27,784	34,730	46	
5,581	6,279	6,977	13,954	20,931	27,908	34,885	45	45
5,607	6,308	7,009	14,018	21,027	28,036	35,045	45	30
5,632	6,336	7,040	14,080	21,120	28,160	35,200	45	15
5,656	6,363	7,071	14,142	21,218	28,284	35.355	45	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
45	15	0,710	1,420	2,130	2,840	3,550	4,260	4,970
45	30	0,713	1,426	2,139	2,852	3,566	4,279	4,992
45	45	0,716	1,432	2,148	2,865	3,581	4,297	5,014
46		0,719	1,438	2,157	2,876	3,595	4,314	5,063
46	15	0,722	1,444	2,166	2,889	3,611	4,333	5,056
46	30	0,725	1,450	2,175	2,901	3,626	4,351	5,077
46	45	0,728	1,456	2,184	2,913	3,641	4,369	5,098
47		0,731	1,462	2,193	2,92	3,656	4,387	5,119
47	15	0,734	1,468	2,202	2,937	3,671	4,405	5,140
47	30	0,737	1,474	2,211	2,948	3,686	4,423	5,160
47	45	0,740	1,480	2,220	2,960	3,701	4,441	5,181
48		0,743	1,486	2,229	2,972	3,715	4,458	5,201
48	15	0,746	1,492	2,238	2,984	3,730	4,476	5,222
48	30	0,748	1,497	2,246	2,995	3,744	4,493	5,242
48	45	0,751	1,503	2,255	3,007	3,759	4,510	5,262
49		0,754	1,509	2,264	3,018	3,773	4,528	5,282
49	15	0,757	1,515	2,272	3,030	3,787	4,545	5,302
49	30	0,760	1,520	2,281	3,041	3,802	4,562	5,322
49	45	0,763	1,526	2,289	3,052	3,816	4,579	5,342
50		0,766	1,532	2,298	3,064	3,830	4,596	5,362
50	15	0,768	1,537	2,306	3,075	3,844	4,612	5,381
50	30	0,771	1,543	2,314	3,086	3,858	4,629	5,401
50	45	0,774	1,548	2,322	3,097	3,871	4,645	5,420
51		0,777	1,554	2,331	3,108	3,885	4,662	5,439
51	15	0,779	1,559	2,339	3,119	3,899	4,678	5,458
51	30	0,782	1,565	2,347	3,130	3,913	4,695	5,478
51	45	0,785	1,570	2,355	3,141	3,926	4,711	5,497
52		0,788	1,576	2,364	3,152	3,940	4,728	5,516
52	15	0,790	1,581	2,371	3,162	3,953	4,743	5,534
52	30	0,793	1,586	2,379	3,173	3,966	4,759	5,553
52	45	0,796	1,592	2,388	3,184	3,980	4,776	5,573
53		0,798	1,597	2,395	3,194	3,993	4,791	5,590
53	15	0,801	1,602	2,403	3,204	4,006	4,807	5,608
53	30	0,803	1,607	2,411	3,215	4,019	4,822	5,626
53	45	0,806	1,612	2,419	3,225	4,032	4,838	5,644
54		0,809	1,618	2,427	3,236	4,045	4,854	5,663

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
5,680	6,390	7,101	14,202	21,303	28,404	35,505	44	45
5,705	6,418	7,132	14,264	21,396	28,528	35,660	44	30
5,730	6,446	7,163	14,326	21,489	28,652	35,815	44	15
5,752	6,471	7,190	14,380	21,570	28,760	35,950	44	
5,778	6,500	7,223	14,446	21,669	28,892	36,115	43	45
5,802	6,527	7,253	14,506	21,759	29,012	36,265	43	30
5,826	6,554	7,283	14,566	21,849	29,132	36,415	43	15
5,850	6,581	7,313	14,626	21,939	29,252	36,565	43	
5,874	6,608	7,343	14,686	22,029	29,372	36,715	42	45
5,897	6,634	7,372	14,744	22,116	29,488	36,860	42	30
5,921	6,661	7,402	14,804	22,206	29,608	37,010	42	15
5,944	6,687	7,431	14,862	22,293	29,724	37,155	42	
5,968	6,714	7,460	14,920	22,380	29,840	37,300	41	45
5,991	6,740	7,489	14,978	22,467	29,956	37,445	41	30
6,014	6,766	7,518	15,036	22,554	30,072	37,590	41	15
6,037	6,792	7,545	15,094	22,641	30,188	37,735	41	
6,060	6,817	7,575	15,150	22,725	30,300	37,875	40	45
6,083	6,843	7,604	15,208	22,812	30,416	38,020	40	30
6,105	6,868	7,632	15,264	22,896	30,528	38,160	40	15
6,128	6,894	7,660	15,320	22,980	30,640	38,300	40	
6,150	6,919	7,688	15,376	23,064	30,752	38,440	39	45
6,172	6,944	7,716	15,432	23,148	30,864	38,580	39	30
6,194	6,968	7,743	15,486	23,229	30,972	38,715	39	15
6,216	6,993	7,771	15,542	23,313	31,084	38,855	39	
6,238	7,018	7,798	15,596	23,394	31,192	38,990	38	45
6,260	7,043	7,826	15,652	23,478	31,304	39,130	38	30
6,282	7,067	7,853	15,706	23,559	31,412	39,265	38	15
6,304	7,092	7,880	15,760	23,640	31,520	39,400	38	
6,324	7,115	7,906	15,812	23,718	31,624	39,530	37	45
6,346	7,139	7,933	15,866	23,799	31,732	39,665	37	30
6,368	7,164	7,960	15,920	23,880	31,840	39,800	37	15
6,388	7,187	7,986	15,972	23,958	31,944	39,930	37	
6,409	7,210	8,012	16,024	24,036	32,048	40,060	36	45
6,430	7,234	8,038	16,076	24,114	32,152	40,190	36	30
6,451	7,239	8,064	16,121	24,182	32,256	40,320	36	15
6,472	7,281	8,090	16,180	24,270	32,360	40,450	36	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
54	15	0,811	1,623	2,434	3,246	4,057	4,869	5,680
54	30	0,814	1,628	2,442	3,256	4,070	4,884	5,698
54	45	0,816	1,633	2,449	3,266	4,083	4,899	5,716
55		0,819	1,638	2,457	3,276	4,095	4,914	5,733
55	15	0,821	1,643	2,464	3,286	4,108	4,929	5,751
55	30	0,824	1,648	2,472	3,296	4,120	4,944	5,768
55	45	0,826	1,653	2,479	3,306	4,132	4,959	5,785
56		0,829	1,658	2,487	3,316	4,145	4,974	5,803
56	15	0,831	1,662	2,494	3,325	4,157	4,988	5,819
56	30	0,833	1,667	2,501	3,335	4,169	5,002	5,836
56	45	0,836	1,672	2,508	3,344	4,181	5,017	5,853
57		0,838	1,677	2,515	3,354	4,193	5,031	5,870
57	15	0,841	1,682	2,523	3,364	4,205	5,046	5,887
57	30	0,843	1,686	2,529	3,373	4,216	5,059	5,903
57	45	0,845	1,691	2,537	3,382	4,228	5,074	5,919
58		0,848	1,696	2,544	3,392	4,240	5,088	5,936
58	15	0,850	1,700	2,550	3,401	4,251	5,101	5,952
58	30	0,852	1,705	2,557	3,410	4,263	5,115	5,968
58	45	0,854	1,709	2,564	3,419	4,274	5,129	5,984
59		0,857	1,714	2,571	3,428	4,285	5,142	5,999
59	15	0,859	1,718	2,578	3,437	4,297	5,156	6,015
59	30	0,861	1,723	2,584	3,446	4,308	5,169	6,031
59	45	0,863	1,727	2,591	3,455	4,319	5,182	6,046
60		0,866	1,732	2,598	3,464	4,330	5,196	6,062
60	15	0,868	1,736	2,604	3,472	4,340	5,208	6,076
60	30	0,870	1,740	2,610	3,481	4,351	5,221	6,092
60	45	0,872	1,744	2,617	3,489	4,362	5,234	6,106
61		0,874	1,749	2,623	3,498	4,373	5,247	6,122
61	15	0,876	1,753	2,630	3,506	4,383	5,260	6,136
61	30	0,878	1,757	2,636	3,515	4,394	5,272	6,151
61	45	0,880	1,761	2,642	3,523	4,404	5,284	6,165
62		0,882	1,765	2,648	3,531	4,414	5,297	6,180
62	15	0,884	1,769	2,654	3,539	4,424	5,309	6,194
62	30	0,887	1,774	2,661	3,548	4,435	5,322	6,209
62	45	0,889	1,778	2,667	3,556	4,445	5,334	6,223
63		0,891	1,782	2,673	3,564	4,455	5,346	6,237

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
6,592	7,303	8,115	16,230	24,345	32,460	40,575	35	45
6,512	7,326	8,141	16,282	24,423	32,564	40,705	35	30
6,532	7,349	8,166	16,332	24,498	32,664	40,830	35	15
6,552	7,371	8,191	16,382	24,573	32,764	40,955	35	
6,572	7,394	8.216	16,432	24,648	32,864	41,080	34	45
6,592	7,416	8,241	16,482	24,723	32,964	41,205	34	30
6,612	7,438	8,265	16,530	24,795	33,060	41,325	34	15
6,632	7,461	8,290	16,580	24,870	33,160	41,450	34	
6,651	7,482	8,314	16,628	24,942	33,256	41,570	33	45
6,670	7,504	8,338	16,676	25,014	33,352	41,690	33	30
6,689	7,525	8,362	16,724	25,086	33,448	41,810	33	15
6,708	7,547	8,386	16,772	25,158	33,544	41,930	33	
6,728	7,569	8,410	16,820	25,230	33,640	42,050	32	45
6,746	7,589	8,433	16,866	25,299	33,732	42,165	32	30
6,765	7,611	8,457	16,914	25,371	33,828	42,285	32	15
6,784	7,632	8,480	16,960	25,440	33,920	42,400	32	
6,802	7,652	8,503	17,006	25,509	34,012	42,515	31	45
6,820	7,673	8,526	17,052	25,578	34,104	42,630	31	30
6,839	7,694	8,549	17,098	25,647	34,196	42,745	31	15
6,856	7,713	8,571	17,142	25,713	34,284	42,855	31	
6,875	7,734	8,594	17,188	25,782	34,376	42,970	30	45
6,892	7,754	8,616	17,232	25,848	34,464	43,080	30	30
6,910	7,774	8,638	17,276	25,914	34,552	43,190	30	15
6,928	7,794	8,660	17,320	25,980	34,640	43,300	30	
6,944	7,812	8,681	17,362	26,043	34,724	43,405	29	45
6,962	7,832	8,703	17,406	26,109	34,812	43,515	29	30
6,979	7,851	8,724	17,448	26,172	34,896	43,620	29	15
6,996	7,871	8,746	17,492	26,238	34,984	43,730	29	
7,013	7,890	8,767	17,534	26,301	35,068	43,835	28	45
7,030	7,909	8,788	17,576	26,364	35,142	43,940	28	30
7,046	7,927	8,808	17,616	26,424	35,232	44,040	28	15
7,063	7,946	8,829	17,658	26,487	35,316	44,145	28	
7,079	7,964	8,849	17,698	26,547	35,396	44,245	27	45
7,096	7,983	8,870	17,740	26,610	35,480	44,350	27	30
7,112	8,001	8,890	17,780	26,670	35,560	44,450	27	15
7,128	8,019	8,910	17,820	26,730	35,640	44,550	27	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
63	15	0,892	1,785	2,678	3,571	4,464	5,357	6,250
63	30	0,894	1,789	2,684	3,579	4,474	5,369	6,264
63	45	0,89	1,793	2,690	3,587	4,484	5,380	6,277
64		0,898	1,797	2,696	3,594	4,493	5,392	6,290
64	15	0,900	1,801	2,701	3,602	4,503	5,403	6,304
64	30	0,902	1,805	2,707	3,610	4,512	5,415	6,317
64	45	0;904	1,80[illegible]	2,713	3,617	4,522	5,426	6,330
65		0,906	1, 12	2,718	3,625	4,531	5,437	6,344
65	15	0,908	1,816	2,724	3,632	4,540	5,448	5,356
65	30	0,909	1,819	2,729	3,639	4,549	5,459	6,369
65	45	0,911	1,823	2,735	3,646	4,558	5,470	6,381
66		0,913	1,827	2,740	3,654	4,567	5,481	6,394
66	15	0,915	1,830	2,745	3,661	4,576	5,491	6,407
66	30	0,917	1,834	2,751	3,668	4,585	5,502	6,419
66	45	0,918	1,837	2,756	3,674	4,593	5,512	6,430
67		0,920	1,841	2,761	3,682	4,602	5,523	6,443
67	15	0,922	1,844	2,766	3,688	4,611	5,533	6,455
67	30	0,923	1,847	2,771	3,695	4,619	5,542	6,466
67	45	0,925	1,851	2,776	3,702	4,627	5,553	6,478
68		0,927	1,854	2,781	3,708	4,635	5,562	6,489
68	15	0,928	1,857	2,786	3,714	4,644	5,572	6,501
68	30	0,930	1,860	2,791	3,721	4,652	5,582	6,512
68	45	0,932	1,864	2,796	3,728	4,660	5,592	6,524
69		0,933	1,867	2,800	3,734	4,667	5,601	6,534
69	15	0,935	1,870	2,805	3,740	4,675	5,610	6,545
69	30	0,936	1,873	2,809	3,746	4,683	5,619	6,554
69	45	0,938	1,876	2,814	3,752	4,690	5,628	6,566
70		0,939	1,879	2,818	3,758	4,698	5,637	6,577
70	15	0,941	1,882	2,823	3,764	4,705	5,646	6,587
70	30	0,942	1,885	2,827	3,770	4,713	5,655	6,598
70	45	0,944	1,888	2,832	3,776	4,720	5,664	6,608
71		0,945	1,891	2,836	3,782	4,727	5,673	6,618
71	15	0,946	1,893	2,840	3,787	4,734	5,681	6,628
71	30	0,948	1,896	2,844	3,793	4,741	5,689	6,638
71	45	0,949	1,899	2,848	3,798	4,748	5,697	6,647
72		0,951	1,902	2,853	3,804	4,755	5,706	6,657

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
7,743	8,036	8,929	17,858	26,787	35,716	44,645	26	45
7,159	8,054	8,949	17,898	26,847	35,796	44,745	26	30
7,174	8,071	8,968	17,936	26,904	35,872	44,840	26	15
7,189	8,088	8,987	17,974	26,961	35,948	44,935	26	
7,204	8,105	9,006	18,012	27,018	36,024	45,030	25	45
7,220	8,122	9,025	18,050	27,075	36,100	45,125	25	30
7,235	8,139	9,044	18,088	27,132	36,176	45,220	25	15
7,250	8,156	9,063	18,126	27,189	36,252	45,315	25	
7,264	8,172	9,081	18,162	27,243	36,324	45,405	24	45
7,279	8,189	9,099	18,198	27,297	36,396	45,495	24	30
7,293	8,205	9,117	18,234	27,351	36,468	45,585	24	15
7,308	8,221	9,135	18,270	27,405	36,540	45,675	24	
7,322	8,237	9,153	18,306	27,459	36,612	45,765	23	45
7,336	8,253	9,170	18,340	27,510	36,680	45,850	23	30
7,349	8,268	9,187	18,374	27,561	36,748	45,935	23	15
7,364	8,284	9,205	18,410	27,615	36,820	46,025	23	
7,377	8,299	9,222	18,444	27,666	36,888	46,110	22	45
7,390	8,314	9,238	18,476	27,714	36,952	46,190	22	30
7,404	8,329	9,255	18,510	27,765	37,020	46,275	22	15
7,416	8,343	9,271	18,542	27,813	37,084	46,355	22	
7,430	8,359	9,288	18,576	27,864	37,152	46,440	21	45
7,443	8,373	9,304	18,608	27,912	37,216	46,520	21	30
7,456	8,388	9,320	18,640	27,960	37,280	46,600	21	15
7,468	8,401	9,335	18,670	28,005	37,340	46,675	21	
7,480	8,415	9,351	18,702	28,053	37,404	46,755	20	45
7,492	8,429	9,366	18,732	28,098	37,464	46,830	20	30
7,504	8,442	9,381	18,762	28,143	37,524	46,905	20	15
7,516	8,456	9,396	18,792	28,188	37,584	46,980	20	
7,528	8,469	9,411	18,822	28,233	37,644	47,055	19	45
7,540	8,483	9,426	18,852	28,278	37,704	47,130	19	30
7,552	8,496	9,440	18,880	28,320	37,760	47,200	19	15
7,564	8,509	9,455	18,910	28,365	37,820	47,275	19	
7,575	8,522	9,469	18,938	28,407	37,876	47,345	18	45
7,586	8,534	9,483	18,966	28,449	37,932	47,415	18	30
7,596	8,546	9,490	18,992	28,488	37,984	47,480	18	15
7,608	8,559	9,510	19,020	28,530	38,040	47,550	18	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
72	15	0,952	1,904	2,856	3,809	4,761	5,713	6,666
72	30	0,953	1,907	2,861	3,814	4,768	5,722	6,675
72	45	0,955	1,910	2,865	3,820	4,775	5,730	6,685
73		0,956	1,912	2,868	3,825	4,781	5,737	6,694
73	15	0,957	1,915	2,872	3,830	4,787	5,745	6,702
73	30	0,958	1,917	2,876	3,835	4,794	5,752	6,711
73	45	0,960	1,920	2,880	3,840	4,800	5,760	6,720
74		0,961	1,922	2,883	3,844	4,806	5,767	6,728
74	15	0,962	1,924	2,887	3,849	4,812	5,774	6,736
74	30	0,963	1,927	2,890	3,854	4,818	5,781	6,745
74	45	0,964	1,929	2,894	3,858	4,823	5,788	6,752
75		0,965	1,931	2,897	3,863	4,829	5,795	6,761
75	15	0,967	1,934	2,901	3,868	4,835	5,802	6,769
75	30	0,968	1,936	2,904	3,872	4,840	5,808	6,776
75	45	0,969	1,938	2,907	3,876	4,846	5,815	6,784
76		0,970	1,940	2,910	3,880	4,851	5,821	6,791
76	15	0,971	1,942	2,913	3,885	4,856	5,827	6,799
76	30	0,972	1,944	2,916	3,889	4,861	5,833	6,806
76	45	0,973	1,946	2,919	3,893	4,866	5,839	6,813
77		0,974	1,948	2,922	3,897	4,871	5,845	6,820
77	15	0,975	1,950	2,925	3,901	4,876	5,851	6,827
77	30	0,976	1,952	2,928	3,904	4,881	5,857	6,833
77	45	0,977	1,954	2,931	3,908	4,886	5,863	6,840
78		0,978	1,956	2,934	3,912	4,890	5,868	6,846
78	15	0,979	1,958	2,937	3,916	4,895	5,874	6,853
78	30	0,980	1,959	2,939	3,919	4,899	5,879	6,859
78	45	0,981	1,961	2,942	3,922	4,903	5,884	6,864
79		0,982	1,963	2,944	3,926	4,908	5,889	6,871
79	15	0,983	1,965	2,948	3,931	4,914	5,897	6,880
79	30	0,983	1,966	2,949	3,932	4,916	5,899	6,882
79	45	0,984	1,968	2,952	3,936	4,920	5,904	6,888
80		0,984	1,969	2,954	3,939	4,924	5,908	6,893
80	15	0,985	1,971	2,956	3,942	4,927	5,913	6,898
80	30	0,986	1,972	2,958	3,944	4,931	5,917	6,903
80	45	0,986	1,973	2,960	3,947	4,934	5,921	6,908
81		0,987	1,975	2,962	3,950	4,938	5,925	6,913

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
7,618	8,570	9,523	19,046	28,569	38,092	47,615	17	45
7,629	8,583	9,537	19,074	28,611	38,148	47,685	17	30
7,640	8,595	9,550	19,100	28,650	38,200	47,750	17	15
7,650	8,606	9,563	19,126	28,689	38,252	47,815	17	
7,660	8,617	9,575	19,150	28,725	38,300	47,875	16	45
7,670	8,629	9,588	19,176	28,764	38,352	47,940	16	30
7,680	8,640	9,600	19,200	28,800	38,400	48,000	16	15
7,689	8,650	9,612	19,224	28,836	38,448	48,060	16	
7,699	8,661	9,624	19,248	28,872	38,496	48,120	15	45
7,708	8,672	9,636	19,272	28,908	38,544	48,180	15	30
7,717	8,682	9,647	19,294	28,941	38,588	48,235	15	15
7,727	8,693	9,659	19,318	28,977	38,636	48,295	15	
7,736	8,703	9,670	19,340	29,010	38,680	48,350	14	45
7,744	8,712	9,681	19,362	29,043	38,724	48,435	14	30
7,753	8,722	9,692	19,384	29,076	38,768	48,460	14	15
7,761	8,731	9,702	19,404	29,106	38,808	48,510	14	
7,770	8,741	9,713	19,426	29,139	38,852	48,565	13	45
7,778	8,750	9,723	19,446	29,169	38,892	48,615	13	30
7,786	8,759	9,733	19,466	29,199	38,932	48,665	13	15
7,794	8,768	9,743	19,486	29,229	38,972	48,715	13	
7,802	8,777	9,753	19,506	29,259	39,012	48,765	12	45
7,809	8,785	9,762	19,524	29,286	39,048	48,810	12	30
7,817	8,794	9,772	19,544	29,316	39,088	48,860	12	15
7,824	8,802	9,781	19,562	29,343	39,124	48,905	12	
7,832	8,811	9,790	19,580	29,370	39,160	48,950	11	45
7,839	8,819	9,799	19,598	29,397	39,196	48,995	11	30
7,845	8,826	9,807	19,614	29,421	39,228	49,035	11	15
7,852	8,834	9,816	19,632	29,448	39,264	49,080	11	
7,863	8,842	9,829	19,658	29,487	39,316	49,145	10	45
7,865	8,848	9,832	19,664	29,496	30,328	49,160	10	30
7,872	8,856	9,840	19,680	29,520	39,360	49,200	10	15
7,878	8,863	9,848	19,696	29,544	39,392	49,240	10	
7,884	8,869	9,855	19,710	29,569	39,420	49,275	9	45
7,889	8,875	9,862	19,724	29,586	39,448	49,310	9	30
7,895	8,882	9,869	19,738	29,607	39,476	49,345	9	15
7,900	8,888	9,876	19,752	29,628	39,504	49,380	9	

Ruthen.

Gr.	Min	1	2	3	4	5	6	7
81	15	0,988	1,976	2,964	3,953	4,941	5,929	6,918
81	30	0,989	1,978	2,967	3,956	4,945	5,934	6,923
81	45	0,989	1,979	2,968	3,958	4,948	5,937	6,927
82		0,990	1,980	2,970	3,960	4,951	5,941	6,931
82	15	0,990	1,981	2,972	3,963	4,954	5,944	6,935
82	30	0,991	1,982	2,974	3,965	4,957	5,948	6,939
82	45	0,992	1,984	2,976	3,968	4,960	5,952	6,944
83		0,992	1,985	2,977	3,970	4,962	5,955	6,947
83	15	0,993	1,986	2,979	3,972	4,965	5,958	6,951
83	30	0,993	1,987	2,980	3,974	4,967	5,961	6,954
83	45	0,994	1,988	2,982	3,976	4,970	5,964	6,958
84		0,994	1,989	2,983	3,978	4,972	5,967	6,961
84	15	0,994	1,989	2,984	3,979	4,974	5,969	6,964
84	30	0,995	1,990	2,985	3,981	4,976	5,971	6,967
84	45	0,995	1,991	2,987	3,983	4,979	5,974	6,970
85		0,996	1,992	2,988	3,984	4,980	5,976	6,972
85	15	0,996	1,993	2,989	3,986	4,982	5,979	6,915
85	30	0,996	1,993	2,990	3,987	4,984	5,981	6,978
85	45	0,997	1,994	2,991	3,988	4,986	5,983	6,980
86		0,997	1,995	2,992	3,990	4,987	5,985	6,982
86	15	0,997	1,995	2,993	3,991	4,989	5,986	6,984
86	30	0,998	1,996	2,994	3,992	4,990	5,988	6,986
86	45	0,998	1,996	2,994	3,993	4,991	5,989	6,988
87		0,998	1,997	2,995	3,994	4,993	5,991	6,990
87	15	0,998	1,997	2,996	3,995	4,994	5,992	6,991
87	30	0,999	1,998	2,997	3,996	4,995	5,994	6,993
87	45	0,999	1,998	2,997	3,996	4,996	5,995	6,994
88		0,999	1,998	2,997	3,997	4,996	5,995	6,995
88	15	0,999	1,999	2,998	3,998	4,997	5,997	6,996
88	30	0,999	1,999	2,998	3,998	4,998	5,997	6,997
88	45	0,999	1,999	2,999	3,998	4,998	5,998	6,997
89		0,999	1,999	2,999	3,999	4,999	5,998	6,998
89	15	0,999	1,999	2,999	3,999	4,999	5,999	6,999
89	30	0,999	1,999	2,999	3,999	4,999	5,999	6,999
89	45	0,999	1,999	2,999	3,999	4,999	5,999	6,999
90		1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,

Ruthen.

8	9	10	20	30	40	50	Gr.	Min
7,906	8,894	9,883	19,766	29,649	39,532	49,415	8	45
7,912	8,901	9,890	19,780	29,670	39,560	49,450	8	30
7,916	8,906	9,896	19,792	29,688	39,584	49,480	8	15
7,921	8,911	9,902	19,804	29,705	39,608	49,510	8	
7,926	8,917	9,908	19,816	29,724	39,632	49,540	7	45
7,931	8,922	9,914	19,828	29,742	39,656	49,570	7	30
7,936	8,928	9,920	19,840	29,760	39,680	49,600	7	15
7,940	8,932	9,925	19,850	29,775	39,700	49,625	7	
7,944	8,937	9,930	19,860	29,790	39,720	49,650	6	45
7,948	8,941	9,935	19,870	29,805	39,740	49,675	6	30
7,952	8,946	9,940	19,880	29,820	39,760	49,700	6	15
7,956	8,950	9,945	19,890	29,835	39,780	49,725	6	
7,959	8,954	9,949	19,898	29,847	39,796	49,745	5	45
7,962	8,957	9,953	19,906	29,859	39,812	49,765	5	30
7,966	8,962	9,958	19,916	29,874	39,832	49,790	5	15
7,968	8,964	9,961	19,922	29,883	39,844	49,805	5	
7,972	8,968	9,965	19,930	29,895	39,860	49,825	4	45
7,975	8,972	9,969	19,938	29,907	39,876	49,845	4	30
7,977	8,974	9,972	19,944	29,916	39,888	49,860	4	15
7,980	8,977	9,975	19,950	29,925	39,900	49,875	4	
7,982	8,980	9,978	19,956	29,934	39,912	49,890	3	45
7,984	8,982	9,981	19,962	29,943	39,924	49,905	3	30
7,986	8,984	9,983	19,966	29,949	39,932	49,915	3	15
7,988	8,987	9,986	19,972	29,958	39,944	49,930	3	
7,990	8,989	9,988	19,976	29,964	39,952	49,940	2	45
7,992	8,991	9,990	19,980	29,970	39,960	49,950	2	30
7,993	8,992	9,992	19,984	29,976	39,968	49,960	2	15
7,994	8,993	9,993	19,986	29,979	39,972	49,965	2	
7,996	8,995	9,995	19,990	29,985	39,980	49,975	1	45
7,996	8,996	9,996	19,992	29,988	39,984	49,980	1	30
7,997	8,997	9,997	19,994	29,991	39,988	49,985	1	15
7,998	8,998	9,998	19,996	29,994	39,992	49,990	1	
7,999	8,999	9,999	19,998	29,997	39,996	49,995	0	45
7,999	8,999	9,999	19,998	29,997	39,996	49,995	0	30
7,999	8,999	9,999	19,998	29,997	39,996	49,995	0	15
8,	9,	10,	20,	30,	40,	50,	0	

II.

Tafel,

zum Messen und Abstecken der Winkel nach Graden, mittelst der Meßkette, enthaltend die Länge der Sehne des Winkels nach Fußen und Zollen, wenn die Länge der gleichen Schenkel = 30 Fuß gemacht werden.

II.

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
0	1	0	10
0	2	0	22
0	3	0	34
0	4	0	44
0	5	0	56
0	6	1	8
0	7	1	20
0	8	1	30
0	9	1	40
1	0	1	54
1	1	2	6
1	2	2	16
1	3	2	28
1	4	2	40
1	5	2	50
1	6	3	2
1	7	3	14
1	8	3	26
1	9	3	36
2	0	3	48
2	1	4	0
2	2	4	12
2	3	4	22
2	4	4	34
2	5	4	46
2	6	4	58

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll	Grad	Min.
2	7	5	8
2	8	5	20
2	9	5	32
3	0	5	42
3	1	5	54
3	2	6	6
3	3	6	18
3	4	6	28
3	5	6	40
3	6	6	52
3	7	7	4
3	8	7	14
3	9	7	20
4	0	7	38
4	1	7	50
4	2	8	0
4	3	8	12
4	4	8	24
4	5	8	36
4	6	8	46
4	7	8	58
4	8	9	10
4	9	9	22
5	0	9	32
5	1	9	44

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
5	2	9	56
5	3	10	8
5	4	10	18
5	5	10	30
5	6	10	42
5	7	10	54
5	8	11	4
5	9	11	16
6	0	11	28
6	1	11	40
6	2	11	50
6	3	12	2
6	4	12	14
6	5	12	26
6	6	12	32
6	7	12	48
6	8	13	0
6	9	13	12
7	0	13	18
7	1	13	34
7	2	13	46
7	3	13	58
7	4	14	12
7	5	14	20
7	6	14	32
7	7	14	44

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
7	8	14	56
7	9	15	6
8	0	15	18
8	1	15	30
8	2	15	42
8	3	15	54
8	4	16	4
8	5	16	16
8	6	16	28
8	7	16	40
8	8	16	52
8	9	17	2
9	0	17	14
9	1	17	26
9	2	17	38
9	3	17	50
9	4	18	0
9	5	18	12
9	6	18	24
9	7	18	36
9	8	18	48
9	9	18	58
10	0	19	10
10	1	19	22
10	2	19	34

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
10	3	19	46
10	4	19	56
10	5	20	8
10	6	20	18
10	7	20	32
10	8	20	44
10	9	20	56
11	0	21	6
11	1	21	18
11	2	21	31
11	3	21	42
11	4	21	54
11	5	22	4
11	6	22	16
11	7	22	28
11	8	22	43
11	9	22	52
12	0	23	4
12	1	23	16
12	2	23	28
12	3	23	38
12	4	23	50
12	5	24	2
12	6	24	14
12	7	24	26
12	8	24	38

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
12	9	24	48
13	0	25	0
13	1	25	12
13	2	25	24
13	3	25	36
13	4	25	48
13	5	26	0
13	6	26	12
13	7	26	22
13	8	26	34
13	9	26	46
14	0	26	58
14	1	27	10
14	2	27	22
14	3	27	34
14	4	27	44
14	5	27	58
14	6	28	10
14	7	28	20
14	8	28	32
14	9	28	44
15	0	28	56
15	1	29	8
15	2	29	20
15	3	29	32

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
15	4	29	44
15	5	29	56
15	6	30	8
15	7	30	20
15	8	30	32
15	9	30	44
16	0	30	56
16	1	31	6
16	2	31	22
16	3	31	30
16	4	31	42
16	5	31	54
16	6	32	6
16	7	32	18
16	8	32	30
16	9	32	42
17	0	32	54
17	1	33	6
17	2	33	18
17	3	33	30
17	4	33	42
17	5	33	54
17	6	34	6
17	7	34	18
17	8	34	30
17	9	34	42

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
18	0	34	54
18	1	35	6
18	2	35	20
18	3	35	30
18	4	35	42
18	5	35	54
18	6	36	6
18	7	36	18
18	8	36	30
18	9	36	42
19	0	36	54
19	1	37	6
19	2	37	18
19	3	37	30
19	4	37	44
19	5	37	54
19	6	38	8
19	7	38	20
19	8	38	32
19	9	38	44
20	0	38	56
20	1	39	8
20	2	39	20
20	3	39	32
20	4	39	44
20	5	39	56

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
20	6	40	10
20	7	40	20
20	8	40	34
20	9	40	46
21	0	40	58
21	1	41	10
21	2	41	22
21	3	41	34
21	4	41	46
21	5	41	58
21	6	42	14
21	7	42	24
21	8	42	36
21	9	42	48
22	0	43	3
22	1	43	12
22	2	43	25
22	3	43	38
22	4	43	50
22	5	44	0
22	6	44	14
22	7	44	26
22	8	44	40
22	9	44	52
23	0	45	4

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.
23	1	45	16
23	2	45	24
23	3	45	42
23	4	45	54
23	5	46	6
23	6	46	18
23	7	46	30
23	8	46	44
23	9	46	54
24	0	47	8
24	1	47	20
24	2	47	34
24	3	47	46
24	4	47	58
24	5	48	12
24	6	48	24
24	7	48	36
24	8	48	48
24	9	49	2
25	0	49	14
25	1	49	26
25	2	49	40
25	3	49	52
25	4	50	4
25	5	50	18
25	6	50	30

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
25	7	50	42
25	8	50	56
25	9	51	8
26	0	51	20
26	1	51	34
26	2	51	46
26	3	51	58
26	4	52	12
26	5	52	24
26	6	52	38
26	7	52	50
26	8	53	12
26	9	53	16
27	0	53	28
27	1	53	42
27	2	53	54
27	3	54	6
27	4	54	20
27	5	54	32
27	6	54	46
27	7	54	58
27	8	55	12
27	9	55	24
28	0	55	38
28	1	55	50

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
28	2	56	4
28	3	56	16
28	4	56	34
28	5	56	42
28	6	56	56
28	7	57	8
28	8	57	22
28	9	57	34
29	0	57	48
29	1	58	0
29	2	58	14
29	3	58	26
29	4	58	40
29	5	58	54
29	6	59	6
29	7	59	20
29	8	59	32
29	9	59	46
30	0	60	0
30	1	60	14
30	2	60	24
30	3	60	38
30	4	60	52
30	5	61	6
30	6	61	18
30	7	61	32

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
30	8	61	46
30	9	61	58
31	0	62	12
31	1	62	26
31	2	62	40
31	3	62	52
31	4	63	4
31	5	63	20
31	6	63	32
31	7	63	46
31	8	64	0
31	9	64	14
32	0	64	28
32	1	64	40
32	2	64	54
32	3	65	8
32	4	65	22
32	5	65	34
32	6	65	48
32	7	66	2
32	8	66	16
32	9	66	30
33	0	66	44
33	1	66	56
33	2	67	10
33	3	67	24
33	4	67	38
33	5	67	52
33	6	68	6
33	7	68	20
33	8	68	34
33	9	68	48
34	0	69	2
34	1	69	16
34	2	69	30
34	3	69	42
34	4	69	58
34	5	70	10
34	6	70	26
34	7	70	40
34	8	70	54
34	9	71	8
35	0	71	22
35	1	71	36
35	2	71	50
35	3	72	4
35	4	72	18
35	5	72	32
35	6	72	46
35	7	73	0
35	8	73	16

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
35	9	73	30
36	0	73	44
36	1	73	58
36	2	74	12
36	3	74	26
36	4	74	42
36	5	74	56
36	6	75	10
36	7	75	24
36	8	75	38
36	9	75	54
37	0	76	8
37	1	76	22
37	2	76	38
37	3	76	52
37	4	77	8
37	5	77	20
37	6	77	36
37	7	77	50
37	8	78	6
37	9	78	20
38	0	78	34
38	1	78	50
38	2	79	2
38	3	79	20
38	4	79	34
38	5	79	48
38	6	80	4
38	7	80	18
38	8	80	34
38	9	80	48
39	0	81	4
39	1	81	20
39	2	81	34
39	3	81	50
39	4	82	6
39	5	82	20
39	6	82	36
39	7	82	50
39	8	83	6
39	9	83	20
40	0	83	36
40	1	83	52
40	2	84	8
40	3	84	22
40	4	84	38
40	5	84	54
40	6	85	10
40	7	85	24
40	8	85	40
40	9	85	56

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
41	0	86	12
41	1	86	28
41	2	86	44
41	3	86	58
41	4	87	16
41	5	87	30
41	6	87	46
41	7	88	0
41	8	88	20
41	9	88	34
42	0	88	50
42	1	89	6
42	2	89	24
42	3	89	38
42	4	89	54
42	5	90	10
42	6	90	28
42	7	90	44
42	8	90	58
42	9	91	16
43	0	91	36
43	1	91	50
43	2	92	6
43	3	92	22
43	4	92	40
43	5	92	56

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
43	6	93	12
43	7	93	28
43	8	93	46
43	9	94	2
44	0	94	20
44	1	94	36
44	2	94	54
44	3	95	10
44	4	95	28
44	5	95	54
44	6	96	2
44	7	96	18
44	8	96	36
44	9	96	52
45	0	97	10
45	1	97	28
45	2	97	44
45	3	98	2
45	4	98	24
45	5	98	38
45	6	98	56
45	7	99	12
45	8	99	34
45	9	99	48
46	0	100	6

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
46	1	100	24
46	2	100	42
46	3	101	0
46	4	101	18
46	5	101	36
46	6	101	58
46	7	102	12
46	8	102	30
46	9	102	48
47	0	103	8
47	1	103	26
47	2	103	44
47	3	104	2
47	4	104	22
47	5	104	40
47	6	105	0
47	7	105	18
47	8	105	46
47	9	105	56
48	0	106	14
48	1	106	34
48	2	106	54
48	3	107	12
48	4	107	32
48	5	107	52
48	6	108	10
48	7	108	30
48	8	108	50
48	9	109	10
49	0	109	30
49	1	109	50
49	2	110	10
49	3	110	30
49	4	110	50
49	5	111	10
49	6	111	30
49	7	111	50
49	8	112	12
49	9	112	32
50	0	112	52
50	1	113	12
50	2	113	34
50	3	113	54
50	4	114	16
50	5	114	36
50	6	115	0
50	7	115	20
50	8	115	42
50	9	116	2
51	0	116	26
51	1	116	46

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
51	2	116	58
51	3	117	30
51	4	117	54
51	5	118	14
51	6	118	38
51	7	118	58
51	8	119	22
51	9	119	44
52	0	120	6
52	1	120	30
52	2	120	56
52	3	121	18
52	4	121	42
52	5	122	4
52	6	122	28
52	7	122	52
52	8	123	16
52	9	123	40
53	0	124	16
53	1	124	30
53	2	124	54
53	3	125	18
53	4	125	49
53	5	126	10
53	6	126	34
53	7	127	0

Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
53	8	127	26
53	9	127	52
54	0	128	18
54	1	128	44
54	2	129	12
54	3	129	38
54	4	130	6
54	5	130	32
54	6	131	4
54	7	131	28
54	8	131	56
54	9	132	24
55	0	132	52
55	1	133	22
55	2	133	50
55	3	134	20
55	4	134	50
55	5	135	20
55	6	135	50
55	7	136	20
55	8	136	52
55	9	137	22
56	0	137	54
56	1	138	26
56	2	139	0

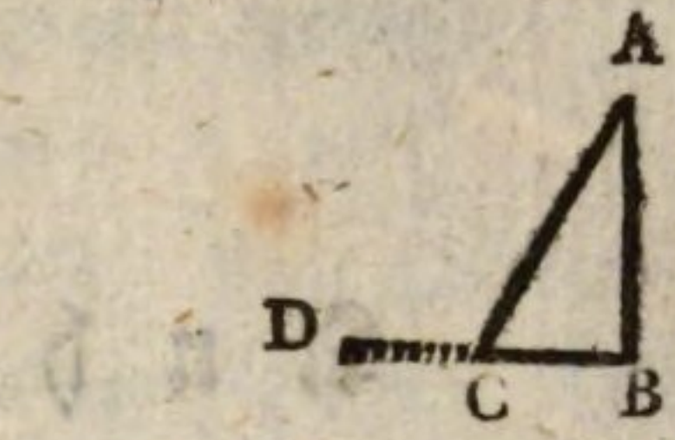
Sehne od. Basis.		Winkel.	
Fuß.	Zoll.	Grad	Min.
56	3	139	32
56	4	140	6
56	5	140	40
56	6	141	14
56	7	141	48
56	8	142	24
56	9	143	0
57	0	143	36
57	1	144	12
57	2	144	52
57	3	145	28
57	4	146	8
57	5	146	48
57	6	147	28
57	7	148	10
57	8	148	52
57	9	149	34
58	0	150	20
58	1	151	4
58	2	151	52
58	3	152	38
58	4	153	28
58	5	154	18
58	6	155	12
58	7	156	6
58	8	157	2
58	9	158	0
59	0	158	58
59	1	160	6
59	2	161	14
59	3	162	28
59	4	163	56
59	5	165	10
59	6	166	44
59	7	168	32
59	8	170	40
59	9	173	22

III.

Tafel,

zur Bestimmung der Länge einer Standlinie, als aliquoter Theil einer zu messenden Weite.

Mit einem Werkzeuge, welches die Winkel von 2 zu 2 Minuten giebt.



Sucht man im rechtwinkligen Dreieck ABC den Punkt C unter einem ∠ ACB	äußeren ∠ ACD	So ist BC	Correction in Theilen der Entfernung.
= 63° 26′	= 116° 34′	= 1/2 AB	+ 0,00008
= 71° 34′	= 108° 26′	= 1/3 =	— 0,00009
= 75° 58′	= 104° 2′	= 1/4 =	— 0,00021
= 78° 42′	= 101° 18′	= 1/5 =	— 0,0009
= 80° 32′	= 99° 28′	= 1/6 =	+ 0,00047
= 81° 52′	= 98° 8′	= 1/7 =	+ 0,0004
= 82° 52′	= 97° 8′	= 1/8 =	+ 0,00118
= 83° 40′	= 96° 20′	= 1/9 =	— 0,00109
= 84° 18′	= 95° 42′	= 1/10 =	— 0,00187
= 89° 26′	= 90° 34′	= 1/100 =	— 0,01107

Mit einem Werkzeuge, welches die Winkel bis auf Sekunden giebt.

= 63° 26′ 6″	= 116° 33′ 54″	= 1/2 AB	= 0
= 71° 33′ 54″	= 108° 26′ 6″	= 1/3 =	=
= 75° 57′ 50″	= 104° 2′ 10″	= 1/4 =	=
= 78° 41′ 24″	= 101° 18′ 36″	= 1/5 =	=
= 80° 32′ 16″	= 99° 27′ 44″	= 1/6 =	=
= 81° 52′ 12″	= 98° 7′ 48″	= 1/7 =	=
= 82° 52′ 30″	= 97° 7′ 30″	= 1/8 =	=
= 83° 39′ 35″	= 96° 20′ 25″	= 1/9 =	=
= 84° 17′ 22″	= 95° 42′ 44″	= 1/10 =	=
= 89° 25′ 38″	= 90° 34′ 22″	= 1/100 =	=

Anhang.

Ohne trigonometrische Rechnung durch Hülfe der vorstehenden Tafel die Seiten schiefwinkliger Dreiecke einzeln eben so genau zu bestimmen.

Vorstehende Tafel gewährt außer dem Vortheil, welchen sie bei den Auflösungen der von Seite 343 bis Seite 351 gegebenen Aufgaben mittelst der Spiegelwerkzeuge leistet, den Nutzen, daß durch die in dieser Tafel angegebenen Winkel, und aus einer gemessenen Seite BC, Fig. 168, eines Dreiecks ABC, jedesmal die andern Seiten AB und AC durch Rechnung ohne trigonometrische Tafeln gefunden werden können; ein Umstand, welcher eine neue Messungsmethode begründet.

Gesetzt, es sei ABC, Fig. 168, das von drei Richtpunkten auf dem Felde gebildete Dreieck, dessen Seite BC entweder ganz oder nur zum Theil gemessen werden kann, es sollen die Seiten AB und AC ihrer Größe nach bestimmt werden; so wird folgendergestalt verfahren: Man stelle den

Index eines Spiegelwerkzeugs auf die Gradzahl eines aus der Tafel entnommenen Winkels o (z. B. auf 78° 41′ 24″), suche zwischen B und C, auf BC den Punkt D, wo A und C genau unter diesen Winkel erscheinen, und schlage in diesen Punkt D auf dem Felde ein Piket. Auf dieselbe Weise wird auf BC der Punkt E bestimmt, wo unter denselben Winkel o, oder wenn dies nicht möglich wäre, wo unter einen andern aus der vorstehenden Tafel entnommenen Winkel u, (z. B. = 81° 52′ 12″), auf dessen Gradzahl der Index des Winkelniessers gestellt wird, die Punkte A und B erscheinen. Dieser Punkt E wird ebenfalls auf dem Felde durch ein Piket bemerkt.

Man messe DE = a°, BD = b° und CE = c°. Wären die Weiten BD und CE nicht unmittelbar zu messen, so bestimme man diese Weiten mittelbar nach der, Seite 343, gegebenen zwölften Aufgabe, zu deren Lösung ein Spiegelwerkzeug und die Größe eines aus vorstehender Tafel entnommenen Winkels anzuwenden ist.

Ehe die Berechnung gezeigt werden kann, müssen wir uns mit den Gründen, auf welchem dieselbe beruhet, bekannt machen, sie sind folgende: Wenn in einem Dreiecke ADE der Winkel o. (= 78° 41′ 24″) und der Winkel u (= 81° 52′ 12″) eine solche Größe haben, daß wenn man aus A auf DE (= a) eine Senkrechte AF gefällt

denkt, $DF = \frac{1}{m} AF$ ($= \frac{1}{5} AF$) und $EF = \frac{1}{n} AF$ ($= \frac{1}{7} AF$) ist; so können aus den bekannten Grösen a, m und n die Grösen AF, DF und EF, und endlich aus diesen und aus b und c die Seiten AB und BC durch Rechnung gefunden werden.

Setzt man $DF = x$ und $AF = z$,

so ist $EF = a - x$.

Da aber $DF = \frac{1}{m} AF$ und $EF = \frac{1}{n} AF$,

so ist auch 1) $z = mx$

und 2) $z = n(a - x)$.

Also $mx = an - nx$

und $mx + nx = an$.

Folglich $x = \frac{an}{m + n}$,

ferner $a - x = a - \frac{an}{m + n}$, $= \frac{am}{m + n}$

und $z = \frac{amn}{m + n}$.

Da aber $AB = \sqrt{[(b + x)^2 + z^2]}$

und $AC = \sqrt{[(c + a - x)^2 + z^2]}$ ist,

so findet man, wenn die für x und z gefundenen Werthe substituirt werden

$$AB = \sqrt{\left[\left(b + \frac{an}{m + n}\right)^2 + \left(\frac{amn}{m + n}\right)^2\right]}$$

$$= \frac{1}{m + n} \cdot \sqrt{[(an + b(m + n))^2 + (amn)^2]}$$

$$\text{und } AC = \nu\left[\left(c + \frac{am}{m+n}\right)^2 + \left(\frac{amn}{m+n}\right)^2\right]$$
$$= \nu\left[(am + c(m+n))^2 + (amn)^2\right]$$

Bei einem ſtumpfwinkligen Dreieck ABC, Fig. 169, verfährt man eben ſo, und erhält, wenn CE = c°, DE = a° und BD = b° gemeſſen worden, wenn man BC verlängert und aus A, AF gefällt denkt, die Formeln zur Berechnung der Seiten AB und AC auf ähnliche Weiſe.

Es iſt nämlich, wenn man BD = x und AF = z ſetzt:

$$z = mx = n.(a + x)$$

$$\text{und hieraus } \frac{mx = an + nx}{}$$

$$\text{Folglich } x = \frac{an}{m-n}$$

$$\text{Alſo } z = \frac{anm}{m-n}$$

$$\text{ferner } AB = \nu\left[\left(\frac{an}{m-n} - b\right)^2 + \left(\frac{anm}{m-n}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{m-n}\nu\left[(an + b(m-n)^2 + (anm)^2\right]$$

$$\text{und } AC = \nu\left[\left(\frac{an}{m-n} + a + c\right)^2 + \left(\frac{anm}{m-n}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{m-n}\nu\left[(am + c(m-n))^2 + (anm)^2\right]$$

Setzt man in die obige Formeln für die Größen a, b, c, m und n die zugehörigen Zahlenwerthe, ſo findet man die Seiten AB und AC eben

so genau, wie wenn man sie aus BC und den Winkeln ABC und ACB trigonometrisch berechnet hätte.

Wird der Punkt B, Fig. 168, als der Anfangspunkt einer Abscissenlinie betrachtet, so ist $\frac{an}{m+n} + b$ die Abscisse und $\frac{amn}{m+n}$ die Ordinate des Punktes A; für das stumpfwinklige Dreieck ABC, Fig. 169, hingegen ist, wenn B ebenfalls als der Anfangspunkt der Abscissenlinie gilt, $\frac{an}{m-n} - b$ die Abscisse und $\frac{amn}{m-n}$ die Ordinate des Punktes A. Es sind daher von einer einzigen Linie aus, auf leichte Weise, die Coordinaten der Hauptpunkte einer aufzunehmenden Gegend, mit wenig Mühe, ohne trigonometrische Rechnung, und mit derselben Genauigkeit zu bestimmen; wenn die Längen a und b auf der Abscissenlinie gemessen worden sind. Das bei einer solchen trigonometrischen Messung zu beobachtende Verfahren, werde ich in meiner Anweisung zum Gebrauch der Spiegelwerkzeuge weitläufiger auseinander setzen und durch ein Beispiel ausführlicher erläutern.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS.

Ende.

Verbesserungen.

Seite 94	Zeile 3	von unt.	lies	graphische st. geographische
— 155	— 10	—		streiche man und weg
— 168	— 13	von ob.	lies	Vertikal st. Vertial
— —	— 7	von unt.	—	von dem voderen Bocke q st. des vodern Bocks q
— 169	— 7	von ob.	—	links st. lins
— 170	— 6	von unt.	—	Libelle g st. Libelle a
— 180	— 15	von ob.	—	Lichtstrahls st. Lichstrahls
— 201	— 7	—	—	eknfh Fig. 66 st. eknfh
— 219	— 4	—	—	und für vier verschiedene Werthe von e, st. als einen Decimalbruch
— 241	— 9 u. 10	v. o.	—	Dach- st. Dreh-
— 244	— 1	von ob.	—	bei st. die
— 295	— 12	von unt.	—	welche st. wenn
— 318	— 9	von ob.	—	30,9″ st. 30′ 9″
— 325	— 7	von ob.	—	$=\cos.(y+z)$ st. $=\cos.(y-z)$
— 332	— 10	—	—	C st. c
— —	— 13	—	—	K st. k
— 366	— 9	von unt.	—	Umfangslinien st. Anfangslinien
— 381	— 9	—	—	Q im st. Q ein
— 407	— 8	—	—	Kreise verzeichneten statt Kreise des verzeichneten
— 408	— 9	von ob.	—	$\triangle$ a′b′c st. a′b′c
— 451	— 15	von unt.	—	30 st. 33
— 452	— 18	von ob	—	30 st. 50
— 456	— 10	—	—	30 st. 3ℏ

Unerheblichere Fehler bittet der Verfasser gefälligst vor dem Gebrauche zu berichtigen.

Bei dem Verleger dieses Buchs, C. F. Amelang in Berlin, erschienen unter vielen andern, auch noch folgende empfehlungswürdige Werke:

Hartung, Albr., (Lehrer an der Königl. Domschule und Kantor an der Hof- und Domkirche zu Berlin.) Arithmetische Aufgaben zu praktischen Uebungen für Schulen. Erstes und zweites Bändchen. 8. 1 thl.

— — Auflösungen des ersten und zweiten Bändchens arithmetischer Aufgaben ꝛc. 8. 8 gr.

Jones, J., (Oberstlieutenant im Brittischen Ingenieur-Corps,) Tagebuch der in den Jahren 1811 u. 1812 von den Verbündeten in Spanien unternommenen Belagerungen, nebst einem Anhange. Aus dem Englischen übersetzt von F. v. G. — Mit neun ausgeführten Plänen. gr. 8. Sauber geh. 3 thlr. 12 gr.

Klatte, C., der Hauspferdearzt. Ein Handbuch für Pferdebesitzer. 8. brochirt. 16 gr.

Lehmann, G. A., 51 Ansichten von Berlin. Nach der Natur gezeichnet u. gest. Im Etuis. 1 thl. 12 gr.

Plotho, C. v., (Königl. Preuß. Oberstlieut. u. Ritter ꝛc.) Der Krieg in Deutschland u. Frankreich in den Jahren 1813 u. 1814. 3 Theile. gr. 8. geh. 10 thl.

— — — Der Krieg des verbündeten Europas gegen Frankreich im J. 1815. Als 4ter u. letzter Theil des Werks: Der Krieg in Deutschl. u. Frankr. ꝛc. geh. 3 thl. 12 gr.

Preuß, J. D. E. Alemannia oder Sammlung der schönsten u. erhabensten Stellen aus den Werken der vorzüglichsten Schriftsteller Deutschlands, zur Bildung und Erhaltung edler Gefühle. Ein Handbuch auf alle Tage des Jahres für Gebildete. 8. Mit einem allegorischen Titelkupf. 8. 2te verm. und verbesserte Auflage. Broschirt 18 gr.

Spieker, W. Dr., Geschichte Dr. Martin Luthers und der durch ihn bewirkten Reformation der Kirche in Deutschland. 1ster Theil. gr. 8. Mit 1 Titelkupf. gez. von L. Wolff u. gest. von Meno Haas. 3 thl. 12 gr.

Vollbeding, M. J. C., gemeinnütziges Wörterbuch zur richtigen Verdeutschung u. verständlichen Erklärung der in unserer Sprache vorkommenden fremden Ausdrücke. Für deutsche Geschäftsmänner, gebildete Frauenzimmer und Jünglinge. Zweite durchaus verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. geh. 1 thl. 16 gr.

Nachtrag zu den Druckfehlern.

Seite 9 Z. 4 v. o. lies BC Fig. 1 statt BC

— 48 — 6 v. o. in der vierten Spalte lies 2,5. statt 2,499999999

— — — 9 — — — — — lies 5. statt 4,999999998

— — — 12 — — — — — lies 7,5. statt 7,499999997

— — — 6 v. u. in der zweiten Spalte lies 6,25. statt 6,2499999996

— 69 — 14 v. o. lies c′ statt c

— 91 — 10 u. 11 v. u. statt $1\frac{1}{n-1}\beta$ und $2\frac{2}{n-1}\beta$

lies $\left(1+\frac{1}{n-1}\right)\beta$ u. $\left(2+\frac{2}{n-1}\right)\beta$.

— 117 — 6 v. o. lies da statt de

— 239 — 13 v. u. — Ocular st. Objectiv

— 242 — 7 u. 8 v. o. lies höher st. niedriger

— — — 10 v. o. l. niedriger st. höher

— — — 15 — — höher st. niedriger

— — — 18 — — niedriger st. höher

— 251 — 10 v. u. lies $=$ Sin. $\angle \frac{bad}{2}$ st. Sin. $\angle \frac{bad}{2}$

— 279 — 2, 3, 4, und 5 v. u. lies ′ st. ″ u. ″ st. ‴

— 280 — 1 v. o. lies 15″ statt $2\frac{1}{2}$″

— — — — — — — $\frac{1}{2706}$ st. $\frac{1}{1140}$

— 322 — 7 v. o. fehlt hinter Horizontalebene das Komma

— — — 11 lies Ad statt AD

— 323 — 9 v. o. lies 9,9927804 st. 9,6927764

— 325 — 10 lies $\left(\frac{\text{Sin.}\frac{1}{2}(S+H-h)}{\ldots}\right.$ statt

$\text{Sin.}\frac{1}{2}\left(\frac{(S+H-h)}{\ldots}\right.$

— — — 1 v. u. lies log. Sin. $\frac{1}{2}x$ st. log. $\frac{1}{2}x$

Ruthenzeichen

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18.

21. Limbus. Vernier.

22. Limbus. Vernier.

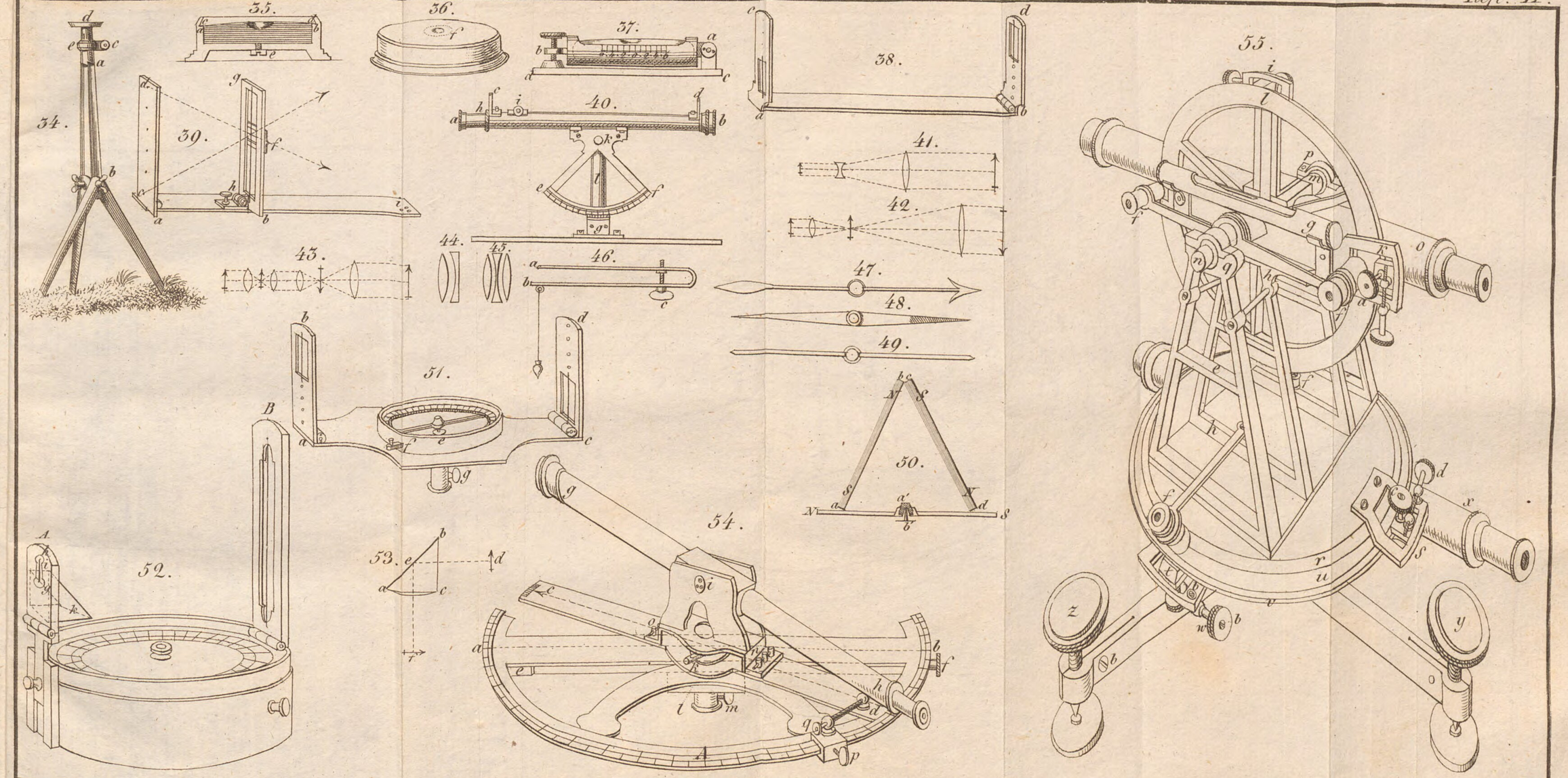
Schfeld der Lupe.

19. 20.

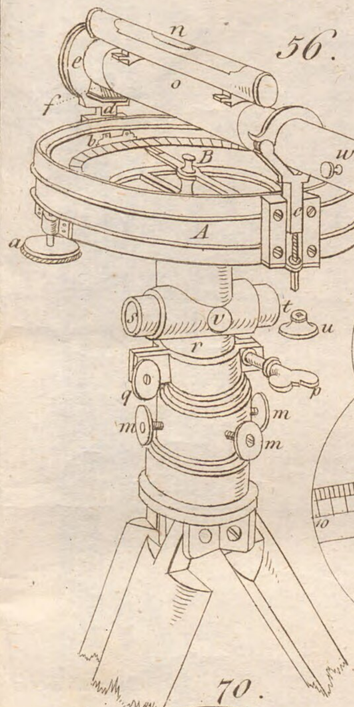
23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33.

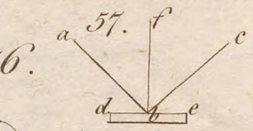
Nettr del. et sc.

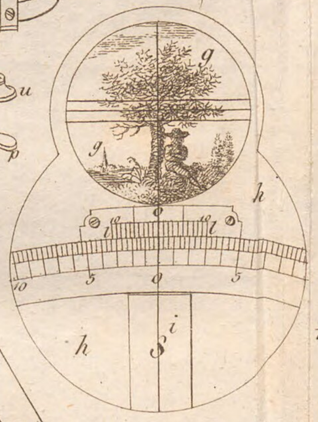
e
x

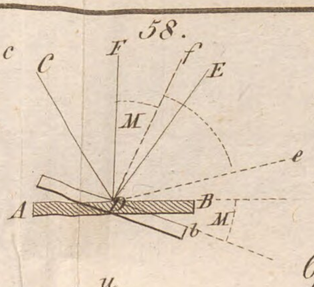


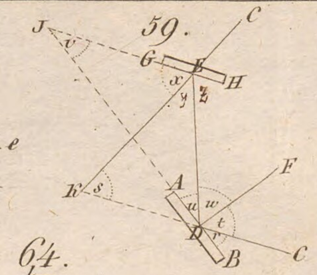
Netto del. et sc. 1820.

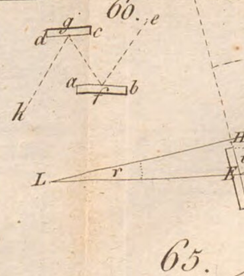


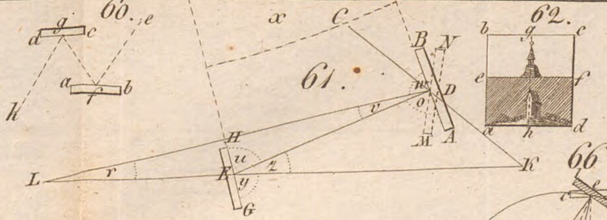


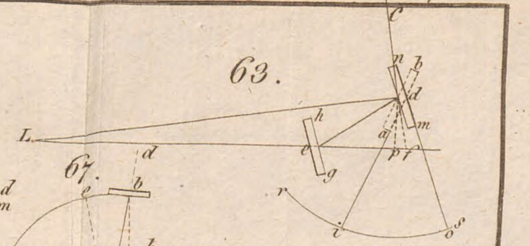


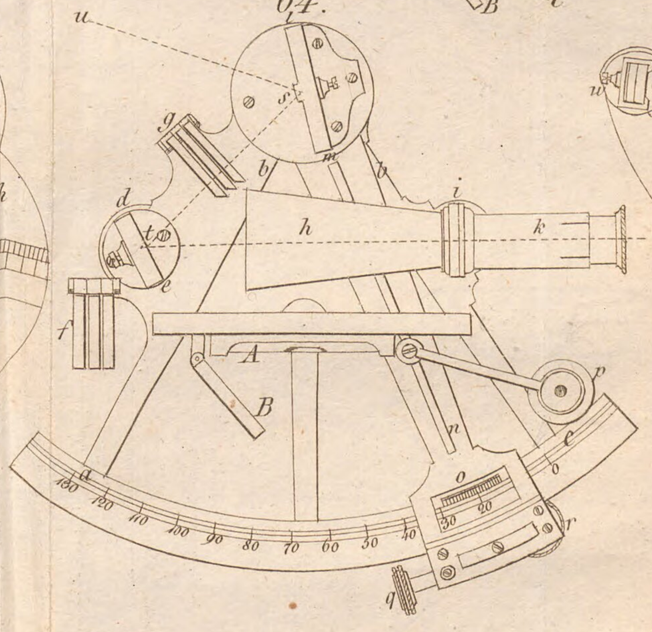


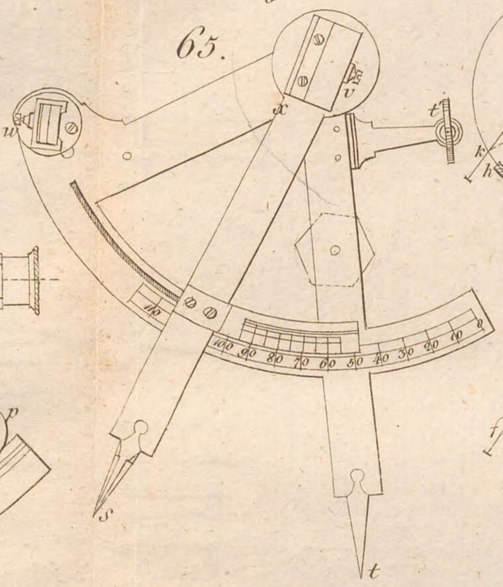


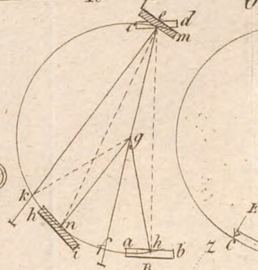


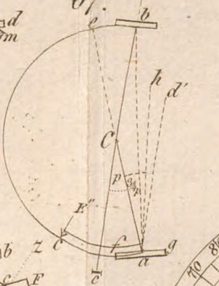


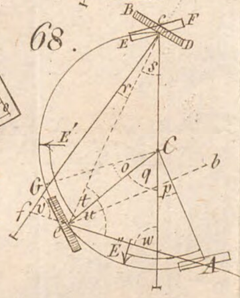


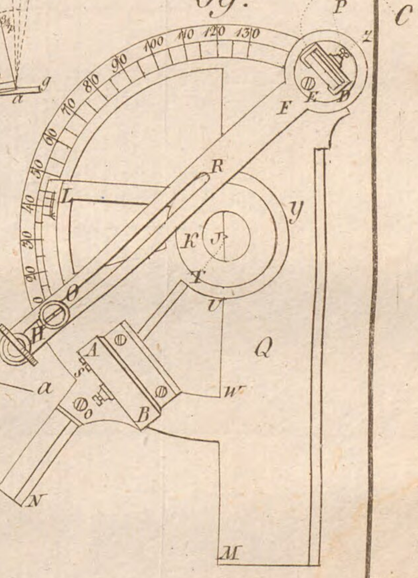


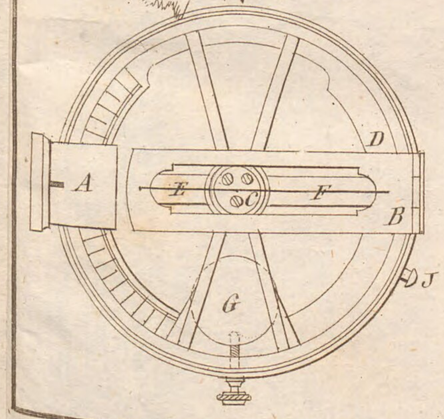


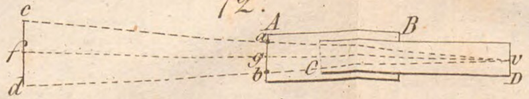


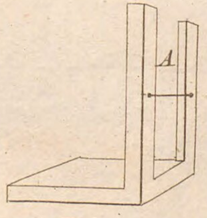


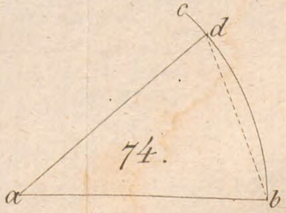




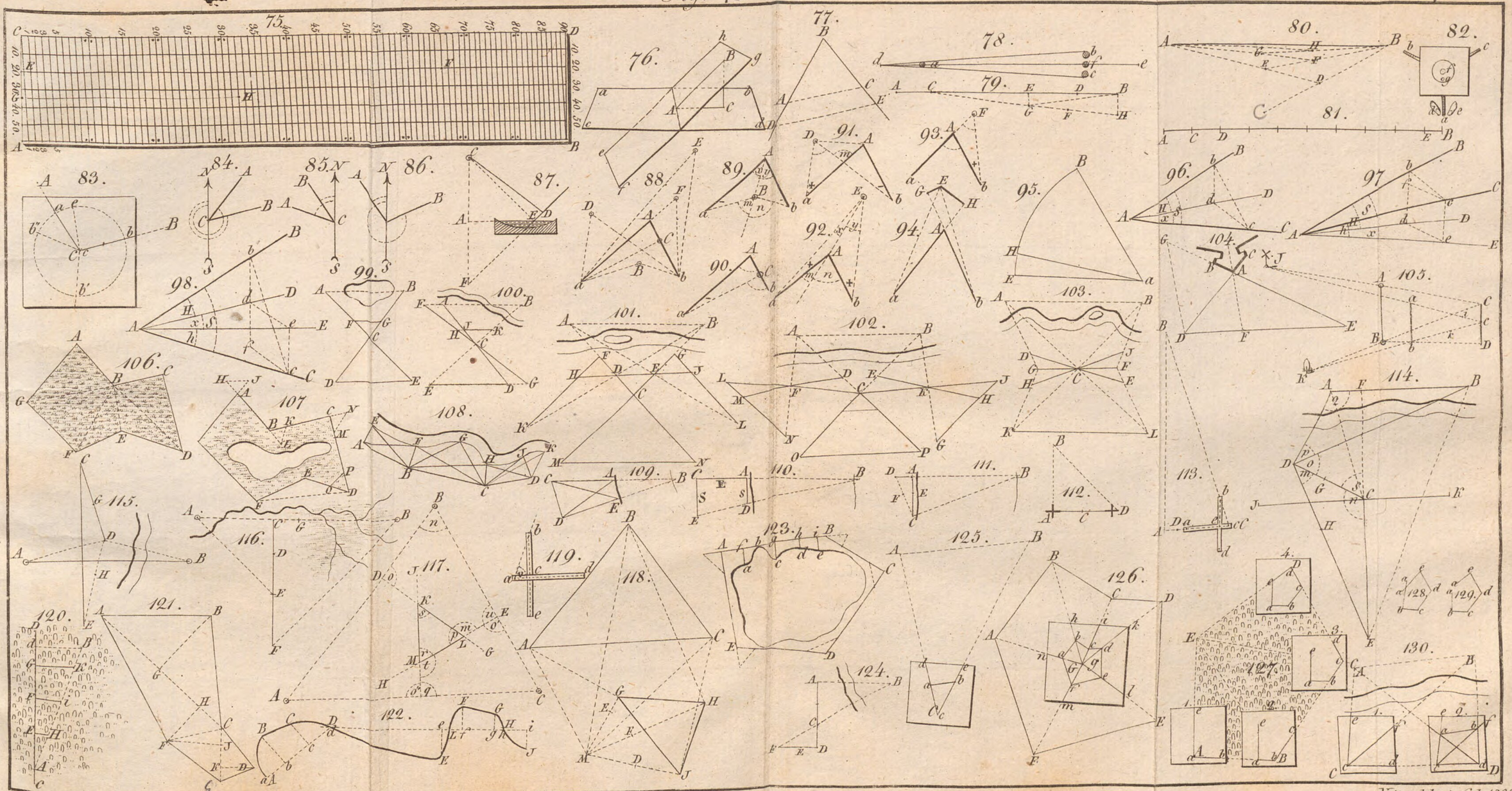




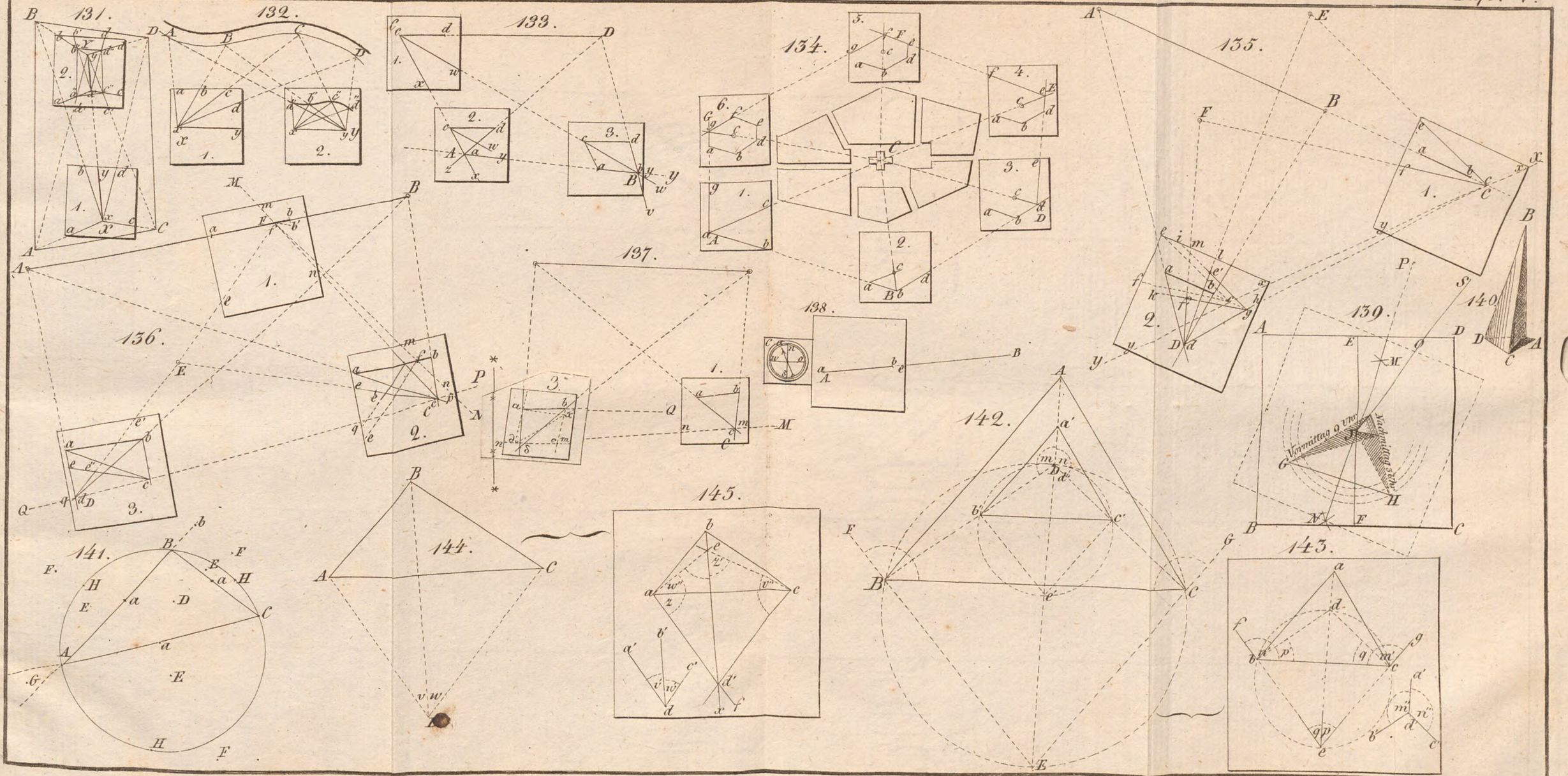




Nello del. et sc. 1820.

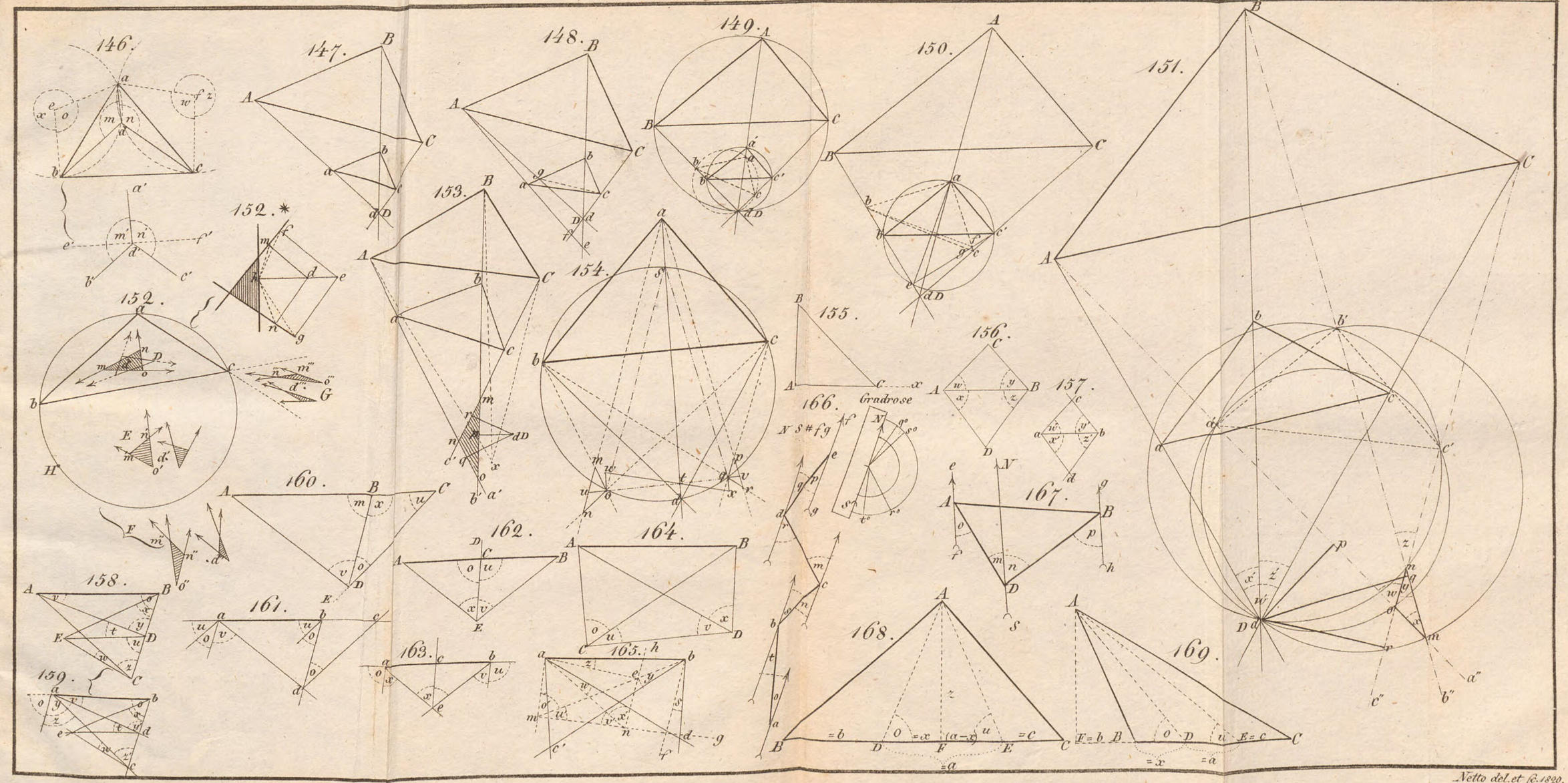


Netto del. et fcul. 1820.



Netto del. et sc. 1820.

x'
D
E



Netto del. et sc. 1820.

Collinaria rami

Collinea mussi ntsa ne zuma

ruffing

(Schüssel = Zaffel ...)

Collimator zum

Collimiren muß man zuerst

treffen

(Schuß = Zoll ...)

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Netto, Friedrich August Wilhelm,

Handbuch der gesammten Vermessungskunde, die neuesten Erfindungen und Entdeckungen in derselben zugleich enthaltend ; oder vollständige Anleitung zur Meßkunst, für Offiziere, Forstbediente, Bergleute und Feldmesser
Bd.: 1 : mit Kupfertafeln

Berlin 1820

Math.p. 373 h-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082468-3